

Б. М. ДЖУМАН

МЕТОД УЧЕТА НИВЕЛИРНОЙ РЕФРАКЦИИ ПО МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИМ ЭЛЕМЕНТАМ И ЭКВИВАЛЕНТНЫМ ВЫСОТАМ

Метод учета нивелирной рефракции по метеоэлементам и эквивалентным высотам заключается в определении поправки за рефракцию в превышение на станции по измеренным значениям температуры на двух высотах, атмосферного давления и профиля нивелирной трассы для вычисления эквивалентных высот.

Выводим формулу для определения этой поправки. Записывая формулы для коэффициентов рефракции по направлениям на заднюю и переднюю рейки на станции нивелирования [2]:

$$k_3 = k_n + 502,4 \frac{P}{T^2} c_3 h_{33}^B; \quad (1)$$

$$k_n = k_n + 502,4 \frac{P}{T^2} c_n h_{nn}^B, \quad (2)$$

где h_{33}^B, h_{nn}^B — эквивалентные высоты на заднюю и переднюю рейки; c_3, c_n — аномальные градиенты температуры на высоте 1 м; P — атмосферное давление, гПа; T — температура, К.

Составляем разность коэффициентов рефракции на заднюю и переднюю рейки и, полагая $c_3 = c_n$, имеем

$$\Delta k = k_3 - k_n = 502,4 \frac{P}{T^2} c (h_{33}^B - h_{nn}^B). \quad (3)$$

Определяем аномальный градиент температуры на высоте 1 м над почвой. Из температурных измерений записываем

$$\Delta T = \int_{z_n}^{z_B} c z^B dz + \int_{z_n}^{z_B} \gamma_n dz, \quad (4)$$

где ΔT — разность температур на высотах z_B и z_n .

Пренебрегая вторым членом правой части равенства (4), после интегрирования получаем

$$c = \frac{(1+b) \Delta T}{z_B^{1+B} - z_n^{1+B}}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (3) и учитывая, что $\Delta k = \frac{\Delta r''}{L} \frac{2R_3}{\rho''}$, находим формулу для вычисления поправок за рефракцию в превышение на станции в миллиметрах при различных температурных стратификациях (устойчивой и неустойчивой):

$$\Delta r = 0,04 \frac{P}{T^2} \frac{\Delta T \cdot L^2 (h_{\text{зз}}^{\text{в}} - h_{\text{зп}}^{\text{в}})}{\frac{1}{1+b} (z_{\text{в}}^{1+b} - z_{\text{п}}^{1+b})}. \quad (6)$$

Здесь L — длина плеча.

Из формулы (6) видно, что при нейтральной стратификации значение Δr неопределенно, т. е.

$$z_{\text{в}}^{1+b} - z_{\text{п}}^{1+b} = 0.$$

Поэтому для близкой к нейтральной стратификации, полагая в (3) и (4) $b = -1$, получаем формулу для определения Δr в виде [1]:

$$\Delta r = 0,04 \frac{P}{T^2} \frac{\Delta T \cdot L^2}{\ln(z_{\text{в}}/z_{\text{п}})} (h_{\text{зз}}^{-1} - h_{\text{зп}}^{-1}). \quad (7)$$

Заменяя в (7) эквивалентные высоты средними, имеем

$$\Delta r = 0,04 \frac{P}{T^2} \frac{\Delta T \cdot L^2}{\ln(z_{\text{в}}/z_{\text{п}})} (h_{\text{срз}}^{-1} - h_{\text{срп}}^{-1}). \quad (8)$$

В формуле (7) принят логарифмический закон изменения температуры с высотой.

Предварительный анализ (6) — (8) показывает, что для уверенного определения Δr необходимо с высокой точностью измерить не только температуру на двух высотах, но и значения высот z и $h_{\text{з}}$.

Из (6) — (8) видим, что точность определения нивелирной рефракции метеорологическим методом, в основном, зависит от погрешностей аномального вертикального градиента температуры на высоте 1 м над почвой и эквивалентных высот визирных лучей на заднюю и переднюю рейки.

На основании (1) и (2), принимая $b = -1$, а величины L , T и P постоянными на данной станции, записываем

$$m_{\Delta r}^2 = \left(0,04 \frac{P}{T^2} L^2 \right)^2 [(h_{\text{зз}}^{-2} + h_{\text{зп}}^{-2}) m_c^2 + c^2 (h_{\text{зз}}^{-4} + h_{\text{зп}}^{-4}) m_h^2], \quad (9)$$

где m_h — средняя квадратическая погрешность определения эквивалентных высот.

Вычислим погрешности нивелирной рефракции на станции при максимальных уклонах для различных L и аномальных

градиентов температуры на высоте 1 м над почвой. Принимаем $P=1000$ гПа, $T=300$ К, $h_{\text{в}}=1$ м, $h_{\text{н}}=2$ м, $m_c=0,2$ К/м. В случае определения эквивалентных высот на каждой станции путем измерения превышений точек трассы с помощью нивелира, значения m_h , по-видимому, не будут превышать $\sim 0,05$ м. Такими значениями погрешностей практически можно пренебречь и тогда формулу (9) перепишем в упрощенном виде

$$m_{\Delta r}^2 = \left(0,04 \frac{P}{T^2} L^2\right)^2 (h_{\text{в}}^{-2} + h_{\text{н}}^{-2}) m_c^2. \quad (10)$$

Таблица 1

Значения погрешностей нивелирной рефракции, мм

c , К/м	Длина плеча L , м					
	70	60	50	40	30	20
1,00	0,66	0,48	0,34	0,22	0,12	0,05
	0,49	0,35	0,25	0,16	0,09	0,04
0,80	0,60	0,44	0,31	0,19	0,11	0,05
	0,49	0,35	0,25	0,16	0,09	0,04
0,50	0,54	0,39	0,27	0,17	0,10	0,04
	0,49	0,35	0,25	0,16	0,09	0,04
0,20	0,50	0,36	0,25	0,16	0,09	0,04
	0,49	0,35	0,25	0,16	0,09	0,04

Однако при положении нивелирных ходов определение эквивалентных высот на каждой станции затягивает время выполнения работ, поэтому более рационально учитывать рефракцию по средним высотам, пренебрегая рельефом местности на трассе, т. е. принимая $h_{\text{ср}}=(i+l)/z$, где i, l — высота инструмента и отсчет по рейке в метрах. В данном случае можно ожидать значения средних квадратических погрешностей эквивалентных высот $m_h \approx \pm 0,20$ м, при максимальных $m_{\text{max}} \approx \pm 0,50$ м.

Расчет погрешностей нивелирной рефракции для значений L в диапазоне от 20 м до 70 м и аномальных градиентов c от 0,2 К/м до 1 К/м приведен в табл. 1. Здесь в числителе даны значения средних квадратических погрешностей определения нивелирной рефракции, вычисленные по формуле (9), а в знаменателе — по формуле (10).

Из табл. 1 следует, что с увеличением длины плеча и градиента температуры точность определения нивелирной рефракции уменьшается. Средние квадратические погрешности, вычисленные по формуле (9) при максимальных значениях $c=1$ К/м,

получились в 1,4 раза больше, чем погрешности, полученные без учета величины m_h . При $c \leq 0,5$ К/м погрешностями m_h можно пренебречь.

На основании данных табл. 1 можно вычислить средние значения накоплений случайных погрешностей поправок за рефракцию в нивелирных ходах при различных длинах плеч на станции. Например, составляем для $L=50$ м среднее значение погрешностей на станции с учетом m_h при градиентах температуры от 0,20 до 1,00 К/м $m_{\Delta T}=0,30$ мм, тогда для нивелирного хода длиной 10 км $m=3,0$ мм.

Производя аналогичные вычисления, получаем значения m для различных значений L :

L , мм	70	60	50	40	30	20
m , мм	5,8	4,2	3,0	1,9	1,0	0,4
Δr , мм	65	48	33	21	12	5

Поправки за рефракцию Δr вычислены по формуле (7) для средних градиентов температуры $c=-0,6$ К/м.

Таким образом, средние значения средних квадратических случайных погрешностей поправок за рефракцию при $c=-0,6$ К/м в ходах нивелирования длиной 10 км колеблются в пределах от 0,4 мм до 6,0 мм для L от 20 м до 70 м, что составляет $\sim 10\%$ от значений поправок. Поправка за рефракцию при $L=50$ м равна ~ 30 мм.

Рассмотрим накопление систематических погрешностей поправок за рефракцию в нивелирных ходах, зависящих, в основном, от закона изменения температуры с высотой при различных стратификациях, т. е. от изменения степени эквивалентных высот b . Используем результаты экспериментальных наблюдений, выполненных в 1979 г. на геодезическом полигоне Львовского сельхозинститута [3].

На отдельной станции нивелирования с длинами визирных лучей $L=50$ м высокоточными нивелирами измеряли превышения и температуру на высотах 0,5; 1,6; 2,9 м, а также на высотах 2,7 и 1 м при помощи психрометров и стационарной мачты.

В табл. 2 приведены средние значения результатов наблюдений с 24 по 30 июля на станции нивелирования «Участок 1», расположенной на обочине шоссейной дороги с асфальтовым покрытием. Каждый час измеряли девять-десять превышений и разностей температуры ΔT . Измеренную рефракцию $\Delta_{\text{изм}}$ определяли как разность превышений, полученных длинным и коротким лучом (16,6 м).

Из табл. 2 следует, что вычисленные поправки за рефракцию по формуле (7) для неустойчивой стратификации при градиентах температуры на высоте 1 м $\Delta T > 0,5$ К/м занижены по сравнению с $\Delta r_{\text{изм}}$ примерно в 1,4 раза.

Поэтому при сильно неустойчивой температурной стратификации поправки за рефракцию необходимо вычислять по формуле (6), принимая $b = -4/3$.

Аналогичные экспериментальные наблюдения выполнены с 06 по 11.08.79 г. на станции нивелирования «Участок 2» [3]. Высоты визирных лучей у задней и передней рейки прибора соответственно равны 0,8, 1,6 и 2,5 м. Результаты этих наблюдений и исследований приведены в табл. 3.

Таблица 2
Значения поправок за нивелирную рефракцию (участок 1)

Время, ч	ΔT , К/м	$\Delta r_{изм}$	$\Delta r_{выч}$ при $b = -1$	$\Delta r_{выч}$ при $b = -4/3, -2/3$
6,00	0,22	-0,04	-0,10	-0,06
8,00	-0,22	0,17	0,13	0,19
10,00	-0,40	0,26	0,22	0,32
12,00	-0,62	0,41	0,34	0,50
14,00	-0,73	0,54	0,36	0,53
16,00	-0,58	0,31	0,28	0,41
18,00	-0,30	0,16	0,16	0,24
20,00	0,08	0,00	-0,02	-0,01
Среднее	—	0,23	0,17	0,26

Из данных табл. 3 видим, что вычисленные поправки за рефракцию при $b = -1$ могут приводить, как и значения поправок на «участке 1», к накоплению в ходах нивелирования остаточных систематических погрешностей, особенно для сильно неустойчивой стратификации.

Таблица 3
Значения поправок за нивелирную рефракцию (участок 2)

Время, ч	ΔT , К/м	$\Delta r_{изм}$, мм	$\Delta r_{выч}$, мм при $b = -1$	$\Delta r_{выч}$, мм при $b = -4/3, -2/3$
6,00	0,11	0,05	-0,05	-0,03
8,00	-0,30	0,12	0,16	0,22
10,00	-0,39	0,22	0,21	0,29
12,00	-0,51	0,33	0,26	0,36
14,00	-0,60	0,48	0,31	0,42
16,00	-0,50	0,25	0,24	0,33
18,00	-0,22	0,10	0,12	0,16
20,00	0,18	0,02	-0,08	-0,05
Среднее	—	0,20	0,15	0,21

точных систематических погрешностей, особенно для сильно неустойчивой стратификации.

Полученные из двух таблиц за весь светлый период суток средние значения измеренных и вычисленных поправок Δr на

станции соответственно равны 0,22; 0,16 и 0,24. Отсюда остаточное значение систематической погрешности на станции поправок за рефракцию, вычисленных по формуле (7), равно $\sim 0,06$ мм, что превышает для 1 класса допуск действующей Инструкции в ~ 10 раз.

В связи с этим при использовании метеорологического метода необходимо учитывать остаточные систематические влияния путем вычисления поправок за рефракцию по формуле (6), принимая значения степени эквивалентных или средних высот b равными $-4/3$ и $-2/3$ соответственно для неустойчивой и устойчивой температурной стратификации.

1. Джуман Б. М., Павлив П. В., Стацишин И. И. Метод определения нивелирной рефракции // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1979. Вып. 30. С. 66—69. 2. Изотов А. А., Пеллинен Л. П. Исследования земной рефракции и методов геодезического нивелирования // Тр. ЦНИИГАиГ. 1955. Вып. 102. С. 175. 3. Стацишин И. И. Разработка и исследование методов учета нивелирной рефракции в турбулентной атмосфере: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Львов, 1983.

Статья поступила в редакцию 27.04.90