

В. М. Гурський, І. В. Кузьо, А. І. Медвідь
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра механіки та автоматизації машинобудування

ОПТИМІЗАЦІЯ ДОВГОВИМІРНИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА СТАТИЧНОЮ МІЦНІСТЮ ТА ЧАСТОТНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

© Гурський В. М., Кузьо І. В., Медвідь А. І., 2017

Наведено задачі визначення оптимальних геометричних і конструктивних параметрів довговимірних конструкцій. Як приклад, прийнято подовгастий профіль складного перерізу, визначено для нього компоненти напруженого стану та власні частоти коливань. Вибір оптимальних параметрів профілю здійснено для реалізації конструкцій із мінімальними еквівалентними напруженнями, а також для забезпечення максимальної динамічної жорсткості. Встановлено, що для визначення еквівалентних напружень у тонкостінних елементах основну складність являє розрахунок дотичних напружень. Для спрощення задачі оптимізації конструктивних параметрів запропоновано частотно-масовий показник. За ним здійснено уточнену оцінку якості конструкції та можливість досягнення якісних властивостей системи за мінімальної маси та високої динамічної жорсткості. Апробовано використання показника на складнішій конструкції вібраційного конвеєра. Для нього розглянуто розрахунок МСЕ власних частот за різних значень конструктивних параметрів. Вибір остаточного варіанта конструкції здійснено за значенням частотно-масового показника.

Ключові слова: тонкостінний профіль, власна частота, напруження, метод скінченних елементів, вібраційний конвеєр, оптимізація.

Problems of determination of optimal geometric and constructive parameters of long-length structures are presented. For example, a longitudinal profile of a complicated section is adopted, its components of the stress state and its own oscillation frequencies are determined. The choice of optimal profile parameters is made for the implementation of structures with minimum equivalent stresses, as well as for ensuring maximum dynamic stiffness. It is established that for the determination of equivalent stresses in thin-walled elements, the basic complexity is the calculation of tangential stresses. To simplify the task of optimizing the design parameters, a frequency-mass criterion is proposed. He carried out a refined assessment of the quality of the design and the ability to achieve qualitative properties of the system at minimum mass and high dynamic rigidity. The use of the criterion on the more complex design of the vibration conveyor has been tested. For him, the calculation of FEM own frequencies for different values of constructive parameters is considered. The choice of the final variant of the design is carried out by the value of the frequency-mass criterion.

Key words: thin-walled profile, natural frequency, stress, FEM, vibration conveyor, optimization.

Вступ. У практиці конструювання питання, що стосуються правильного вибору конструктивних параметрів, є визначальними. Питанням оптимізації машинобудівних конструкцій повинна бути приділена велика увага. Деякі прикладні задачі та їхній аналітичний супровід наведено в [1]. Проте, зважаючи на складність форм та структур багатьох конструктивних елементів, їхнє аналітичне подання є неможливим. Для цього користуються наближеними підходами, але більшою мірою доцільно застосовувати моделі комп'ютерних програмних засобів для проектування та розрахунку на основі методу скінченних елементів.

Часто виникають ситуації, пов'язані із ситуативним вибором тих, чи інших значень конструктивних параметрів, зокрема у разі, коли цей параметр не має розрахункового обґрунтування або ж воно є трудомістким. Керуючись інтуїтивними міркуваннями, не завжди конструкторові вдається “вгадати” певний кінцевий варіант конструкції. Остаточну відповідь можна отримати тільки у разі повного розрахункового аналізу із вивченням кількісної оцінки впливу абстрактно прийнятих значень параметрів на властивості конструкції чи системи. Особливо це стосується довговимірних складених конструкцій та конструкцій зі складними поперечними перерізами. Їх застосовують для різних типів ригелів, каркасів, рам, несучих елементів стелажів, виконавчих елементів тощо. Тому задачі щодо обґрунтування та оптимізації конструктивних параметрів згаданих конструкцій є доволі значущими.

Постановка завдання. Мета роботи – побудувати методику аналізу та вибору оптимальних геометричних параметрів на прикладі двох конструкцій зі складними перерізами на основі сумісного розгляду задач розрахунку міцності та основної (першої) власної частоти коливань. Здійснити оцінку впливу конструктивних параметрів на визначальні характеристики конструкцій – масу, статичну міцність та власні частоти коливань. Визначити остаточний варіант конструкції, що задовольнятиме встановлені вимоги.

Виклад основного матеріалу. Для наведення проблематики дослідження вибрано дві конструкції: 1) довговимірний тонкостінний профіль, навантажений статично; 2) робочий орган вібраційного конвеєра, навантажений динамічно.

1. Оптимізація конструктивних параметрів поперечних перерізів конструкцій з обмеженнями на частотні характеристики та статичну міцність

На рис. 1 зображено базові та змінні геометричні параметри поперечного перерізу $d0$ та $d1$. Матеріал профілю – алюміній 6061.

Вимоги до конструкцій:

1. Висока поперечна динамічна жорсткість за мінімальної маси.
2. Значення напружень згину мінімальні за статично прикладеного рівномірно розподіленого навантаження.

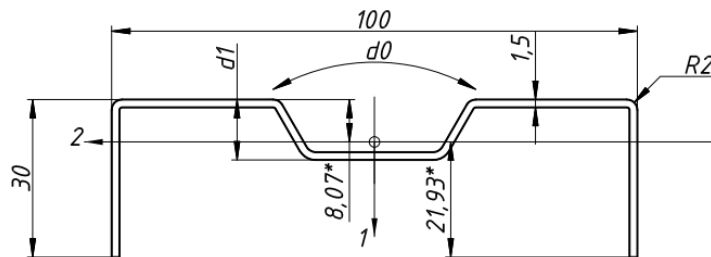


Рис. 1. Конструктивні параметри досліджуваного перерізу

Вважається що конструкція є жорстко закріплена по краях. Значення власної частоти згинальних (поперечних) коливань як системи з розподіленими параметрами визначається за відомою формулою [2]:

$$w_0 = \left(\frac{4,73}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EJ_2}{Ag}},$$

де значення параметрів такі: $g = 2,712 / \text{см}^3$, $E = 68,9 \text{ ГПа}$, $J_1 = 332445 \text{ мм}^4$, $J_2 = 16541,27 \text{ мм}^4$, $A = 249,92 \text{ мм}^2$, $L = 1 \text{ м}$. Приймаючи $d0=60^\circ$ і $d1=10 \text{ мм}$, отримаємо $w_0 / 2p = 146,07 \text{ Гц}$. Маса профілю: $m = gAL = 0,67 \text{ кг}$.

Наближене значення можна отримати за допомогою сучасних систем 3D-проекування та САЕ-аналізу. На рис. 2, а вказано результат моделювання у програмі Autodesk Inventor Pro із значенням власної частоти $w_0 / 2p = 144,25 \text{ Гц}$.

Модель статичного навантаження конструкції показано у вигляді тиску на опорну поверхню величиною $p = 0,01 \text{ МПа}$ (рис. 2, б). Значення напружень за Мізесом у місці закріплення становить $S_{екв} = 59,59 \text{ МПа}$.

Для спрощення задачі аналізу напруженого стану у теоретичній постановці, її зведено до плоского виду (у поздовжній площині) [3] та перевірки міцності перерізу профілю у місці його закріплення.

Розрахункове рівномірно розподілене навантаження q у поздовжній площині профілю визначається так:

$$q = pd = 0,01 \times 2 \times 56 = 560 \text{ Н / м}.$$

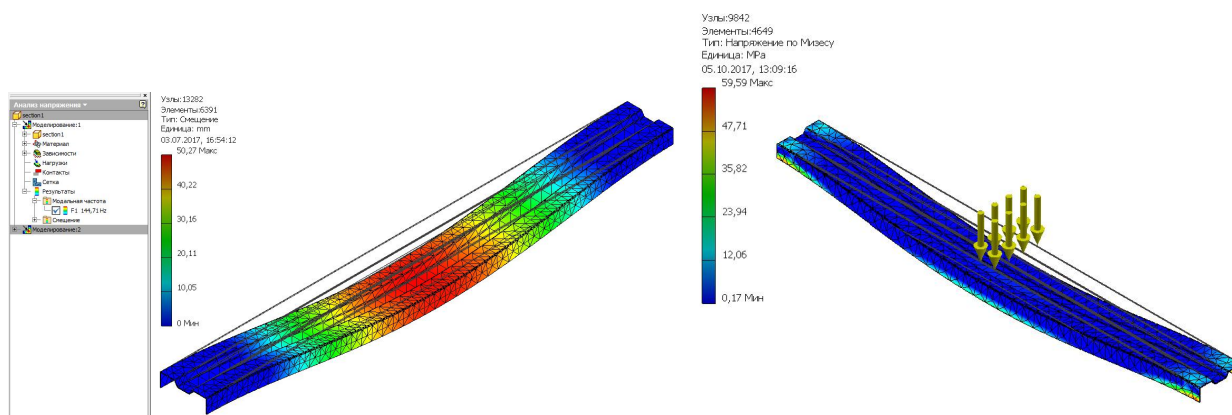


Рис. 2. Перша власна форма згинальних коливань (144,25 Гц) та напруження (59,59 МПа) у защемленому по краях профілю

Значення нормальних та дотичних напружень становитимуть:

$$s = M / W = \frac{qL^2}{12} / \frac{J_2}{s_t} = 61,87 \text{ МПа}, \quad t(t) = QS(t) / dJ_2 = \frac{qL}{2} S(t) / dJ_2,$$

де $d = 1,5 \text{ мм}$ – товщина профілю; $S(t)$ – статичний момент поперечного перерізу, що визначається для кожної ділянки профілю [4]; t – верхня межа інтервалу інтегрування.

Розподіл дотичних напружень показаний на рис. 3. Максимальне значення дотичних напружень становить $t_m = 26,72 \text{ МПа}$. Еквівалентні напруження за Мізесом можуть бути визначені за такою формулою:

$$S_{екв} = \sqrt{s^2 + 3t^2} = 77,27 \text{ МПа}.$$

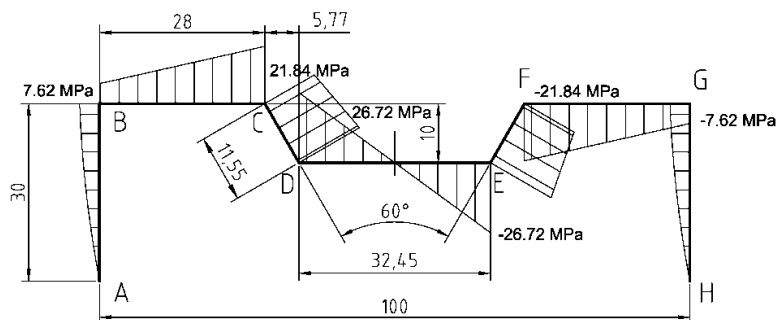


Рис. 3. Розподіл дотичних напружень у стінках тонкостінного профілю

У табл. 2 містяться зведені дані результатів аналітичного та комп'ютерного розрахунків. Максимальну розбіжність у 22,9 % становлять результати розрахунку на міцність. Відхилення у розрахунку міцності пояснюються вибором плоскої розрахункової схеми.

Таблиця 2

Зведені дані розрахунків

| Характеристика | Значення | | Відносна похибка |
|------------------------------|-------------|-------------|------------------|
| | розраховане | модельоване | |
| Власна частота, Гц | 146,07 | 144,71 | 0,9 |
| Еквівалентне напруження, МПа | 77,27 | 59,59 | 22,9 |

Використовуючи процедуру параметричного моделювання у програмі Autodesk Inventor Pro, отримано результати для інших варіаційних параметрів (табл. 3–6). Відповідно до вибраних критеріїв оцінки, вказано екстремальні значення та відповідні їм конструктивні параметри.

Таблиця 3

| Маса, [кг] | | d1, [мм] | | |
|------------|----|--------------|------|------|
| | | 10 | 25 | 30 |
| d0, [deg] | 30 | 0,69 | 0,78 | 0,81 |
| | 50 | 0,66* | 0,75 | 0,78 |
| | 70 | 0,67 | 0,74 | 0,76 |

Таблиця 4

| Частота, [Гц] | | d1, [мм] | | |
|---------------|----|----------|-------|----------------|
| | | 10 | 25 | 30 |
| d0, [deg] | 30 | 141,89 | 178,2 | 195,11* |
| | 50 | 138,66 | 174,2 | 190,665 |
| | 70 | 144,11 | 170,9 | 183,649 |

Таблиця 5

| Еквівалентні напруження, [МПа] | | d1, [мм] | | |
|--------------------------------|----|----------|-------|---------------|
| | | 10 | 25 | 30 |
| d0, [deg] | 30 | 62,□ | 35,6 | 30,86 |
| | 50 | 62,2 | 35,4 | 30,7 |
| | 70 | 59 | 35,8□ | 29,24* |

Таблиця 6

| Частотно-масовий показник, [Гц/кг] | | d1, [мм] | | |
|------------------------------------|----|----------|--------|----------------|
| | | 10 | 25 | 30 |
| d0, [deg] | 30 | 205,64 | 228,54 | 240,88 |
| | 50 | 210,09 | 232,27 | 244,44* |
| | 70 | 215,09 | 230,95 | 241,64 |

* Екстремальні параметри.

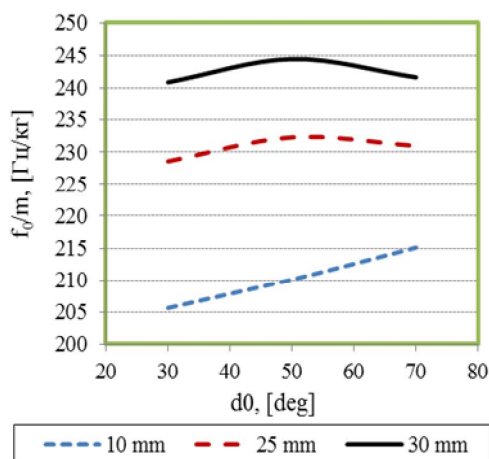


Рис. 4. Графічні залежності частотно-масового показника за різних значень конструктивних параметрів профілю

Важливими є результати розрахунку на статичну міцність та динамічну стійкість, що визнаються оптимальними значеннями для $d_1=30$ мм. Оптимізована за мінімумом еквівалентних напружень $s_{екв} = 29,24$ МПа конструкція буде для $d_0=70^\circ$. Як бачимо, табл. 4 та 5 не дають єдиного оптимального варіанта виконання профілю. Табл. 6 представляє результати для питомого частотно-масового показника (рис. 4) для встановлення конструкції із максимальною динамічною жорсткістю. Це є варіант з параметрами $d_0=50^\circ$, $d_1=30$ мм. Отже, використаний частотно-масовий показник може бути засобом оцінки та вибору оптимальних конструктивних параметрів поперечних перерізів без проведення розрахунків на міцність, трудомістких з погляду визначення дотичних напружень.

2. Оптимізація конструктивних параметрів конструкцій з обмеженнями на масово-інерційні та частотні характеристики

До динамічно навантажених конструкцій висувають особливі вимоги щодо забезпечення їхньої високої жорсткості [5]. Для цього їх тестують [6, 7], а у разі незадовільних результатів підсилюють пластинами та ребрами жорсткості [8]. У показаній на рис. 5 конструкції робочого органа вібраційного конвеєра (рис. 6), що базується на швелері 1 завдовжки 2500 мм, підсиленого боковими пластинами 2 та нижніми поперечними пластинами 3. Мотор-вібратор, частота вимушених коливань якого становить 25 Гц, монтується внизу у центрі конструкції на профільній трубі 3 та пластині 5.

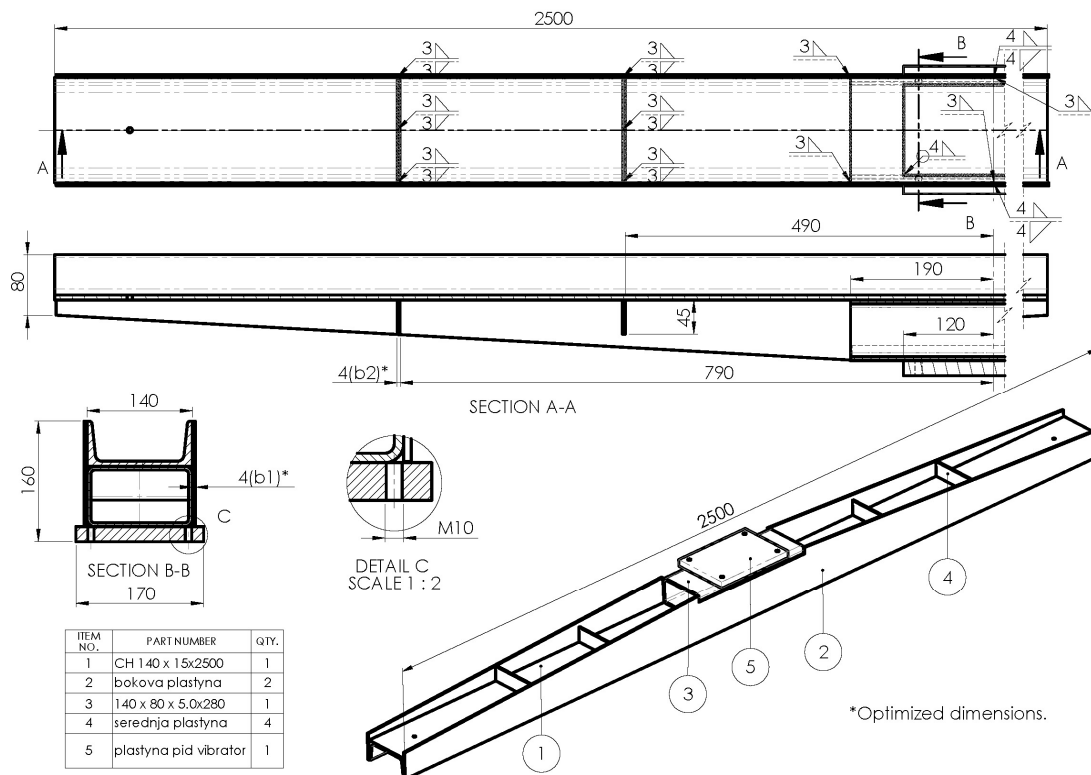


Рис. 5. Конструкція робочої маси вібраційного конвеєра

Провівши попередній аналіз власних частот коливань, доцільність використання пластин 2, ребер 6 та поперечних пластин 3 і 5 мотивується тим, що розрахункове значення частоти власних (поперечних) коливань становитиме 50,475 Гц (рис. 6). Цього недостатньо з погляду динамічної міцності. Умова, що використовується для оцінки власних частот коливань конструкції до частоти збурення, має такий вигляд [5]: $f_0 = (3...4)f$. Тому потрібне значення власної частоти коливань повинно становити не менше $f_{0min} = 75$ Гц.

Постановка оптимізаційної задачі:

- цільова функція:

$$m(b1, b2) \rightarrow \min ,$$

- обмеження на конструктивні параметри:

$$b1 = (4...10) \text{ мм} ,$$

$$b2 = (4...8) \text{ мм} ,$$

- обмеження на власну частоту коливань:

$$f_0(b1, b2) > 75 \text{ Гц} .$$

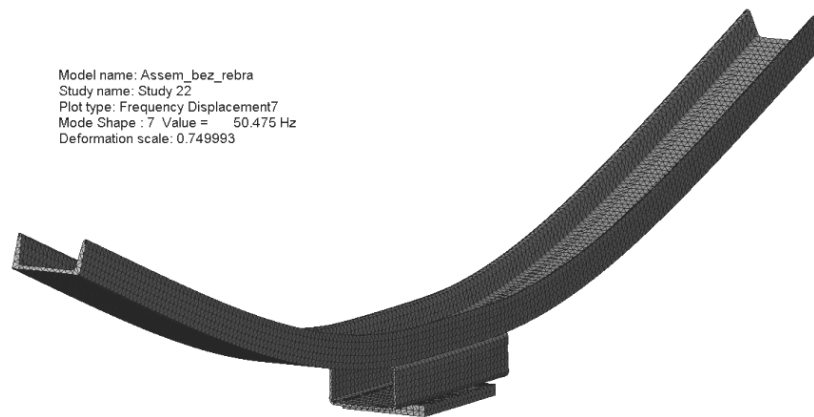


Рис. 6. Визначення першої власної частоти коливань 50,475 Гц транспортувальної частини вібраційного конвеєра для вихідного структурного компонента

Розв'язок задачі здійснено за допомогою параметричного аналізу у програмі SolidWorks Simulation. Програмно реалізовано набір конструктивних параметрів із відповідним кроком, встановлено обмеження на проблемну власну частоту коливань та вибрано цільову функцію. Кількість розрахункових сценаріїв оптимізаційної задачі, встановлених програмою, становить 12 (табл. 7). Усі 12 варіантів конструкції є придатними та задовольняють умови оптимізаційної задачі. Проте немає сенсу вибирати варіант за № 12 із максимальним значенням власної частоти коливань, оскільки він характеризується також максимальним значенням маси робочого органа. Це вимагатиме підвищення затрат потужності мотор-вібратора на приведення його у рух.

Хід оптимізаційного процесу показано у вигляді графіків, що ілюструють зміну вихідних параметрів, обмеження та цільових параметрів. Оскільки власна частота коливань істотно не змінюється, то вибір оптимальної конструкції легко здійснюється за оцінкою її маси. Наочніше це характеризує зміна частотно-масового показника (табл. 7). Цей параметр, що пов'язує цільову функцію з обмеженням, істотніше відтворює процедуру оптимізаційного синтезу. За ним доволі просто здійснити аналіз та вибір оптимального або ж оптимальних варіантів. Тут таким варіантом є 1-й (табл. 7, 8). Загалом згаданий показник може бути кориснішим в умовах динамічної зміни як інерційності конструкції, так і частотного обмеження.

Таблиця 7

Результати оптимізаційної задачі

| № набору | $b1$, [мм] | $b2$, [мм] | m , [кг] | f_0 , [Гц] | f_0/m , [Гц/кг] |
|----------|-------------|-------------|------------|--------------|-------------------|
| 1 | 4 | 4 | 67,86 | 83,841 | 1,24 |
| 2 | 4 | 6 | 68,253 | 83,807 | 1,23 |
| 3 | 4 | 8 | 68,646 | 83,785 | 1,22 |
| 4 | 6 | 4 | 76,537 | 89,997 | 1,18 |
| 5 | 6 | 6 | 76,93 | 89,961 | 1,17 |
| 6 | 6 | 8 | 77,323 | 89,937 | 1,16 |
| 7 | 8 | 4 | 85,214 | 94,242 | 1,11 |
| 8 | 8 | 6 | 85,607 | 94,208 | 1,10 |
| 9 | 8 | 8 | 86,001 | 94,185 | 1,10 |
| 10 | 10 | 4 | 93,892 | 97,335 | 1,04 |
| 11 | 10 | 6 | 94,285 | 97,304 | 1,03 |
| 12 | 10 | 8 | 94,678 | 97,285 | 1,03 |

Таблиця 8

Результати розрахунку робочого органа вібраційного конвеєра

| Конструктивні параметри | | | Цільова функція | Обмеження | Частотно-масовий показник |
|-------------------------|----------------------|------------------|-----------------|--------------|---------------------------|
| позначення | діапазон; крок, [мм] | оптимальні, [мм] | m , [кг] | f_0 , [Гц] | f_0/m , [Гц/кг] |
| b1 | 4...10; 2 | 4 | 67,86 | 83,841 | 1,24 |
| b2 | 4...8; 2 | | | | |

Оптимальним розв’язком задачі виявилась конструкція з розмірами пластин поздовжнього ребра $b1 = b2 = 4 \text{ мм}$. Це забезпечить масу конструкції $m_{opt} = 67,86 \text{ кг}$, а значення власної частоти згинальних коливань – на рівні $f_0 = 83,841 \text{ Гц}$ (рис. 7). Для перевірки статичної міцності реалізовано розрахункову схему із навантаженням 300 Н на кріпильні отвори під вібророзбуджувач. Для фіксації конструкції використано монтажні отвори під віброізолятори. Отримано максимальне еквівалентне напруження величиною 101 МПа , що гарантує працездатність вібраційного конвеєра.

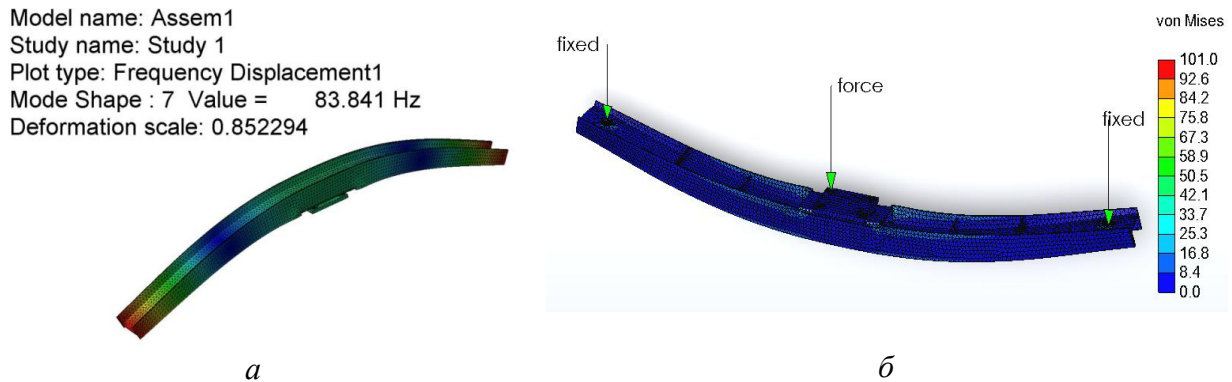


Рис. 7. Частотні характеристики (а) та напруження (б) оптимізованої конструкції робочого органа вібраційного конвеєра

Результат забезпечення високої динамічної жорсткості робочого органа 1 вібраційного конвеєра дає змогу представити остаточне його конструктивне рішення (рис. 8), що включає вібророзбуджувач 2 інерційного типу, гумово-металеві віброізолятори 3 та раму 4.

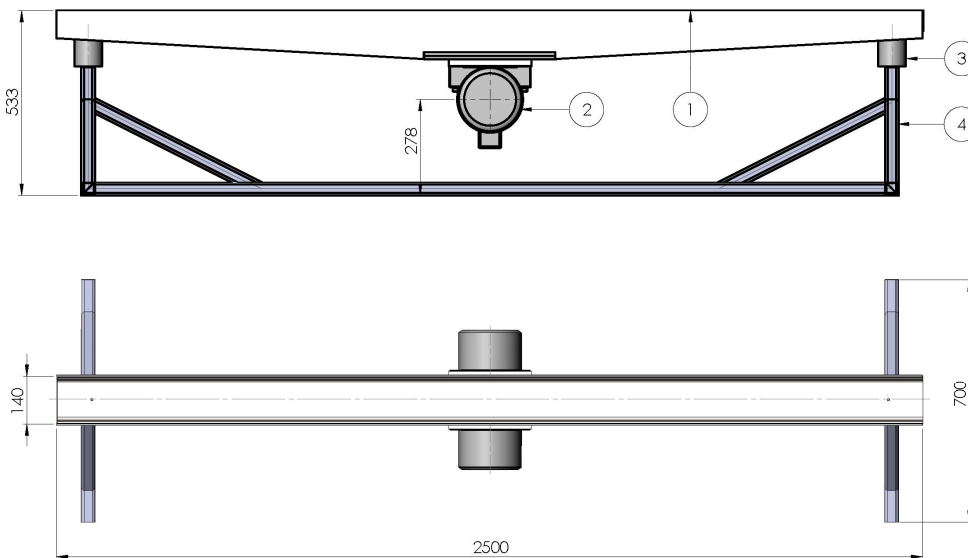


Рис. 8. Конструктивне рішення вібраційного конвеєра

Висновки. Розглянуто методики проектного вибору оптимальних конструктивних параметрів протяжних (довговимірних) конструкцій типу тонкостінний профіль та підсилена конструкція із складним поперечним перерізом на основі задач статичного та частотного аналізу. Обґрунтовано використання задач аналізу власних частот коливань систем із розподіленими параметрами для вибору оптимальних геометричних параметрів разом із задачами аналізу міцності. Вибір параметрів здійснено з використанням частотно-масового показника, що дає змогу уточнити варіант виконання конструкції за кількох можливих. Запропонований підхід доцільний під час використання спеціалізованих систем 3D-проекування та розрахунку на основі методу скінченних елементів, за яким реалізуються конструкції підвищеної поперечної жорсткості.

1. Kulcsár T. *Mathematical optimization and engineering applications* / T. Kulcsár, I. Timár // *Mathematical modeling and computing*. – 2016. – Vol. 3, No. 1. – P. 59–78. 2. Harris C. M. *Harris' shock and vibration handbook* / C. M. Harris, A. G. Piersol. – New York: McGraw-Hill, 2002. 3. *Справочник по сопротивлению материалов* / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев; отв. ред. Г. С. Писаренко. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Наук. думка, 1988. – 736 с. 4. Львов М. П. *Расчет тонкостенных стержней: учеб. пособ.* / М. П. Львов, А. Г. Дибир. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “Харьк. авиац. ин-т”, 2011. – 101 с. 5. Повидайло В. А. *Вибрационные устройства в машиностроении* / В. А. Повидайло, Р. И. Силин, В. А. Щигель. – М. – К.: Машгиз, 1962. – 120 с. 6. Шпачук В. П. *Методи й установки для випробувань на багатокординатний зовнішній вібраційний вплив* / В. П. Шпачук, В. В. Дудко, І. В. Костенко // *Комунальне господарство міст. Сер.: Технічні науки та архітектура*. – 2015. – Вип. 120. – С. 12–20. 7. Гурський В. М. *Оптимізація масово-частотних характеристик робочого органа вібраційного стола* / В. М. Гурський, Є. М. Махоркін // *Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні”*. – 2015. – № 702. – С. 53–59. 8. Michalczyk J. *Natural vibrations of long vibratory conveyers.* / J. Michalczyk, P. Czubak // *Archives of metallurgy and materials*. – 2006. – Vol. 51, Issue 1. – P. 145–154.