

ЗМІНА ЗОНАЛЬНОГО ГАРМОНІЧНОГО КОЕФІЦІЄНТА C_{20} , ПОЛЯРНОГО ТА ДИНАМІЧНОГО СТИСНЕННЯ ЗЕМЛІ ЗА ДАНИМИ SLR

<https://doi.org/10.23939/jgd2018.02.005>

Досліджено зміну коефіцієнта зональної гармоніки другого ступеня Землі, отриманого з UTCSR SRL часових рядів $\bar{C}_{20}(t)$ даних (а) для інтервалу з 1976 р. по 2017 р. як місячні рішення зонального коефіцієнта \bar{C}_{20} та (б) для інтервалу з 1992 р. по 2017 р. як тижневі рішення зонального коефіцієнта \bar{A}_{20} , отриманого за допомогою задачі власних значень – власних векторів і пов'язаного зі системою головних осей інерції. Середня різниця між коефіцієнтами \bar{C}_{20} та \bar{A}_{20} в різних системах оцінюється $\approx 10^{-15}$, що є меншим за часові варіації коефіцієнтів \bar{C}_{20} та \bar{A}_{20} . Ці часові ряди \bar{C}_{20} моделювалися поліномами різних ступенів сумісно з рядами Фур'є (з річними, піврічними та кварталними періодами). Остаточну модель обрано на епоху J2000 за допомогою полінома другого ступеня. На наступному кроці, використовуючи модель для зонального коефіцієнта \bar{A}_{20} з інтервалом часу близько 25 років, побудовано залежні від часу моделі астрономічного динамічного стиснення H_D та постійної прецесії p_A з фіксацією значення $p_A = 50.2879225'' / \text{уг}$ IAU 2000 на епоху J2000. На третьому кроці часові ряди $\bar{A}_{20}(t)$ застосовано для визначення основного тренду та періодичних варіацій залежного від часу полярного стиснення Землі з 1992 року по 2017 року. Досліджено варіацію глобальної динамічної та геометричної фігур Землі та знайдено деякі важливі кількісні результати: полярне стиснення f_p збільшується в межах розглянутого інтервалу часу, який становить близько 25 років, що суперечить попереднім дослідженням. Тому метою цієї роботи є визначення варіацій глобальної геометричної фігури Землі, представлених через гармонічні коефіцієнти другого ступеня часових рядів і астрономічного динамічного стиснення H_D . Як результат, особливу увагу приділено вивченню залежних від часу компонентів, включаючи сезонні варіації деяких фундаментальних параметрів Землі.

Ключові слова: SLR, зміна коефіцієнта зональної гармоніки, полярне стиснення Землі, астрономічне динамічне стиснення.

Вступ

Перша надійна оцінка зміни зонального гармонічного коефіцієнта гравітаційного потенціалу Землі $\bar{C}_{20}(t) = -J_2(t)/\sqrt{5}$ отримана Yoder (1983) у вигляді так званої лінійної моделі для $\bar{C}_{20}(t) = \bar{C}_{20} + D\bar{C}_{20} = \bar{C}_{20} + \dot{\bar{C}}_{20}(t-t_0)$, де \bar{C}_{20} є незалежна від часу складова, дана в епоху t_0 , і $\dot{\bar{C}}_{20}$ є віковою варіацією \bar{C}_{20} . Тепер ми маємо нові визначення після запуску у 2002 р. місії GRACE (спостереження супутник – супутник) разом із традиційними супутниковими спостереженнями (SLR) місії LAGEOS-1 та LAGEOS-2 (лазерний геодинамічний супутник), які були запуснені в 1976 р. і 1992 р. відповідно (де LAGEOS-1 був основним інструментом програми NASA з дослідження динаміки поверхні Землі). Загалом,

основні оцінки різних рішень коефіцієнтів $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ отримано з аналізу SLR спостережень з п'яти геодезичних супутників: LAGEOS-1 і 2, Starlette, Stella і Ajisai [Ries, 2017]. Слід відзначити, що супутникові SLR спостереження стали більш точними після запуску італійської місії LARES, покликаної випробувати Загальну теорію відносності у слабкому гравітаційному полі Землі.

В останні десятиліття ці супутники разом з астрономічними даними дають змогу визначити з більшою точністю фундаментальні константи Землі за допомогою різних підходів [Marchenko & Schwintzer, 2003; Groten, 2004; Peti & Luzum, 2010; Chen & Shen, 2010; Chen et al, 2015; Cheng et al, 2011; Cheng et al, 2013; etc]. Загалом, через нестабільне визначення сталої прецесії p_A (до 2002 року) або динамічного стиснення H_D

визначення фундаментальних параметрів призвело, зокрема, до додаткового коригування на вибрану епоху різних наборів гармонічного коефіцієнту гравітації другого ступеня \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} гравітаційних моделей Землі та різних значень динамічної стиснення H_D [Marchenko & Schwintzer, 2003]. Більшість моделей гравітаційного поля дають точнішу роздільну здатність залежних від часу коефіцієнтів $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ на основі супутникових лазерних спостережень SRL та вимірів GRACE супутник – супутник.

Крім того, останні визначення динамічного стиснення H_D отримані на основі постійної прецесії через VLBI та ґрунтуються на теорії обертання Землі, яку розглядають вже як нетверде тіло [Mathews et al., 2002; Bourda & Capitaine, 2003; Capitaine et al., 2003; Fukushima, 2003; Liu & Capitaine, 2017], що прийнято резолюціями Міжнародного Астрономічного Союзу (IAU) на епоху J2000 [Capitaine et al., 2009]. Слід зазначити, що нове значення H_D вже містить часову залежність вікової варіації \bar{C}_{20} [Williams, 1994; Marchenko & Schwintzer, 2003; Bourda & Capitaine, 2004; Capitaine et al., 2009] в рамках лінійної моделі.

Велике значення має надійність точного моделювання часової еволюції модельних рішень гравітаційного поля для інтерпретації фізично значущих варіацій гравітаційного поля, що міняється з часом. Наприклад, згідно з Cheng et al. [2013], згадану вище лінійну модель слід замінити на точнішу з включенням принаймні

$$\tan x_p = \tan q_p \cos I_p, \quad \tan y_p = -\tan q_p \sin I_p. \quad (1)$$

Ці співвідношення дають точні вираження для полярних координат q_p , I_p що розглядаються на одиничній сфері. Отже, щоб уникнути невизначеності в девіаторній частині тензора інерції у випадку різних послідовностей кінцевих обертань, ми будемо використовувати протилежний комутативний оберт навколо лінії вузлів систем XYZ і $X'Y'Z'$ з наступним перетворенням

$$\bar{C}_{n0} = \sum_{m=0}^n (-1)^m (\bar{A}_{nm} \cos mI_p + \bar{B}_{nm} \sin mI_p) \cdot \mathcal{P}_{nm}(\cos q_p), \quad (2)$$

де $\mathcal{P}_{nm}(\cos q_p)$ є квазінормовані, за А. Шмідтом, із фактором $\sqrt{(2-d_{m0}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!}}$, пов'язаного з приєднаними функціями Лежандра першого роду (d_{m0} – це дельта Кронекера). Коли $m = 0$, то ці функції збігаються з $P_{nm}(\cos q_p)$. Коли ж $m > 0$, то ми маємо таке просте відношення: $\bar{P}_{nm}(\cos \theta_p) = \sqrt{2n+1} \mathcal{P}_{nm}(\cos \theta_p)$ для повністю нормованих приєднаних функцій Лежандра.

квадратичного члена додатково. Отже, основною метою дослідження є побудова (а) моделі зонального гармонічного коефіцієнта; (б) моделі астрономічного динамічного стиснення H_D згідно з її еволюцією в часі та необхідне вирішення проблеми на власні значення – власні вектори для кожного моменту часу; (в) моделі полярного стиснення Землі, яка міняється з часом.

Отже, наступні три розділи будуть зосереджені на моделюванні залежного від часу зонального гармонічного коефіцієнта $\bar{C}_{20}(t) = -J_2(t)/\sqrt{5}$, астрономічного динамічного стиснення $H_D(t)$ як функції часу t (фіксованого на епоху J2000) та залежного від часу полярного стиснення Землі.

Моделювання залежного від часу зонального гармонічного коефіцієнта C_{20}

Надалі коефіцієнт $\bar{C}_{20} \approx \bar{A}_{20}$ розглядатимемо як відношення \bar{A}_{20} до основних осей (\bar{A} , \bar{B} , \bar{C}) системи значень головних моментів інерції (A , B , C). На першому кроці ми перевіримо відмінності між \bar{C}_{20} і \bar{A}_{20} , використовуючи сферичні формули Ламбека [Marchenko, 2009]. Виразимо вектор $g = [\bar{C}_{20}; \bar{C}_{21}; \bar{S}_{21}; \bar{C}_{22}; \bar{S}_{22}]^T$ гармонічного коефіцієнту, заданого у системі XYZ , через вектор $g_{Z'} = [\bar{A}_{20}; \bar{A}_{21}; \bar{B}_{21}; \bar{A}_{22}; \bar{B}_{22}]^T$, що задано у системі координат $X'Y'Z'$ з невеликим кутом між осями Z і Z' , вираженими середніми полюсними координатами

координатного вектора $r' = Q \cdot r$ з системи XYZ у $X'Y'Z'$, який відповідно до $Q = R_3(-I_p)R_2(q_p)R_3(I_p)$ є матриця обертання, яка залежить від полярних координат (1) осі Z' в системі XYZ . Відповідне співвідношення між ступенем n зональних гармонічних коефіцієнтів \bar{C}_{20} і \bar{A}_{20} виражається як

Якщо застосувати трансформацію коефіцієнта \bar{C}_{20} до \bar{A}_{20} , визначеного в земній геоцентричній системі координат XYZ , до вектора $\mathcal{P}_0 = [\bar{A}_{20}, 0, 0, \bar{A}_{22}, 0]^T$ двох ненульових гармонічних коефіцієнтів \bar{A}_{20} , \bar{A}_{22} в системі координат головних осей інерції Землі \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} [Marchenko, 1998; Marchenko & Schwintzer, 2003; Marchenko, 2009], можна визначити \bar{A}_{20} на епоху

та відмінності між \bar{C}_{20} і \bar{A}_{20} . У цьому випадку такі відмінності можуть базуватися на тижневих розв'язках UTCSR залежних від часу коефіцієнтів $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$, починаючи з 1992 року до 2017 року. Після перетворення $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ до коефіцієнтів $\bar{A}_{20}(t)$, $\bar{A}_{22}(t)$ ми отримали середню різницю між \bar{C}_{20} і $\bar{A}_{20} \approx 10^{-15}$, що є меншим, ніж

$$\bar{A}_{20} = \bar{A}_{20}^0 + \frac{A_{20}}{A_{20}}(t-t_0) + \frac{A_{20}}{A_{20}}(t-t_0)^2 + \frac{A_{20}}{A_{20}}(t-t_0)^3 + \sum_{i=1}^3 A_i \cos\left(\frac{2p}{P_i}(t-t_0) - \{f_i\}\right), \quad (3)$$

де \bar{A}_{20}^0 – середня величина \bar{A}_{20} на референцну епоху t_0 ; $\frac{A_{20}}{A_{20}}$, $\frac{A_{20}}{A_{20}}$, $\frac{A_{20}}{A_{20}}$ є віковими змінними в \bar{A}_{20} в околі t_0 ; (A_i, f_i) є компонентами осциляцій із річним, піврічним та кварталним періодами P_i відповідно.

Рис. 1 (інтервал часу з 1976 р. по 2017 р.) та Рис. 2 (інтервал часу з 1996 р. по 2017 рр.) ілюструють часові ряди \bar{A}_{20} місячних та тижневих розв'язків центру космічних досліджень UTCSR, які відповідно змодельовані

середня різниця для місячних розв'язках UTCSR за формулою (2). Значення різниці $\approx 10^{-15}$ відповідає величині ненульового інваріанта $I_1 \approx 10^{-15}$ відповідно до стандартної формули Ламбека [Lambek, 1971; Marchenko, 2009].

Тут ми починаємо зі стандартної моделі [Cheng et al, 2011; Cheng et al, 2013], що відображає зміну \bar{A}_{20}

поліномами до третього ступеня одночасно з рядами Фур'є, шляхом використання зазвичай прийнятних сезонних сигналів, включаючи річні, піврічні та кварталні періоди.

Слід зазначити, що другий розв'язок ґрунтується на повністю нормованих коефіцієнтах \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} , які вибираються з моделі гравітаційного поля UTCSR. Остаточні моделі побудовані лише на основі полінома другого ступеня (синя лінія) та річного періоду (зелена лінія) в епоху J2000.

Таблиця 1

Коефіцієнти поліноміальної апроксимації довгоперіодичної складової \bar{A}_{20} (блакитна лінія) у формі $\bar{A}_{20} = \bar{A}_{20}^0 + \frac{A_{20}}{A_{20}}(t-t_0) + \frac{A_{20}}{A_{20}}(t-t_0)^2$ на епоху J2000. (див. формулу (3))

Версія рішення	\bar{A}_{20}^0	$\frac{A_{20}}{A_{20}}$	$\frac{A_{20}}{A_{20}}$
I	-484.1694554194E-06	0.1166E-11	-0.4844E-12
II	-484.1695458067E-06	-0.1001E-10	0.3659E-12

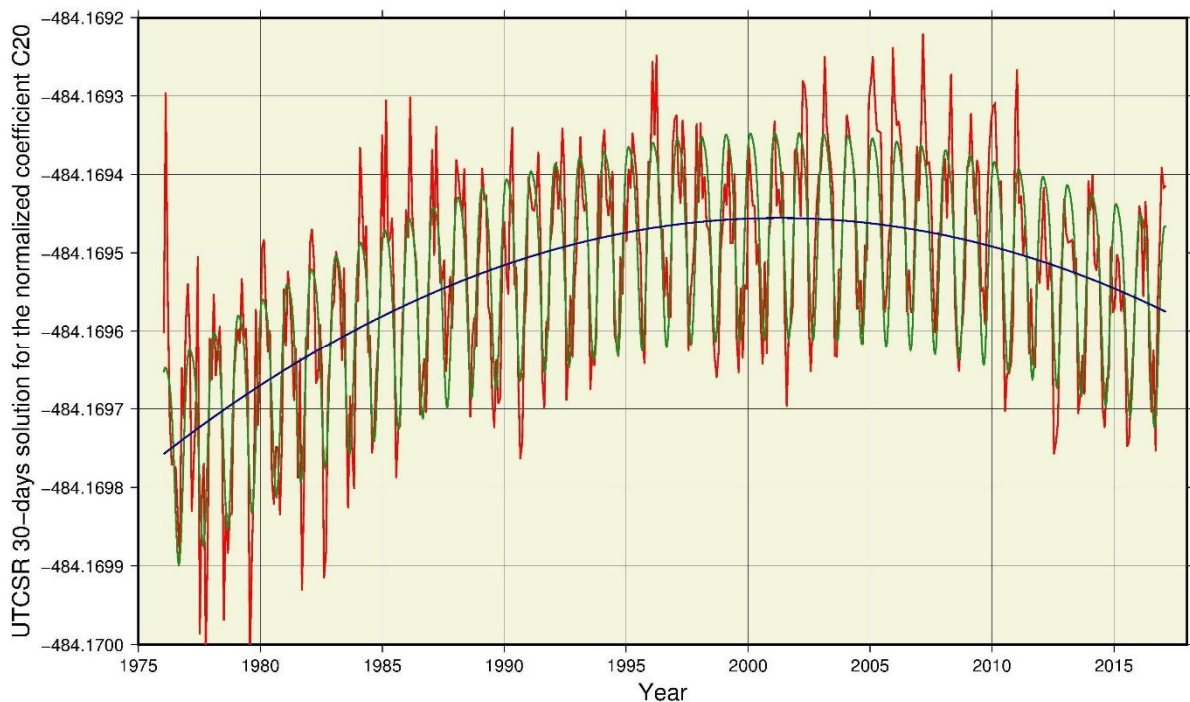


Рис. 1. Часові ряди \bar{C}_{20} (місячні рішення UTCSR – червона лінія) змодельовані поліномами до 3-го ступеня включно та рядами Фур'є з використанням сезонних сигналів, включаючи річні, піврічні та кварталні періоди. Остаточне представлення охоплює тільки поліноми другого ступеня (синя лінія) та річний період (зелена лінія) в епоху J2000

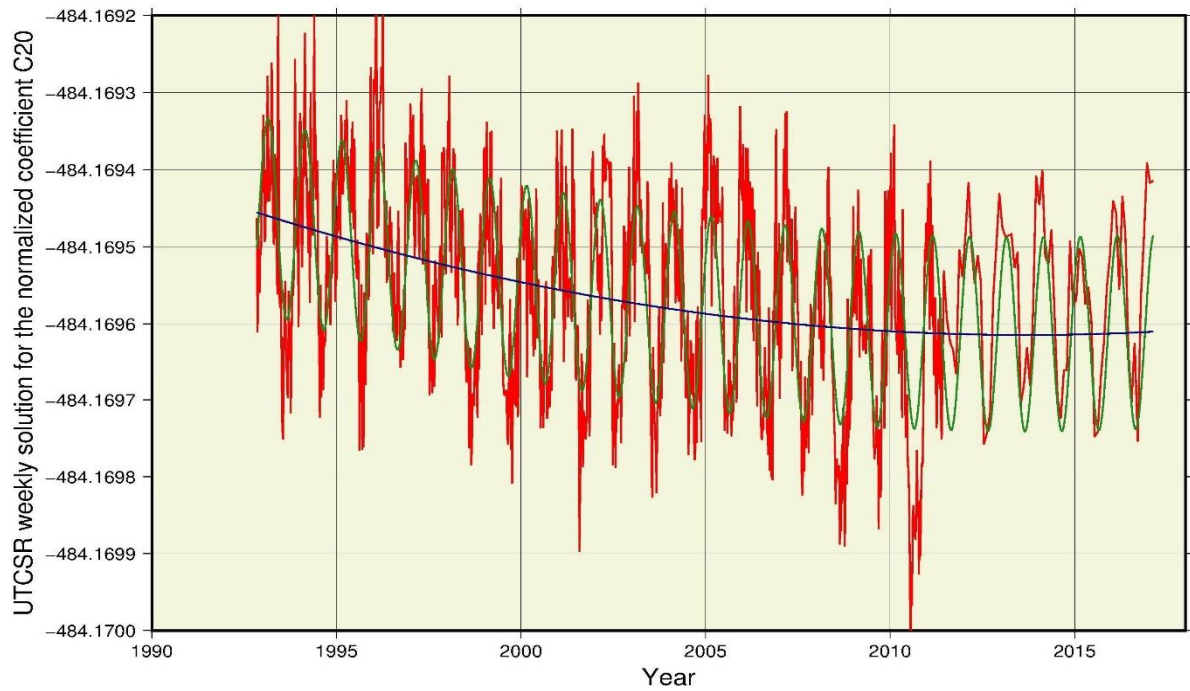


Рис. 2. Часові ряди (щотижневі показники UTC SR – червона лінія) змодельовані поліномами до 3 ступеня та рядами Фур’є з використанням сезонних сигналів, включаючи річні, піврічні та квартальні періоди. Остаточне представлення включає тільки поліноми другого ступеня (синя лінія) та річний період (зелена лінія) в епоху J2000

Для подальшого використання ми віддаємо перевагу другій моделі, продемонстрованій на рис. 2, табл. 1, оскільки коефіцієнт був отриманий за строгого розв’язку задачі власних значень – власних векторів [Marchenko, Schwintzer, 2003], а додаткові спостереження LAGEOS-2 для SLR вимірів додатково забезпечені на часовому інтервалі з 1992 р. до 2017 р. LAGEOS-1 був запущений в кінці 1976 року.

Модельовання часової залежності динамічного стиснення Землі

Якщо дано вектор g коефіцієнтів \bar{C}_{2m} і \bar{S}_{2m} , то рішення задачі власних значень Marchenko

Тоді напрямки головних осей у системі XYZ ґрунтуються на точному вирішенні задачі на власні вектори, використовуючи \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} без динамічного стиснення H_D . Таблиця 2 підсумовує деякі оцінки H_D і константи прецесії p_A . Вперше H_D було обговорено Williams (1994), отриманого для теорії нутації, з урахуванням вікової зміни \mathcal{C}_{20} . Міжнародний Астрономічний Союз IAU прийняв H_D на основі теорії нутації не твердої Землі MHB2000 (Mathews, et. al., 2002). Значення H_D , наведені в табл. 2, мають незначні відмінності між прий-

and Schwintzer [2003] забезпечує обчислення відповідних \bar{A}_{20} , \bar{A}_{22} в системі головних осей інерції через власні значення квадратичного рівняння, що відповідає потенціалу другого ступеня. Додатковим включенням астрономічного динамічного стиснення H_D визначаємо нормовані фактором $1/Ma^2$ основні моменти інерції A , B і C :

$$H_D = (2C - A - B) / 2C \Leftrightarrow C = -\sqrt{5}\bar{A}_{20} / H_D, \quad (4a)$$

$$A = \sqrt{5}\bar{A}_{20}(1 - 1/H_D) - \sqrt{15}\bar{A}_{22} / 3, \quad (4b)$$

$$B = \sqrt{5}\bar{A}_{20}(1 - 1/H_D) + \sqrt{15}\bar{A}_{22} / 3. \quad (4c)$$

няними H_D згідно з моделлю прецесії-нутації IAU2000/2006 [Petit, Luzum, 2010; IERS Conventions, 2010] всупереч попереднім визначенням [Dehant et al., 1998]. Для перетворення від різних значень p_A до загального значення $p_A = 50.2879225'' / \text{yr}$ співвідношення Souchay and Kinoshita (1996) $dH_D = 6.4947 \cdot 10^{-7} dp_A$ застосовувалось для обчислення значень H_D , наведених у дужках у табл. 2. Ці нові значення H_D мають кращу відповідність до IAU 2000/2006 ніж величини H_D визначені до 2002 року.

Таблиця 2

Визначення динамічного стиснення H_D . Перетворені H_D значення до загальної МНВ2000 константи прецесії $p_A = 50.2879225''/уг$ показано в дужках

Посилання	Константа прецесії p_A ["/рік], епоха = J2000	H_D
Williams, 1994	50.287700 (50.2879225)	0.0032737634 (0.0032737779)
Mathews et al., 2002 (МНВ2000)	50.2879225	0.0032737949
Capitane et al., 2003 (IERS Conventions 2010)	50.28796195 (50.2879225)	0.00327379448 (0.00327379450)
Fukushima, 2003	50.287955 (50.2879225)	0.0032737804 (0.0032737783)

З $H_D, \bar{A}_{20}, \bar{A}_{22}$, обчислення A, B, C і визначення $\text{Tr}(\mathbf{I}) = A + B + C = \sqrt{5}\bar{A}_{20}(2 - 3/H_D) = 3I_m$ тензора інерції Землі за рівняннями (4) є дуже простим. Таким чином, ми отримуємо пряму залежність $A, B, C, \text{Tr}(\mathbf{I})$ та середнього моменту інерції I_m на прийнятій моделі гравітаційного поля і трактування постійного припливу в гармонічному коефіцієнті $\bar{C}_{20} \approx \bar{A}_{20}$. Передбачається, що ці значення H_D пов'язані з

припливною системою нульової частоти [Groten, 2000].

Визначимо варіацію динамічного стиснення H_D з $\bar{A}_{20}, \bar{A}_{22}$ часових рядів та IAU2000/2006 динамічного стиснення $H_D = 0.0032737945$ прийнятого на епоху J2000. Якщо розглядати H_D як постійний параметр, то вираз (4а) дійсний у такому вигляді

$$H_D = -\frac{\sqrt{5}\bar{A}_{20}}{C}. \quad (5)$$

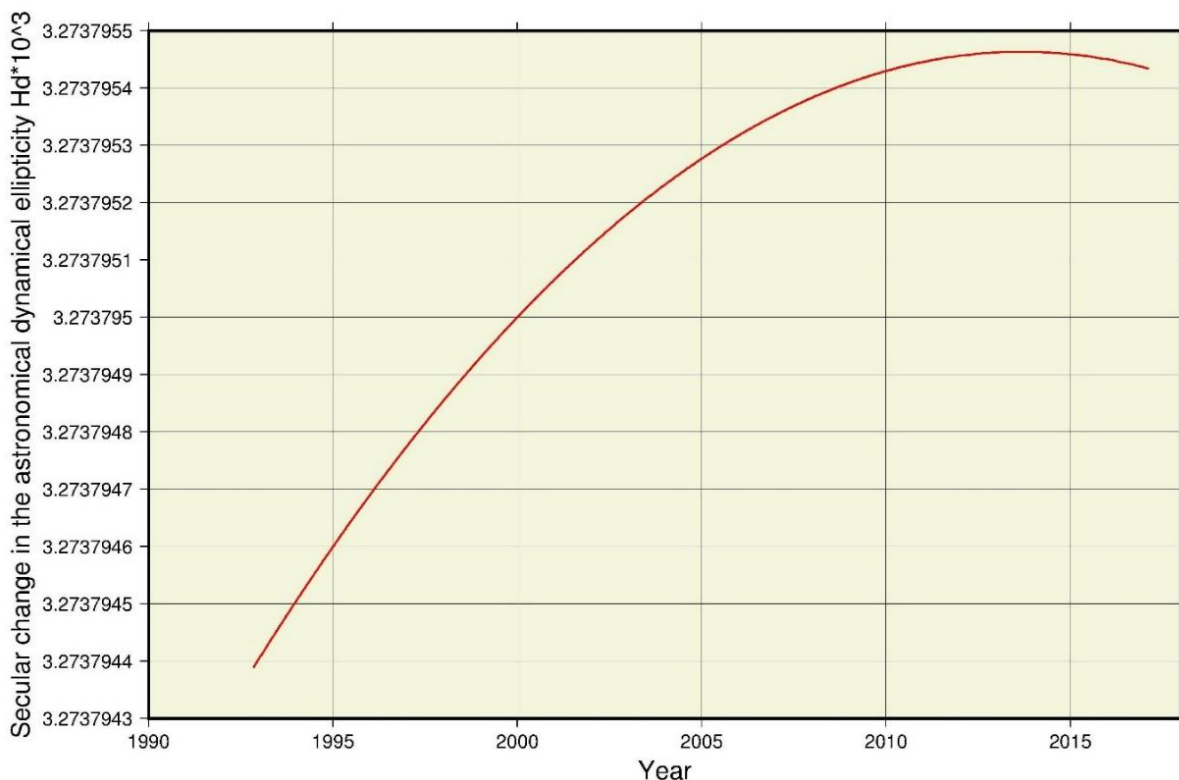


Рис. 3. Зміна динамічного стиснення H_D , апроксимована поліномом другого ступеня (червона лінія) з $t_0 = J2000$

Якщо небесне тіло є пружним, а гравітаційне поле змінюється, нам потрібно додати невеликі зміни у всіх параметрах у формулі (5). З рівняння (5), беручи до уваги, що неприливні зміни dc у безрозмірний момент інерції C є

$$H_D(t) = -\frac{\sqrt{5}\bar{A}_{20}(t)}{C(t)} = -\frac{\sqrt{5}\bar{A}_{20}(t)}{C} \cdot \frac{1}{1+dc/C}, \quad C(t) = C + dc. \quad (6)$$

де dc є змінною частиною C . Ця формула використана для розкладу в ряд Тейлора, що

$$H_D(t) = H_D|_{t=t_0} + dH_D = H_D|_{t=t_0} - \frac{\sqrt{5}d\bar{A}_{20}(t)}{C}, \quad (7)$$

де $d\bar{A}_{20}(t)$ є не що інше, як зміна в часі зонального гармонічного коефіцієнта, трансформованого в систему головних осей інерції.

$$H_D(t) = H_D|_{t=t_0} - \frac{\sqrt{5}}{C} \cdot \left(\bar{A}_{20}(t-t_0) + \bar{A}_{20}(t-t_0)^2 \right), \quad (8)$$

де \bar{A}_{20} і \bar{A}_{20}^2 взяті з таблиці 1 (версія II) і показані на рис. 3.

Якщо H_D залежить від часу t згідно з (8), то визначення зміни постійної прецесії щодо IAU

на основі виразу Souchay and Kinoshita (1996) $dH_D = 6.4947 \cdot 10^{-7} dp_A$ застосованого тут для вирішення оберненої задачі. Після обчислень, на

функцією $\bar{C}_{20}(t)$, а умова $\text{Tr}(\mathbf{I}) = \text{константа}$ [Rochester & Smylie, 1974], "оскільки зональні сили не змінюють революційну форму тіла" [Melchior, 1978], отримуємо часову зміну в H_D :

можна записати таким чином [Bourda & Capitaine, 2004]:

Остаточне рішення дано тут на епоху $t_0 = 2000$

на основі таких співвідношень

сталой $p_A = 50.2879225''/\text{уг}$ також можливе за допомогою такого співвідношення

$$p_A(t) = p_A|_{t=t_0} + \frac{H_D(t) - H_D|_{t=t_0}}{6.4947 \cdot 10^{-7}}, \quad (9)$$

базі моделі (8), ми отримали аналогічну до рис. 3 залежність довготривалої зміни постійної прецесії (показана на рис. 4).

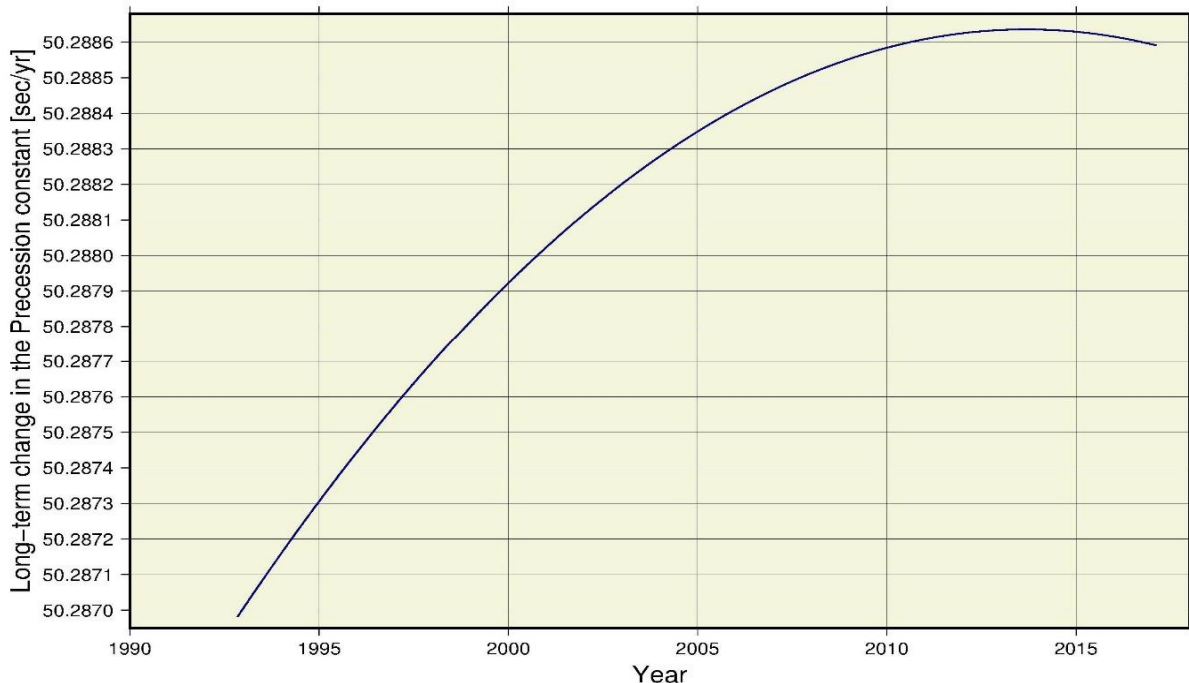


Рис. 4. Зміна константи прецесії p_A відносно референцного значення $p_A = 50.2879225''/\text{уг}$ відповідної моделі для H_D , наближеної за допомогою формули (9) (синя лінія) відносно фіксованої епохи $t_0 = \text{J2000}$

**Моделювання залежного від часу
полярного стиснення Землі**

З отриманою моделлю для H_D , після розв'язку задачі на власні значення – власні вектори, обчислення полярного стиснення та

інших констант у системі основних осей інерції є простим. Необхідно зауважити, що вікова зміна зонального коефіцієнта 2-го ступеня \bar{A}_{20} має протилежний знак у I і II версіях моделі з табл. 1.

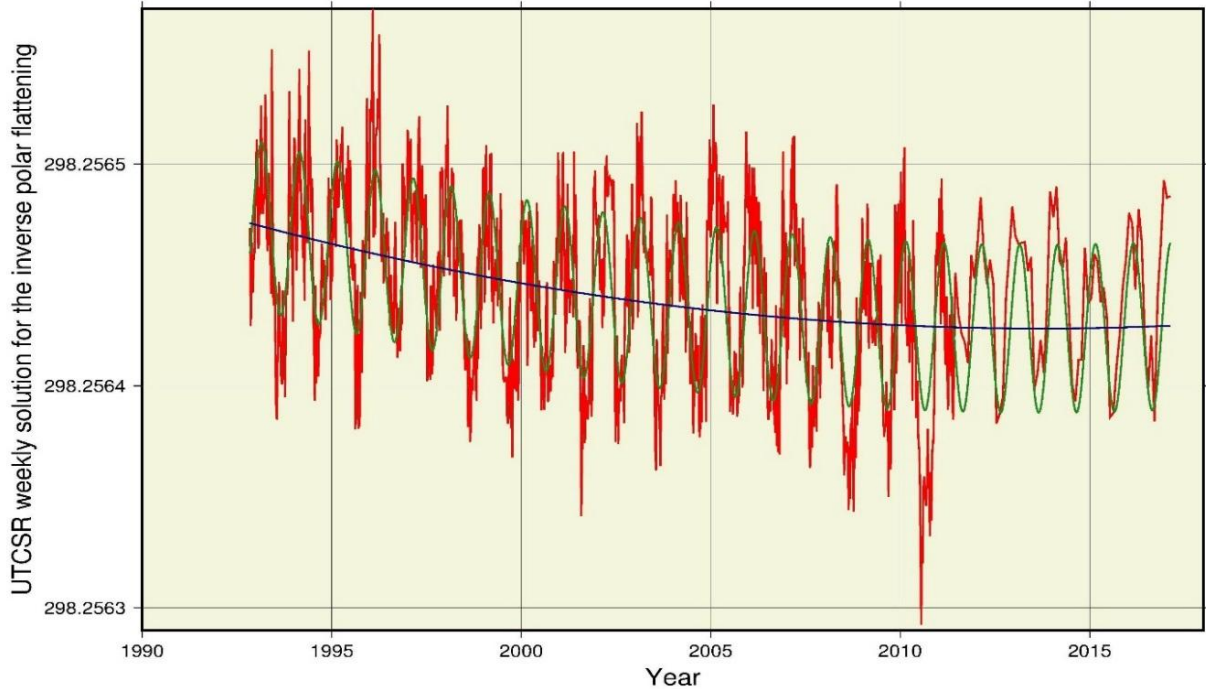


Рис. 5. Часові ряди оберненого полярного стиснення $1/f_p$, отримані за даними \bar{A}_{20} для кожної епохи (тижневі розв'язки UTCSR – червона лінія), наближені поліномами одночасно з рядами Фур'є для сезонних сигналів. Остаточна модель включає тільки поліном другого ступеня (синя лінія) і річний період (зелена лінія), фіксовані на епоху J2000

Друга модель близька до простої лінійної моделі для \bar{A}_{20} , оскільки \bar{A}_{20} вдвічі менша. (Часові величини коефіцієнтів у цих рішеннях належать до однієї епохи J2000). Моделювання залежного від часу полярного стиснення Землі було отримано на основі другого рішення II. Рис. 5 ілюструє збільшення полярного стиснення f_p в межах розглянутого інтервалу часу, тому що зворотне стиснення $1/f_p$ (як знаменник) зменшується. Цей факт суперечить нашим попереднім поглядам на зміну полярного стиснення Землі [Yoder, 1983].

Висновки

Отже, ми можемо зробити такі висновки. Залежна від часу зміна зонального гармонічного коефіцієнта Землі була отримана за супутниковими SLR UTCSR часових рядів $\bar{C}_{20}(t)$ на першому етапі в формі місячних рішень на інтервалі з 1976 р. по 2017 р., і на другому етапі – на інтервалі з 1992 р. по 2017 р. (як тижневі рішення для \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m}), та отримані ряди для

зонального коефіцієнта \bar{A}_{20} як розв'язок проблеми на власні значення – власні вектори. Різниця між коефіцієнтами \bar{C}_{20} та \bar{A}_{20} що подана в різних системах, складається із значення $\approx 10^{-15}$, що менше ніж часові зміни коефіцієнтів \bar{C}_{20} або \bar{A}_{20} .

Ці часові ряди \bar{C}_{20} чи \bar{A}_{20} були змодельовані поліномами різних ступенів одночасно з рядами Фур'є на базі стандартних сезонних сигналів (з річними, піврічними та кварталними періодами). Остаточне наближення було обрано на епоху J2000 за допомогою поліномів другого ступеня. Вперше побудовано модель астрономічного динамічного стиснення H_D , що залежить від часу, використовуючи модель для зонального коефіцієнта \bar{A}_{20} протягом часового інтервалу близько 25 років. Ця модель дає змогу вивчати основні параметри Землі та їх зміни в часі, включаючи полярне стиснення. Тому часові ряди $\bar{A}_{20}(t)$ було застосовано для визначення основного тренду та річних періодичних варіацій

у полярному стисненні Землі з 1992 року до 2017 року. Полярне стиснення f_p збільшується в межах визначеного інтервалу часу на відміну інших авторів, які за даними SRL LAGEOS-1 отримали зменшення f_p . Рис. 1 демонструє цей факт, де довгоперіодична зміна гармонічного коефіцієнта \bar{C}_{20} перед наближеною епохою J2000 має варіацію \dot{C}_{20} із знаком (+) та після цієї епохи ми отримуємо варіацію \dot{C}_{20} із знаком (-).

Подяка. Ми дякуємо анонімним рецензентам за корисні відгуки та пропозиції. Ми щиро вдячні Dr. J. Ries за підтримку в доступі до часових рядів гармонічних коефіцієнтів за даними SLR.

Список літератури

- Bourda, G., N. Capitaine (2004). Precession, nutation, and space geodetic determination of the Earth's variable gravity field. *Astronomy & Astrophysics*, 428(2), 691–702, doi: 10.1051/0004-6361/20041533
- Capitaine N., Wallace, P. T., & Chapront J. (2003). Expressions for IAU 2000 precession quantities. *Astronomy & Astrophysics*, 412(2), 567–586, doi: 10.1051/0004-6361:20031539
- Capitaine N, Mathews, P. M., Dehant, V., Wallace, P. T., & Lambert, S. B. (2009). On the IAU 2000/2006 precession–nutation and comparison with other models and VLBI observations. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 103(2), 179–190, DOI 10.1007/s10569-008-9179-9
- Chen, W., & Shen, W. B. (2010). New estimates of the inertia tensor and rotation of the triaxial nonrigid Earth. *Journal of Geophysical Research*, 115: B12419. doi: 10.1029/2009JB007094
- Chen, W., Li, J. C., Ray, J., Shen, W. B., & Huang, C. L. (2015). Consistent estimates of the dynamic figure parameters of the earth. *Journal of Geodesy*, 89(2), 179–188, doi: 10.1007/s00190-014-0768-y
- Cheng, M., Ries, J. C., & Tapley, B. D. (2011). Variations of the Earth's figure axis from satellite laser ranging and GRACE, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 116, B01409, doi: 10.1029/2010JB000850.
- Cheng, M., Tapley, B. D., & Ries, J. C. (2013). Deceleration in the Earth's oblateness, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 118(2), 740–747, doi:10.1002/jgrb.50058.
- Dehant, V., Arias, F., Bizouard, C., Bretagnon, P., Brzezinski, A., Buffett, B., Capitaine, N., & Zhu, S. (1998). Considerations concerning the non-rigid Earth nutation theory. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 72, 245–309.
- Fukushima, T. (2003). A New Precession Formula. *The Astronomical Journal*, 126(1):494–534.
- Groten, E. (2004). Fundamental parameters and current (2004) best estimates of the parameters of common relevance to astronomy, geodesy, and geodynamics. *Journal of Geodesy*, 77, 724–797, doi:10.1007/s00190-003-0373-y
- Lambeck, K. (1971). Determination of the Earth's pole of rotation from laser range observations to satellites. *Bulletin Géodésique*, 101(1), 263–281.
- Liu, J. C., & Capitaine, N. (2017). Evaluation of a possible upgrade of the IAU2006 precession. *Astronomy & Astrophysics*, 597, A83 (2017), doi: 10.1051/0004-6361/201628717
- Marchenko, A. N. (1998). *Parameterization of the Earth's gravity field. Point and line singularities*. Lviv Astronomical and Geodetic Society, Lviv, 1998.
- Marchenko, A. N. (2009). Current estimation of the Earth's mechanical and geometrical parameters. In: M.G. Sideris (ed.), *Observing our Changing Earth*, (pp. 473-481) International Association of Geodesy Symposia 133. Springer, Berlin, Heidelberg.
- Marchenko, A. N., & Schwintzer, P. (2003) Estimation of the Earth's tensor of inertia from recent global gravity field solutions. *Journal of Geodesy*, 76(9-10), 495–509.
- Mathews, P. M., Herring, T. A., & Buffett, B. A. (2002). Modeling of nutation-precession: New nutation series for nonrigid Earth, and insights into the Earth's interior, *Journal of Geophysical Research*, 107(B4), doi: 10.1029/2001JB000390.
- Melchior P. (1978). *The tides of the planet Earth*. Pergamon.
- Petit, G, & Luzum, B. (eds) (2010). IERS conventions (2010). IERS Technical Notes 36. Observatoire de Paris, Paris
- Ries, J. C. (2017). ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/slr/degree_2/ (Private communication).
- Rochester, M. G., & Smylie, D. E. (1974). On changes in the trace of the Earth's inertial tensor. *Journal of Geophysical Research*, 79(32), 4948–4951.
- Williams, J. G. (1994) Contributions to the Earth's obliquity rate, precession and nutation, *Astronomical Journal*, 108, 711–724.
- Yoder, C. F., Williams, J. G., Dickey, J. O., Schutz, B. E., Eanes, R. J., & Tapley, B. D. (1983). Secular variation of earth's gravitational harmonic J2 coefficient from Lageos and nontidal acceleration of earth rotation. *Nature*, 303(5920), 757–762.

A. MARCHENKO, A. LOPUSHANSKYI

Lviv Polytechnic National University, Institute of Geodesy, 6, Karpinsky Str., 79013,
Lviv, Ukraine, march@pancha.lviv.ua

CHANGE IN THE ZONAL HARMONIC COEFFICIENT C_{20} , EARTH'S POLAR FLATTENING,
AND DYNAMICAL ELLIPTICITY FROM SLR DATA

We examine the change in the Earth's second degree zonal harmonic coefficient derived from UTCSR SRL time series of $\bar{C}_{20}(t)$ given (a) for the period from 1976 to 2017 as monthly solutions of the zonal coefficient \bar{C}_{20} and (b) for the period from 1992 to 2017 as weekly solutions of the zonal coefficient \bar{A}_{20} obtained via the eigenvalue-eigenvector problem and related to the principal axes system. The mean difference between the coefficients \bar{C}_{20} or \bar{A}_{20} given in various systems consists of the value $\approx 10^{-15}$ which is smaller than time variations in the coefficients \bar{C}_{20} or \bar{A}_{20} . These time series of \bar{C}_{20} were modeled by polynomials' different degrees simultaneously with Fourier series with seasonal signals (for annual, semiannual, and quarter-year periods). Final representation was chosen at the epoch J2000 by means of the polynomial of second degree. Then the models for the time-dependent astronomical dynamical ellipticity H_D and the precession constant p_A with respect to the common value $p_A = 50.2879225''/\text{yr}$ were constructed using the model for the zonal coefficient \bar{A}_{20} for the time-interval of about 25 yr. As the third step these time series of $\bar{A}_{20}(t)$ were applied to determine a basic trend and periodic variations of the time-dependent Earth's polar flattening from 1992 to 2017. A variation of the global dynamical and geometrical figure of the Earth was investigated and some important quantitative results were found: the polar flattening f_p is increasing within the considered 25 year time-interval. Therefore, this study aims to derive the variation of the global geometrical figure of the Earth, represented by the second-degree coefficients of time-series and the astronomical dynamical ellipticity H_D . As a result, a special attention was given to the study of temporally varying components including seasonal variations of some fundamental parameters of the Earth.

Key words. SLR, Change in the zonal harmonic coefficient \bar{C}_{20} , Earth's polar flattening, dynamical ellipticity.

A. Н. МАРЧЕНКО, А. Н. ЛОПУШАНСКИЙ

Кафедра геодезии и астрономии, Национальный университет «Львовская политехника», ул. С. Бандеры, 12, Львов, Украина, 79013, эл. почта: march@pancha.lviv.ua

ИЗМЕНЕНИЕ ЗОНАЛЬНОГО ГАРМОНИЧНОГО КОЭФФИЦИЕНТА C_{20} ,
ПОЛЯРНОГО И ДИНАМИЧЕСКОГО СЖАТИЯ ЗЕМЛИ ПО ДАННЫМ
СПУТНИКОВОГО ЛАЗЕРНОГО ДИАПАЗОНА

Исследовано изменение коэффициента зональной гармоник Земли второй степени $\bar{C}_{20}(t)$, полученного из UTCSR SLR временных рядов данных (a) для интервала с 1976 г. по 2017 г. как месячные решения для зонального коэффициента \bar{C}_{20} и (b) для интервала с 1992 г. по 2017 г. как недельные решения зонального коэффициента \bar{A}_{20} , полученного с помощью задачи на собственные значения – собственные векторы и связанного с системой главных осей инерции. Средняя разница между коэффициентами \bar{C}_{20} и \bar{A}_{20} в разных системах оценивается как $\approx 10^{-15}$, что меньше, чем временные вариации коэффициентов \bar{C}_{20} и \bar{A}_{20} . Эти временные ряды \bar{C}_{20} моделировались полиномами различных степеней совместно с рядами сезонных сигналов Фурье (с годовым, полугодовым и кварталным периодами). Окончательная модель выбрана на эпоху J2000 с помощью полинома второй степени. На следующем этапе, используя модель для зонального коэффициента \bar{A}_{20} с интервалом времени около 25 лет, построены зависящие от времени модели для астрономического динамического сжатия H_D и постоянной прецессии p_A с фиксацией значения $p_A = 50.2879225''/\text{yr}$ IAU 2000 в эпоху J2000. На

третьем этапе временные ряды $\bar{A}_{20}(t)$ применены для определения основного тренда и периодических вариаций зависящего от времени полярного сжатия Земли с 1992 г. по 2017 г. Исследована вариация глобальной динамической и геометрической фигуры Земли и найдены некоторые важные количественные результаты: полярное сжатие f_p увеличивается в пределах рассматриваемого интервала времени, составляющего около 25 лет находится в противоречии с предыдущими исследованиями. Поэтому, целью данного исследования является определение вариаций глобальной геометрической фигуры Земли, представленных через гармонические коэффициенты второй степени временных рядов и астрономического динамического сжатия H_D . Как результат, особое внимание уделено изучению зависящих от времени компонентов, включая сезонные вариации некоторых фундаментальных параметров Земли.

Ключевые слова: SLR, изменение коэффициента зональной гармоник, полярное сжатие Земли, астрономическое динамическое сжатие..

Надійшла 16.10.2018 р.