кий прибор—среда» и оценки работоспособности геодезиста, но и для профотбора и, в первую очередь, для обучения и совершенствования уровня подготовки геодезистов. Известно *, что профессиональная подготовка геодезистов включает профессиональную ориентацию (на начальном этапе), профессиональный отбор, обучение, приобретение умений и навыков, совершенствование профессиональной подготовки с учетом индивидуальных психофизиологических особенностей каждого специалиста, формирование навыков работы в коллективе.

В процессе профессионального отбора проверяется соответствие характеристик данной личности требованиям, предъявляемым к геодезической деятельности. Полученные результаты можно использовать на всех этапах профессионального отбора. На первом этапе производится отбор по медицинским показателям. Основное внимание уделяется проверке зрительного анализатора. На втором — определяется пригодность психологических, мотивационных особенностей отдельных личностей к предстоящей геодезической деятельности. Третий этап необходим для контроля правильности выполненного отбора и осуществляется обычно уже в процессе работы или обучения.

Приведенную методику и полученные результаты можно использовать для профессиональной подготовки и переподготовки геодезистов с применением различных тренажеров. В частности, перед выполнением высокоточных инженерно-геодезических работ в сложных условиях можно осуществить так называемую «антистрессовую» подготовку геодезистов, что позволит при выполнении работ избежать грубых ошибок и переделок работы, повысить работоспособность геодезиста, сократить время и, в целом, повысить производительность труда.

Статья поступила в редколлегию 10. 02.86

УДК 528.412

З. Р. САВЯК, И. И. КОВАЛИВ

ТОЧНОСТЬ ЛИНЕЙНОЙ ЗАСЕЧКИ ПО ТРЕМ ИСХОДНЫМ ПУНКТАМ И ТОЧКА ЛЕМУАНА

В связи с массовым применением светодальномеров и радиодальномеров в наземной геодезии и лазерных измерений для определения положений и орбит ИСЗ интерес к линейной засечке значительно возрос.

Установлено, что при равенстве относительных погрешностей измерения линий характер изменения точности линейной засечки одинаков с прямой угловой [4, 7].

Построены номограммы для графической оценки точности положения пункта линейной засечки по двум [8] и трем [5] исходным пунктам. Авторы [3] разработали общую теорию пространственной линейной засечки, где плановая погрешность определяется через высоты исходного треугольника.

А. В. Буткевич показал, что положение пункта, определяемое по трем расстояниям, выгоднее при углах засечки 120°, если пункт находится внутри исходного треугольника и при углах 60 и 120 (240°), если пункт находится вне исходного треугольника [1]. М. С. Урмаев приводит новые алгоритмы вычисления геодезических координат пунктов из линейных пространственных засечек [6].

Настоящая работа посвящена точности линейной засечки по трем исходным пунктам и нахождения выгоднейшего положения искомого пункта в общем случае для любой формы исходного треугольника при определении планового положения пунктов.

Пусть измерены расстояния s_i от исходных пунктов $A_i(x_i, y_i, z_i)$, где $i=1, 2, 3$ до определяемого пункта p (x_p, y_p, z_p). Тогда справедлива зависимость

$$s_i = (x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2 + (z_i - z_p)^2. \qquad (1)$$

Система (1) имеет единственное решение при выполнении двух условий:

1) исходные пункты не совпадают;
2) исходные пункты не лежат на одной прямой.

Пусть $z=\text{const}$, тогда, решая систему (1) относительно x_p и y_p, получаем

$$x_p = \frac{1}{2}\,\frac{(y_2 - y_3)(x_1^2 + y_1^2 - s_1^2) + (y_3 - y_1)(x_2^2 + y_2^2 - s_2^2) + (y_1 - y_2)(x_3^2 + y_3^2 - s_3^2)}{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)},$$

$$y_p = \frac{1}{2}\,\frac{(x_3 - x_2)(x_1^2 + y_1^2 - s_1^2) + (x_1 - x_3) \times (x_2^2 + y_2^2 - s_2^2) + (x_2 - x_1)(x_3^2 + y_3^2 - s_3^2)}{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)}. \qquad (2)$$

При засечке по трем пунктам в (2) знаменатель не равен нулю и по модулю численно равен учетверенной площади исходного треугольника.

Для случая $m_s=\text{const}$ без учета погрешностей исходных данных в (2) координаты определяемого пункта — функции от измеренных линий, т. е.

$$x_p=f(s_1, s_2, s_3), \; y_p=\varphi(s_1, s_2, s_3). \qquad (3)$$

* *Полищук Ю. В.* Геодезическая эргономика. М., 1983.

Среднюю квадратическую погрешность $m_p^2 = m_x^2 + m_y^2$ определяемого пункта получим по известной формуле из теории погрешностей:

$$m_p^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial s_1}\right)^2 m_s^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial s_2}\right)^2 m_s^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial s_3}\right)^2 m_s^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial s_1}\right)^2 m_s^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial s}\right)^2 m_s^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial s_3}\right)^2 m_s^2 = m_s^2 \frac{s_1^2 a_1^2 + s_2^2 a_2^2 + s_3^2 a_3^2}{4F^2}, \tag{4}$$

где a_i — стороны исходного треугольника, лежащие против вершин A_i; F — площадь исходного треугольника.

Перепишем (4) в таком виде:

$$m_p^2 = K^2 m_s^2, \tag{5}$$

где

$$K^2 = \frac{s_1^2 a_1^2 + s_2^2 a_2^2 + s_3^2 a_3^2}{4F^2}. \tag{6}$$

Поскольку $m_s = \text{const}$, для практического исследования распределения m_p необходимо и достаточно исследовать распределение коэффициента K.

Подставляя в (6) зависимость (1), получаем

$$K^2 = \frac{A}{4F^2}\left[(x_p - x_L)^2 + (y_p - y_L)^2 + (z_p - z_L)^2 + M\right], \tag{7}$$

где

$$x_L = \frac{a_1^2 x_1 + a_2^2 x_2 + a_3^2 x_3}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}, \quad y_L = \frac{a_1^2 y_1 + a_2^2 y_2 + a_3^2 y_3}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2},$$

$$z_L = z_i = 0; \tag{8}$$

$$M = \frac{EA - B^2 - C^2 - D^2}{A^2}; \tag{9}$$

$$A = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2, \quad B = a_1^2 x_1 + a_2^2 x_2 + a_3^2 x_3,$$
$$C = a_1^2 y_1 + a_2^2 y_2 + a_3^2 y_3, \quad D = 0,$$
$$E = a_1^2 (x_1^2 + y_1^2) + a_2^2 (x_2^2 + y_2^2) + a_3^2 (x_3^2 + y_3^2). \tag{10}$$

Исследование (7) показывает, что K, а следовательно и m_p принимают минимальные значения при $x_p = x_L$; $y_p = y_L$; $z_p = z_L$. Подставляя (8), (9) в (7) с учетом (10), выражаем $K_{\min}$ через стороны исходного треугольника:

$$K_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a_1 a_2 a_3}{F\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}. \tag{11}$$

Исследование (11) показывает, что $K_{\min}$ зависит только от формы треугольника, а не от его величины, т. е. для подобных треугольников $K_{\min} = \text{const}$; при $\lim\limits_{a_i \to 0} F = 0$ имеем неопределенность K, поскольку в точку может превратиться треугольник любой формы, если $a_i \to 0$; из всех возможных форм исходного треугольника равностороннему треугольнику соответствует наименьший $K_{\min} = 1{,}15$. Методами элементарной математики нетрудно показать, что точка $L(x_L, y_L, z_L)$ является точкой Лемуана [2] * исходного треугольника.

Поверхности уровней K из (7) представляют собой концентрические сферы с центром в точке Лемуана $L(x_L, y_L, z_L)$, причем большему m_p соответствует сфера большего радиуса. Точка Лемуана соответствует точке минимума по [3], а также для равностороннего треугольника по [1].

Физический смысл точки Лемуана заключается в том, что точка Лемуана — центр тяжести плоской однородной сложной фигуры, образованной из трех квадратов, построенных на сторонах исходного треугольника, центры тяжести которых совмещены с соответствующими противолежащими вершинами. Из физического смысла можно легко оценить местоположение точки Лемуана любого исходного треугольника.

Если минимальная погрешность не превышает допустимую $m_p \leqslant m_{p\,\text{доп.}}$, то, подставляя (7) в (5), находим допустимую область измерений, представляющую собой шар радиусом

$$R_{\text{доп}} = \frac{\sqrt{4(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) F^2 \frac{m_{p\,\text{доп}}}{m_s} - 3a_1^2 a_2^2 a_3^2}}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \tag{12}$$

с центром в точке Лемуана исходного треугольника.

Поверхности уровней x или y или z представляют собой семейство двухполосных гиперболоидов вращения относительно осей, проходящих через точку Лемуана исходного треугольника и параллельных оси OK с общими асимптотами линий вращения соответственно и минимальными удалениями от точек Лемуана на величину $K_{\min}$, определяемую по формуле (11).

Сечения поверхностей уровней x, y или z плоскостями $K = \text{const}$ образуют семейства окружностей, проекции которых на плоскости, параллельные или перпендикулярные плоскости исходного треугольника, представляют собой концентрические окружности с центрами, проектирующимися в точку Лемуана.

Таким образом, из определения плановых координат линейной засечкой по трем исходным пунктам, если $m_s = \text{const}$, следует:

* Точка Лемуана есть точка пересечения симедиан треугольника. Симедиана треугольника — прямая, симметричная медиане относительно биссектрисы внутреннего угла при вершине треугольника, делящая противоположную сторону внутренним образом на части, пропорциональные квадратам прилегающих сторон [2].

1. Для всех определяемых пунктов в пространстве минимальной погрешности соответствует точка Лемуана внутри исходного треугольника.

2. Большему расстоянию определяемого пункта от точки Лемуана соответствует большая погрешность.

3. Минимальная погрешность зависит только от формы исходного треугольника и не зависит от его величины.

4. Наименьшее значение $K_{min}=1{,}15$ достигает погрешность в равностороннем треугольнике.

5. Всем пунктам, лежащим на сферах с центром в точке Лемуана, соответствуют одинаковые погрешности.

6. Допустимая область измерений ограничена сферой радиусом $R_{доп}$ из (12) с центром в точке Лемуана.

1. *Буткевич А. В.* Об уравнивании линейных засечек // Геодезия и картография. 1959. № 1. С. 21—31. 2. *Зетель С. И.* Новая геометрия треугольника. М., 1962. 3. *Йордан В., Эггерт О., Кнейсель М.* Руководство по геодезии. М., 1971. Т. 6. 4. *Лютц А. Ф.* Разбивка крупных сооружений. Основные положения. М., 1952. 5. *Маркуш Б.* О точности линейной засечки // Геодезия и картография. 1980. № 2. С. 54—56. 6. *Урмаев М. С.* Прямые методы вычисления геодезических координат по результатам пространственных линейных засечек // Изв. вузов. Геодезия и картография. 1985. № 5. С. 3—11. 7. *Хмелевский Ю. С.* Графическая оценка точности угловых и линейных засечек // Геодезия и картография. 1979. № 12. С. 23—24. 8. *Хмелевский Ю. С.* Графическая оценка точности линейной засечки по двум пунктам // Геодезия и картография. 1980. № 2. С. 54—56.

Статья поступила в редколлегию 17. 04. 86

УДК 528.11+519.654+528.06:519.2

А. Н. СУХОВ

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ АСПЕКТЫ НАДЕЖНОСТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Одна из проблем малой выборки — характеристика надежности геодезических измерений. Основным показателем качества выполненных измерений, как известно, является средняя квадратическая погрешность, которая при малом числе измерений может быть оценкой смещенной, не отражающей собой структуру измерительного процесса.

В этой связи в статье сделана попытка наделить измерение целенаправленным динамическим процессом и ввести в рассмотрение характеристики надежности, названные стабильностью и напряжением измерения.

На основе этих положений рассмотрим вероятность выполнить путем измерений запроектированные функции, когда напряжения, возникшие в результате измерения, превышают прочность.

Определяя измерение с кибернетической точки зрения, можно сказать, что структура измерения — это организация целого,

т. е. измерительного процесса из отдаленных элементов (факторов, составляющих условия измерения).

Одной из важнейших характеристик геодезических измерений является количественный показатель степени их стабилизации. Для оценки качества измерения необходимо иметь достаточно ясные представления о процессах деградации накапливаемого измерительного материала под влиянием аномальных результатов и о процессах восстановления структуры измерения до определенных норм.

Степень стабилизации λ измерения можно определить как меру объединения случайных факторов в оптимальном режиме. В то же время указанное объединение надо понимать как разделение «полномочий» внутри условий измерения. Для каждой пары случайных факторов степень стабилизации можно измерять отношением объема возмущающих погрешностей одного фактора к объему возмущающих погрешностей другого фактора, т. е.

$$\lambda = V_i/V_{i+1}. \qquad (1)$$

Объемы возмущающих погрешностей оценивают количеством информации, содержащейся в каждом факторе.

Наряду с показателем точности геодезических измерений не менее важной характеристикой является надежность измерительного процесса. Это особенно важно для малой выборки, где параметр точности, выраженный числом, может терять смысловое значение.

Показателем надежности измерений, подверженных действию нестационарных случайных влияний, является вероятность того, что в процессе измерения случайные погрешности превысят хотя бы однажды ее предельное значение.

В соответствии с этим устанавливается условие, согласно которому измерение должно выполнять запроектированные свойства

$$u=X-x. \qquad (2)$$

Тогда выражение

$$R=P(u>u_{пред}) \qquad (3)$$

обусловливает вероятность того, что измерение в определенной области не выполняет свои функции. Исходя из этого, параметры выражения (2) можно определить следующим образом: X — стабильность измерения. Она характеризуется выборочными оценками совокупности, имеющими случайный характер распределения; x — напряжение, возникающее в процессе измерения вследствие неблагоприятного взаимодействия факторов условий измерения. Оно характеризуется появлением уклоняющихся результатов.

Выражение (2) может соответствовать самым различным условиям, обусловливающим надежность измерения, например, непревышение выборочными характеристиками их предельных значений для данных условий измерения; непревышение уклоняющихся результатов предельно допустимых величин; степень несоответствия эмпирического распределения гипотетическому. Предполагая