

нениям второй группы и ее коэффициенты преобразовывать по формуле (5). Следовательно, легко написать уравнение, из которого получим алгоритм преобразования коэффициентов весовой функции:

$$\begin{pmatrix} A_1 A_2 \dots A_n \\ B_1 B_2 \dots B_n \\ \dots \\ T_1 T_2 \dots T_n \\ F_1 F_2 \dots F_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \\ \beta_1 \beta_2 \dots \beta_n \\ \dots \\ \tau_1 \tau_2 \dots \tau_n \\ f_1 f_2 \dots f_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \\ \beta_1 \beta_2 \dots \beta_n \\ \dots \\ \tau_1 \tau_2 \dots \tau_n \\ f_1 f_2 \dots f_n \end{pmatrix} Qa^T (aQa^T)^{-1} a, \quad (8)$$

где F_1, F_2, \dots, F_n — преобразованные коэффициенты весовой функции, а f_1, f_2, \dots, f_n — преобразованные коэффициенты. Таким образом, алгоритм для преобразования коэффициентов весовой функции имеет вид

$$F^T = f^T - f^T Qa^T (aQa^T)^{-1} a, \quad (9)$$

где T — символ транспонирования матриц.

Найдем обратный вес произвольной уравненной функции. На основе общих правил и формулы (7) имеем

$$\frac{1}{P_F} = f^T Q_i f =$$

$$= f^T \{ Q - Qa^T (aQa^T)^{-1} aQ - Qa^T (aQa^T)^{-1} AQ \} f, \quad (10)$$

где f — частные производные от произвольной функции по измеренным величинам (коэффициенты весовой функции); Q_i — корреляционная матрица уравненного вектора измерений.

Учитывая (9), нетрудно (10) привести к виду

$$\frac{1}{P_F} = f^T \left\{ E - \frac{Qa^T (aQa^T)^{-1} A}{E - Qa^T (aQa^T)^{-1} a} \right\} Q \cdot \frac{F}{E - a^T (aQa^T)^{-1} aQ},$$

где E — единичная матрица. Зная, что

$$aQa^T = 0,$$

$$\frac{Qa^T (aQa^T)^{-1} A}{E - Qa^T (aQa^T)^{-1} a} \cdot \frac{Qa^T}{Qa^T} = Qa^T (aQa^T)^{-1} A,$$

$$\frac{F}{E - a^T (aQa^T)^{-1} aQ} \cdot \frac{A^T}{A^T} = F,$$

получаем окончательную формулу для вычисления обратного веса любой линейной уравненной функции в геодезической сети

$$\frac{1}{P_F} = f^T \{ Q - Qa^T (aQa^T)^{-1} AQ \} F. \quad (11)$$

Дальнейшие расчеты оценки точности в геодезических сетях хорошо известны.

1. Мошин Н. Ф. К теории двухгруппового уравнения коррелированных величин // Геодезия, картография и аэрофотогеодезия. 1984. Вып. 40. С. 86.
2. Болышаков В. Д., Маркузе Ю. И. Городская полигонометрия. М., 1979.

Статья поступила в редакцию 02.04.85

УДК 528.16

Ю. В. МОРКОУН

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА АССОЦИИ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

При обработке результатов геодезических измерений возникают задачи, требующие знания степени тесноты корреляционных связей. Для оценки степени тесноты зависимостей используют эмпирический коэффициент корреляции, вычисление которого, особенно в случае больших выборок, довольно громоздко. В этой связи возникает вопрос о возможности применения некоторых упрощенных показателей, которые легко вычислялись бы вручную. Одним из таких показателей является коэффициент ассоциации*:

$$K_1 = \frac{ad - bc}{ad + bc}. \quad (1)$$

Если, допустим, изучается зависимость между некоторыми случайными векторами результатов измерений X и Y , то величины a, b, c, d — количество пар при условии, соответственно, $x_i < x_j, y_i < y_j; x_i > x_j, y_i < y_j; x_i < x_j, y_i > y_j; x_i > x_j, y_i > y_j$.

Преимущество коэффициента ассоциации — простота вычислений, возможность быстрого получения результата вручную.

Для проверки качества оценки степени тесноты корреляционной зависимости с помощью коэффициента ассоциации вычислены K_A для двадцати восьми случаев больших выборок ($n=100$) X и Y , для которых также получены эмпирические коэффициенты корреляции обычными методами. Данные эксперимента приведены в таблице.

Оценку точности коэффициента ассоциации производили по разностям:

$$\delta_1 = K_A - r, \quad (2)$$

$$m_{K_A} = \sqrt{\frac{\sum \delta_1^2}{n'}} \approx \pm 0,12; \quad n' = 28, \quad (3)$$

* Венечный И. Г., Венечный В. И. Основы математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. М., 1974.

Сравнение коэффициента ассоциации K_A эмпирическим коэффициентом корреляции r

N	K_A	r	N	K_A	r	N	K_A	r
1	-0,08	-0,04	10	-0,12	-0,01	19	0,05	-0,08
2	0,20	0,13	11	-0,20	-0,12	20	0,04	0,04
3	-0,26	-0,06	12	-0,16	-0,03	21	0,04	-0,09
4	0,04	-0,02	13	-0,08	-0,04	22	0,13	0,05
5	0,24	0,25	14	-0,08	-0,05	23	-0,35	-0,23
6	-0,27	0,01	15	-0,20	-0,06	24	0	-0,12
7	0,45	0,27	16	-0,12	-0,09	25	0,17	0,06
8	0,20	0,15	17	-0,25	-0,18	26	-0,07	0,11
9	0,27	0,11	18	0,04	0	27	0,25	0,09
						28	0,06	0,03

где K_A — коэффициент ассоциации; r — эмпирический коэффициент корреляции. Коэффициент ассоциации по сравнению с коэффициентом корреляции вычисляется быстрее в 3—5 раз, причем, как видно из данных таблицы, точность K_A вполне удовлетворительная. Эффективность вычисления K_A по сравнению с r увеличивается с ростом объема выборки. Кроме того, вычисление K_A перед расчетом коэффициента корреляции может служить некоторым предварительным контролем точности степени тесноты корреляционных зависимостей.

Статья поступила в редколлегию 06. 03. 86

УДК 551.224

А. Л. ОСТРОВСКИЙ, И. Н. КМЕТКО, В. О. ЛИТИНСКИЙ

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ВЫСОКОТОЧНОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ НА ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПОЛИГОНАХ И ПРЕЦИЗИОННЫХ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТАХ

В последние годы в связи с организацией на территории СССР ряда стационарных полигонов, призванных следить за мобильностью земной коры, нивелирные работы нуждаются в дальнейшей разработке методики, способствующей достижению максимальной точности. Как известно, нивелирные ходы бывают значительные по протяженности, поэтому даже малые ошибки, тем более ошибки с преобладающей систематической составляющей, вносят в отметки марок и реперов ощутимые искажения. Если предположить, что любая из систематических ошибок или несколько различных систематических ошибок в совокупности могут достигать 0,5 мм на станции и не менять знака входа длинной прибли-

зительно 6 км (ход между рядовыми реперами), то сумма превышений будет искажена систематической ошибкой, равной 30 мм. Основные ошибки нивелирования, имеющие тенденцию вызывать искажения систематического характера: а) нивелирная рефракция; б) температурные влияния на нивелир и рейки; в) вертикальные перемещения переходных точек и штатива; г) различие освещенности задней и передней реек; д) влияние электромагнитного поля ЛЭП на траекторию визирного луча.

Анализируя известные к настоящему времени методы учета нивелирной рефракции, приходим к выводу, что наиболее эффективными и легко применяемыми в процессе наблюдений относительного момента изотермии в приземном слое воздуха [4];

2) учет нивелирной рефракции по колебаниям изображений в период неустойчивой температурной стратификации приземного слоя атмосферы [6].

В солнечную погоду при ориентировании нивелирного хода вдоль параллели односторонние температурные влияния на нивелир (НА-1) вызывают ошибку в измеренном превышении, достигающую в условиях средних широт 0,15 мм на станции, т. е. разность утренних и вечерних превышений равна 0,30 мм [2]. Однако в настоящее время нашей промышленностью выпускаются термостатированные нивелиры, используемые для высокоточного нивелирования (например, нивелиры Н05, Н2), которые практически исключают ошибки в нивелировании за счет температурных влияний на нивелир.

Иначе обстоит дело с температурными влияниями на инвариантные пологие нивелирные реек. В последние годы для учета ошибок в превышениях, вызываемых разностью температуры инвариантных полог реек при их компарировании и в процессе нивелирования; неодинаковым нагревом задней и передней реек в процессе полевых работ (особенно при направленности хода вдоль параллели и расположении объектов работ в горах), получены соответствующие формулы для вычисления поправок в результаты измерений и разработана методика их учета. Для введения поправок в измеренные превышения за счет разностей температуры задней и передней реек, применяют термоматрички, измеряющие температуру инвариантных полог.

Предлагаем элементарную методику нивелирования, позволяющую исключать ошибки, возникающие из-за неравномерного нагрева инвариантных реек. Для этого при нивелировании на станции обе рейки нужно повернуть в одну и ту же сторону, т. е. свободную рейку повернуть лицевой стороной в ту же сторону, что и рейку, по которой производят отсчетывание. Рассматриваемая ошибка в измеренном превышении будет, таким образом, сведена к минимуму [3].

Рекомендации, касающиеся компенсации или элиминации ошибок измеренных превышений, вызванных вертикальными перемещениями переходных точек и штатива для различных климатических зон СССР, приведены в [7]. Отметим некоторые из них: