

СПОСОБ УРАВНИВАНИЯ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КВАЗИЭФФЕКТИВНЫХ ОЦЕНОК МНК

Для наблюдений за осадками массива инженерных сооружений необходимо создание единой нивелирной сети с большим числом связей. Если продолжительность цикла значительна и, кроме того, территория подвержена выраженным воздействиям короткопериодических сезонных вариаций, например, уровня грунтовых вод, то уравнивание наблюдений в цикле по обычной методике метода наименьших квадратов (МНК) приводит к распределению по сети погрешностей наблюдений, допущенных в отдельных ходах, и нивелированию влияний сезонных вариаций на основания сооружений.

Особенностью наблюдений за вертикальными деформациями конструктивно не связанных между собой зданий является стремление определить с наибольшей точностью превышения марок, расположенных на одном здании, в сравнении с превышениями для марок на разных зданиях.

В этом случае следует организовать наблюдения и обработку их результатов таким образом, чтобы точность, достигнутая при нивелировании осадочных марок на одном здании, не понижалась за счет погрешностей, допущенных на других участках сети и чтобы эти погрешности локализовались в связях между зданиями.

Методика построения, уравнивания и оценки точности одноклассной нивелирной сети, приводящая к решению такой задачи, реализуется следующей программой:

1. Нивелирование осадочных марок по отдельным группам конструктивно связанных зданий замкнутыми ходами с целью образования первичных полигонов, невязки которых содержат лишь погрешности измерений.

2. Соединение первичных полигонов связующими ходами и привязка к опорным реперам с целью получения системы вторичных полигонов с узловыми точками, невязки которых содержат как погрешности измерений в ходах, образовавших полигон, так и влияние внешних факторов на отметку здания по высоте.

3. Уравнивание и оценка точности.

Очевидно первый и второй пункты пояснений не требуют. Рассмотрим третий.

Уравнивание первичных полигонов состоит в вычислении поправок

$$v_{i,j} = -\omega_i/n_i, \quad j = 1, 2, \dots, n_i-1 \quad (1)$$

и введении их в измеренные превышения $h_{j,j+1}$, где i — номер полигона; ω , n — невязка и число штативов соответственно; j — порядковый номер осадочной марки.

Превышения

$$h'_{j,j+1} = h_{j,j+1} + v_{i,j} \quad (2)$$

принимаем за окончательные, которые каким-либо изменениям в процессе последующего уравнивания не подлежат.

Точность положения марки j относительно начальной в полигоне определяем по формуле

$$m_j = \mu_1 V \bar{n}_j, \quad (3)$$

где средняя квадратическая погрешность штатива

$$\mu_1 = \sqrt{\left[\frac{\omega^2}{n} \right] / N_1}, \quad (4)$$

N_1 — число первичных полигонов.

В первичных полигонах μ_1 равна значению средней квадратической погрешности после уравнивания. Действительно, так как один первичный полигон дает одно избыточное измерение, то, учитывая формулу (1) и полагая $p=1$, получаем

$$\mu_{1\text{up}} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{r}} = \sqrt{\frac{n_1 \left(-\frac{\omega_1}{n_1} \right)^2 + n_2 \left(-\frac{\omega_2}{n_2} \right)^2 + \dots}{N_1}} = \sqrt{\left[\frac{\omega^2}{n} \right] / N_1}, \quad (5)$$

где r — число избыточных измерений. Коэффициент n_i в числителе под радикалом показывает число поправок v_j в полигоне с номером i .

Сеть вторичных полигонов состоит из N_2 полигонов, K узловых точек, S — ходов. Ход — сторона вторичного полигона между узловыми точками — может состоять из уравненного на первом этапе первичного полигона, его элемента, связующего хода либо комбинации перечисленных элементов. Чтобы поправки из уравнивания отличались от нуля лишь в связующих ходах, положим веса ходов, образованных из первичных полигонов аномально большими, например, на два порядка в сравнении с весами связующих ходов и воспользуемся обычным алгоритмом уравнивания МНК.

Уравненные отметки H_i узловых точек и их средние квадратические погрешности m_i используем для распространения единой системы высот по сети

$$H_{ij} = H_i + \sum_{s=1}^{j-1} h_{i,s,s+1},$$

$$i = 1, 2, \dots, k; \quad j = 1, 2, \dots, n_i - 1 \quad (6)$$

и оценки точности

$$m_{H_{ij}} = \sqrt{m_i^2 + \mu_1^2 n_j}, \quad (7)$$

где

$$m_i = \mu \sqrt{1/P_i}, \quad (8)$$

$$\mu_2 = \sqrt{\frac{[pv'^2]}{S-K}}, \quad (9)$$

v' — поправки в связующие ходы из уравнивания вторичных полигонов.

Таким образом, точность определения вертикальной деформации сооружения характеризуется формулой (3), а передачи высот по сети — формулой (7), которые приводят к существенно различным значениям из-за слагаемого m_i^2 . Рассмотрим особенности в поведении m_i . Так как при уравнивании невязки вторичных полигонов распределяются лишь на связующие ходы, состоящие, как правило, из 1—2 штативов, то абсолютные значения поправок v'' могут оказаться значительно больше, чем v' , соответствующие общепринятой методике уравнивания; стороны предварительно уравненных первичных полигонов небезошибочны и их остаточные погрешности способом назначения весов переводятся в систематические, поэтому появляется неравенство *

$$[pv'^2] \geq [pv''^2] = \min. \quad (10)$$

Известно, что нарушение основного принципа МНК ведет к потере эффективности оценок.

Рассматривая (10) как предел, к которому следует стремиться, оценим допустимую границу неравенства в (10) сверху, при которой еще можно пользоваться результатами уравнительных вычислений.

Пусть поправки v'' — совокупность величин, содержащих случайную и неслучайную компоненту, а разность $(S-K)$ — число степеней свободы. Интервал практически допустимых эмпирических значений дисперсии $\tilde{\sigma}^2$ случайной величины оценивается формулой (1).

$$P\left(\frac{\sigma^2 \chi_i^2}{k} < \tilde{\sigma}^2 < \sigma^2 \frac{\chi_i^2}{k}\right) = 1 - q/100, \quad (11)$$

где k — число степеней свободы; χ^2 — распределение Пирсона; q — уровень значимости, %.

В (11) точное значение дисперсии σ^2 неизвестно. Приближенную оценку σ^2 получим на основании следующих соображений. Средняя квадратическая погрешность единицы веса, найденная по невязкам замкнутых фигур, больше либо равна ее аналогу из уравнивания, принимаемого в качестве эмпирической характеристики σ . Формула среднего отношения весов измеренных величин к весам уравненных дает возможность получить приближенную, но практически достаточно удовлетворительную оценку при любом законе распределения случайных величин [3]:

$$(P/p)_{cp} = S/K = \mu_{izm}^2 / \mu_{up}^2, \quad (12)$$

* Вывод об увеличении дисперсии единицы веса за счет мешающего параметра имеется в [2].

где P , p — веса уравненных и измеренных величин K ; S — число необходимых измеренных величин.

Полагая

$$\mu_{\text{изм}} = \mu_{\omega} = \sqrt{\left[\frac{\omega^2}{n}\right]/N}, \quad (13)$$

найдем

$$\mu_{\text{ур}} = \sqrt{K/S} \mu_{\omega}, \quad (14)$$

квадрат которой и примем в качестве приближенной оценки σ^2 .

Теперь интервал практически допустимых значений эмпирической средней квадратической погрешности $\mu^2 = \tilde{\sigma}$ при уровне значимости $q=5\%$ по формуле (11) будет

$$\left[\chi(1 - q/2, S - K) \sqrt{\frac{K}{S(S-K)}} \mu_{\omega}, \chi(q/2, S - K) \sqrt{\frac{K}{S(S-K)}} \mu_{\omega} \right]. \quad (15)$$

В данном случае интерес представляет лишь верхняя граница значений μ_2 . Поэтому можем записать

$$\mu_2 = \chi(0,025, S - K) \sqrt{\frac{K}{S(S-K)}} \mu_{\omega}; \quad (16)$$

$$\mu \leq \mu_2. \quad (17)$$

Оценку μ назовем квазиэффективной.

Невыполнение этого условия рассматриваем как признак наличия в сети вторичных полигонов значительных систематических погрешностей, приводящих к недопустимому нарушению принципа $[pv^2] = \min$. Предполагается, что предварительный контроль выявления систематических погрешностей в ходах первичных полигонов, например разностей двойных измерений [3], выполнен и соответствующие поправки при необходимости введены еще до подсчета невязок по вторичным полигонам.

Смещение оценок μ_2 и H_i рассмотрим на примере простой нивелирной сети (рис. 1), взятой из [4]. Уравнивание выполнено по шести вариантам назначения весов измеренных превышений. Первый вариант соответствует стандартной схеме уравнивания $p_1=1,2$, $p_2=0,9$, $p_3=1,1$, $p_4=1,5$, $p_5=0,9$, $p_6=0,7$, $p_8=1,1$, $p_9=1,0$; второй — $p_5=100$; третий — $p_2=100$; четвертый — $p_2=p_5=100$; пятый — $p_3=p_8=p_9=100$; шестой — $p_2=p_4=p_6=100$.

По каждому варианту получены $[pv^{2''}]$, μ_{ω} , μ_2 , H_i и смещения $\delta H_{\text{ср}}$ относительно H_i в первом варианте.

На основании проведенных вычислений сделаны следующие выводы:

1. Сумма $[pv^{2''}]$ по первому варианту оказалась наименьшей.
2. При одинаковом числе сторон с назначенными аномально большими весами сумма $[pv^{2''}]$ наибольшая в том варианте, в котором аномальный вес приписан стороне полигона, получающей

существенную поправку из уравнивания по основному варианту, и возрастает незначительно, если поправка мала.

3. Смещение уравненных отметок H_i в среднем по сети не существенно, если μ удовлетворяет условию (17).

4. Оценку μ , не удовлетворяющую условию (17), можно уменьшить, если измеренные превышения, получившие большие поправки из уравнивания, исправить и повторить уравнивание, не меняя при этом систему назначенных весов.

Используем полученные результаты при уравнивании производственной нивелирной сети (рис. 2) по трем циклам наблюдений. Связующих ходов и сторон вторичных полигонов в сети, не подлежащих уравниванию, оказалось 64 и 32 соответственно.

После уравнивания восемь связующих ходов получили $v^{2''}$ по абсолютной величине в пределах $2 \dots 4$ мм, остальные $0 \dots 2$ мм, т. е. большие поправки локализовались в 12% связей между зданиями. Величины μ в двух последних циклах превзошли расчетные μ_2 .

Исправляя измеренные превышения по восьми связующим ходам найденными поправками и повторив уравнивание, получим μ , которые имеют существенно меньший порог оценки. Смещения δH_{cp} оказались не более 0,25 мм. Точность первичных полигонов и μ сети вторичных полигонов получилась существенно различ-

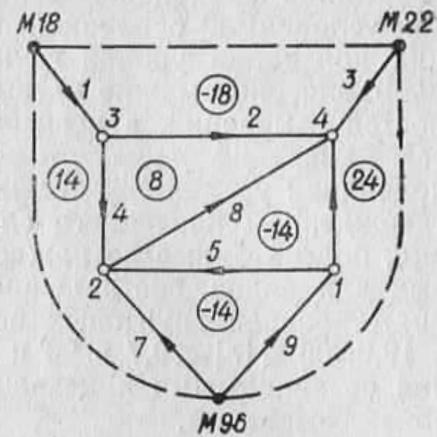
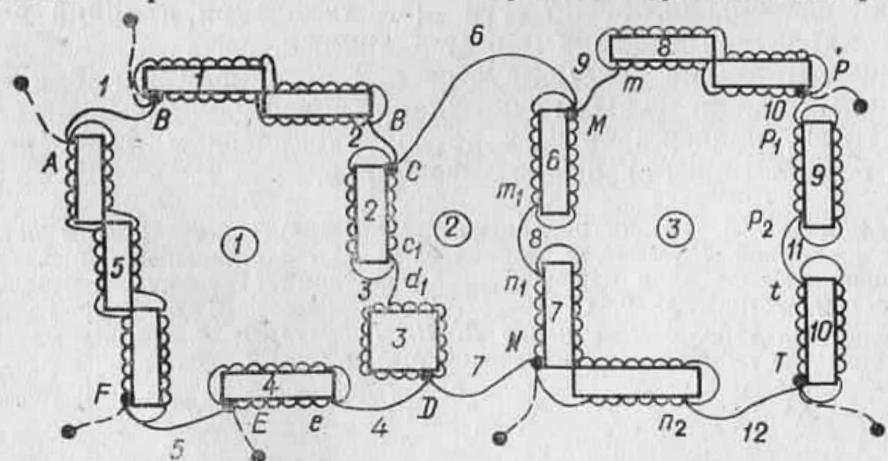


Рис. 1. Схема простой сети.
○ — определяемые марки; 24 — невязки.



ной: 0,27, 0,26, 0,26 и 1,03, 0,98, 0,76 мм/шт. соответственно. Причина следующая: нивелирование каждого первичного полигона выполнялось в течение 2, ..., 3 ч, в то время как измерения превышений по сторонам вторичных полигонов в некоторых случаях относились к разным (до 5 сут) датам. Продолжительность цикла составляла 10 сут.

Здания расположены на территории со сложными грунтовыми условиями, основания подвержены воздействию периодических колебаний уровня грунтовых вод. Поэтому невязки первичных полигонов можно рассматривать как следствие лишь погрешностей измерений, а невязки вторичных полигонов — погрешностей измерений и нескомпенсированного влияния периодических колебаний уровня грунтовых вод на основания фундаментов. Подтверждением последнего служат коэффициенты парной корреляции, подсчитанные по каждому зданию (всего 73), значения которых для рядов, составленных по измеренным осадкам и колебаниям уровней грунтовых вод в скважинах оказались: $|r| \geq 0,7$ в 19, 0, $0,5 \leq |r| < 0,7$ в 26 и $|r| < 0,5$ в 28 случаях. При этом здания со значимыми и незначимыми коэффициентами r иногда перемежевываются.

Так как погрешность отметок узловых точек при данной методике раздельного уравнивания не влияет на точность определения деформаций зданий, расположенных между ними, а лишь на точность вывода средней осадки сооружения, то ясно, что μ может быть грубее чем μ_1 , используемая в (3) при оценке деформации.

Таким образом, применяя предлагаемую схему наблюдений и уравнивания добиваемся разделения точностных характеристик сети на две части — для оценки деформации зданий μ_1 и передачи системы высот по сети μ ; локализации влияний неслучайного характера в связях между зданиями.

Данная методика рекомендуется при организации наблюдений за осадками значительных групп зданий, расположенных на сложных грунтах, подверженных короткопериодическим и непериодическим воздействиям экзогенных факторов.

1. Белугин Д. А. Теория обработки результатов геодезических и астрономических измерений. М., 1984.
2. Бойков В. В. О состоятельности МНК-оценок в геодезических задачах с мешающими параметрами // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1985. № 2. С. 40—47.
3. Большаков В. Д. Теория ошибок наблюдений. М., 1983.
4. Большаков В. Д., Гайдаев П. А. Теория математической обработки геодезических измерений. М., 1977.