

ЗМІНИ ФІГУРИ ЗЕМЛІ – ГЕОДИНАМІЧНИЙ ФАКТОР НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЛІТОСФЕРИ

<https://doi.org/10.23939/jgd2019.01.028>

Мета. Мета даної роботи показати як в процесі еволюційного саморозвитку планети в результаті дії гравітаційно-ротаційних та ендегенних сил відбувається перерозподіл мас, що приводить до трансформації фігури літосфери від сфери до двовісного та тривісного еліпсоїдів і навпаки, зміни сплюсненості та переміщення полюса в геологічному часі. Визначити деформації фігури літосфери внаслідок переорієнтації полюса фігури. **Методика.** Фігура поверхні літосфери геометрично повернута відносно фігури геоїда і в геологічному часі орієнтація цих фігур і параметри еліпсоїдів, які їх апроксимують, змінювались. Таке розміщення фігури літосфери і фігури геоїда може створювати напруження, яке направлене на приведення розподілу мас літосфери у відповідність з фігурою геоїда. Обчислення параметрів двовісного і тривісного еліпсоїдів виконувалося на основі даних цифрової моделі поверхні Землі ETOPO1. Для моделювання трансформації фігури Землі і оцінки впливу її переорієнтації на напружено-деформований стан літосфери в далекі геологічні епохи використані дані цифрового моделювання рельєфу paleoDEM, отримані в роботі К. Скотези і Н. Врайта. **Результати.** Обчислені параметри двовісного і тривісного еліпсоїдів на фіксовані моменти геологічного часу. Проведений порівняльний аналіз результатів зміни фігури Землі за paleoDEM та створеними на основі растрових зображень ЦМР, побудованими за палеогеологічними даними Р. Блекі і К. Скотези. Наведені формули для обчислення зміщень і деформацій, які пов'язані з трансформацією фігури і орієнтацією верхньої оболонки планети. Приведена інтерпретація отриманих результатів досліджень планетарної динаміки фігури літосфери Землі та глобального деформаційного стану. **Наукова новизна.** Отримані характеристики напружено-деформаційного стану літосфери Землі за даними моделювання геопалеорекострукцій в геологічному часі. Дана інтерпретація ролі гравітаційно-ротаційних сил у формуванні глобального поля деформацій і напружень як наслідок трансформації фігури поверхні літосфери Землі. **Практична значущість.** Подані результати будуть використовуватись у подальших дослідженнях, які спрямовані на вивчення планетарних характеристик нашої планети, динаміки їх змін в часі та глобального напружено-деформованого стану.

Ключові слова: двовісний і тривісний еліпсоїд, цифрова модель рельєфу поверхні літосфери Землі, напружений стан літосфери, дилатація, деформація зсуву.

Вступ

В науках про Землю до яких відноситься й фундаментальна геодезія все більш актуальними є задачі планетарного масштабу. Сучасна геодезія стала планетарною та фізичною і наукові методи та супутникові технології знаходять своє застосування для вирішення геодинамічних задач, які пов'язані з еволюцією Землі, з вивченням руху літосферних плит, переміщенням центру мас і осі обертання, зміною гравітаційного поля і просторових координат фігури в часі, нерівномірністю обертання, припливними деформаціями земної кори тощо. Безумовно, динаміка Землі, зміни її фігури і гравітаційного поля з плином часу є основною задачею планетарної геодезії та геодинаміки.

При розгляді ключових проблем планетарної геодинаміки фігура нашої планети представляє істотний інтерес, так як зміни її поверхні нерозривно пов'язані з геодинамічними і тектонічними процесами, з еволюцією Землі.

В історичному контексті вирішення природничо-наукових завдань астрономо-геодезії на межі XIX–XX ст. подано в знаменитих творах Дж. Стокса, Ф.А. Слудского, Г. Брунса, А. Пуанкаре, Ф.Р. Гельмерта,

в яких наведені приклади тісного зв'язку астрономії, геодезії, механіки та математики.

Новий розвиток астрономо-геодезії в першій половині XX ст. пов'язаний з роботами Ф.Н. Красовського [Красовский, 1947, 1955; Машимов, 1999], в яких нова предметна область геодезії – фізична геодезія – визначена як «проблема вивчення внутрішнього устрою земної кулі, твердої оболонки Землі, порушень рівноваги в ній, деформацій і переміщень різних частин літосфери».

Фундаментальне значення в геодезії мали також роботи М. С. Молоденського [Молоденський, 1945, 1958], в яких автор сформулював постановку задачі визначення фізичної поверхні Землі, якщо на ній виконані виміри g (прискорення сили тяжіння) і розраховані значення потенціалу сили тяжіння. В рамках такої постановки обернена задача гравіметрії фактично ставилася на граничній поверхні, яку потрібно визначити. В нинішній час, коли супутникові технології дозволили з високою точністю отримувати дані про висоти фізичної поверхні відносно референс - еліпсоїда, обернена задача гравіметрії формулюється як визначення значення потенціалу сили тяжіння на відомій поверхні Землі при виміряних на ній значеннях g

[Мориц, 1994; Гофман-Велленгоф, Мориц, 2007]. Також зазначимо, що дані про градієнти потенціалу сили тяжіння на земній поверхні надають можливість визначати кути між прямовисними лініями і нормальними до фізичної поверхні Землі, що спонукає до переосмислення багатьох проблем в рамках наук про Землю, і зокрема проблеми розрахунку планетарних напруг [Ребецкий, 2016].

На сучасному етапі вивчення фігури Землі вважається, що її форма близька до рівневої поверхні потенціалу сил тяжіння – геоїда, що представляє собою суму гравітаційного потенціалу сил притягання і потенціалу відцентрових сил. Зазвичай, під фігурою Землі необхідно розуміти форму фізичної поверхні твердої частини планети (літосфери). Однак, поняття «поверхні Землі» неоднозначно і допускає різні тлумачення. Наприклад, під поверхнею Землі можна розуміти поверхню її твердої оболонки, тобто поверхню суші і дна океанів або фізичну поверхню на материках і поверхню Світового океану. Донедавна (коли були відсутні космічні технології), визначення реальної поверхні Землі було вкрай складною проблемою. Тепер в базах даних зібрано досить точну інформацію про топографію земної поверхні як для континентів (результати вимірів з точністю до 1-2 см), так і для океанічного і морського дна (точність на порядок менша). У зв'язку з цим є можливість розрахувати усереднену поверхню Землі у вигляді еліпсоїда обертання чи тривісного еліпсоїда, який найкраще наближається до реальної поверхні літосфери [Церклевич та ін., 2016].

Обертання Землі – найважливіший чинник, що визначає параметри фігури рівноваги планети. Особливості обертового руху надають інформацію про внутрішню будову Землі, а варіації ротаційного режиму (швидкість обертання та переміщення полюсу) є реальним джерелом енергії тектогенезу. Математичне обґрунтування ролі цього чиннику у тектогенезі було реалізовано в численних роботах математиками А. Вероне, П. Аппелем, Л.С. Лейбензоном, геодезистом М. В. Стівасом та ін.

Зокрема, у роботах М. В. Стіваса [Стівас, 1975] були виконані оцінки напружень, викликаних зміною полярного стиснення через уповільнення обертання планети. Він спирався на дані про те, що за останні 2,5 тисячі років земна доба збільшувалась на $1,16 \cdot 10^{-11}$ від повного обороту Землі. Згідно з цими даними зменшення швидкості обертання повинно приводити до відповідного зменшення полярного стиснення для еліпсоїда обертання, що характеризує в планетарному масштабі усереднену рівневу поверхню потенціалу сили тяжіння, що, в свою чергу, призводить до деформації фігури Землі. При цьому виникають широтні, меридіональні і радіальні напруги в літосфері, що є причиною виникнення особливо напруженого стану в широтних зонах між 30° - 40° в обох півкулях – зонах зміни знаку головних напружень. Однак, розрахунки М. В. Стіваса при зміні полярного стиснення $d\varepsilon = 10^{-7}$ показали, що рівень меридіональних нормальних напруг в корі лежить в діапазоні від -230 до 130 дин/см² (від -23

до 13 Па). Це дуже низький рівень напружень, набагато менший (в $4,0$ - $4,5$ рази) величини напружень, що діють в сейсмоактивних областях [Ребецкий и Маринин, 2006; Ребецкий, 2009; Ребецкий, 2015; Rebetsky, Tatevossian, 2013].

Періодична зміна швидкості призводить до зміни самих параметрів обертання планети. Найбільш короткоперіодичні з них тривалістю в 21 , 40 , 100 , 400 тис. і $1,2$ млн. років знаходять своє відображення у змінах нахилу осі обертання Землі, її прецесії і орбіти [Хаин, 2010]. Вони отримали назву циклів Міланковича і були використані цим автором для пояснення періодичності льодовикових і міжльодовикових епох під час останнього льодовикового періоду в історії Землі [Mank and MacDonald, 1964].

В кінці 80-х років А. Шейдеггер [Шейдеггер, 1987] в розділі «Обертання Землі» монографії «Основи геодинаміки» надав узагальнюючі висновки щодо можливості деформації літосфери під впливом вікового уповільнення швидкості обертання нашої планети із-за припливного тертя від Місяця (наприклад, на початку фанерозою тривалість доби дорівнювала лише $20,5$ год., а потім постійно сповільнювалася на 2 мс за 100 років і дійшла до сучасних 24 год.). Розрядка напружень, яка накопичується за певний період геологічного часу, при досягненні критичних значень межі міцності порід літосфери призводить до тектонічних активізацій Землі.

З осьовим обертанням Землі пов'язана також диференціальна розмежованість на полярну і екваторіальну області, яка проходить через 40° паралель. Наслідком такого розділення є протилежна спрямованість трансгресії та регресії океану в цих областях, підвищена сейсмічність даної зони, яка характеризується найбільш розчленованими ділянками рельєфу нашої планети [Одесский, 2004]. Нерівномірне обертання Землі, її періодичне прискорення та уповільнення мають ще один дуже важливий ефект. Вони викликають зміну фігури Землі, її полярну сплюсненість і, головне, викликають напруження в літосфері, яка, на думку більшості дослідників, є єдиною причиною утворення так званої регматичної сітки розломів, тріщин і лінементів, закономірно орієнтованих щодо фігури Землі, утворюючи ортогональну і діагональну сітки на її поверхні [Хаин, 2010]. Цілковито природно пов'язувати з обертанням Землі також утворення систем широтних трансформних розломів, що перетинають спредінгові серединно-океанські хребти в меридіональному напрямі. Меридіональні і косі трансформні розломи в Індійському океані можуть бути пов'язані з північним дрейфом континентів [Левин, 2001; Хаин, 2010].

Нині спостерігається розширення інтересу до осмислення ролі і значення ротаційних процесів, оскільки ротаційні сили входять практично основним компонентом в більшість геодинамічних концепцій. В останні десятиліття вплив ротаційних сил розглядається і в рамках уявлення про

оболонкову будову Землі, що вносить свою специфіку в розглянуту проблему.

Питання формування в корі додаткових планетарних напруг від дії тангенціальних інерційних масових сил, викликаних добовим обертанням Землі розглянуто в роботі [Ребецький, 2016]. За результатами досліджень автором було встановлено, що в корі формується три рівня напруженого стану різного геодинамічного типу: горизонтальне розтягнення, зсув і стиснення з орієнтацією максимального стиснення в меридіональному напрямку. На основі цього зроблено висновок, що ці напруження впливають на закономірності формування планетарної тріщинуватості.

В іншій статті Ю. Ребецького [Ребецький, 2016] розглядається роль тангенціальних масових сил у виникненні латеральних рухів літосферних плит. Значення таких тангенціальних масових сил розраховувались на основі даних про різниці двох глобальних еліпсоїдів обертання. Перший з них усереднював рівневу поверхню потенціалу сили тяжіння (референц-еліпсоїд), а другий – фізичну поверхню Землі окремо в її континентальній і океанічній частинах. Показано, що коефіцієнт динамічного стиснення Землі, рівний $1/305,5$ і отриманий із супутникових вимірювань, добре відповідає середньому полярному стисненню двох еліпсоїдів обертання, які наближено описують форму фізичної поверхні Землі. Таким чином, фізичну поверхню Землі найкраще представляв еліпсоїд, що має менше полярне стиснення, ніж референц-еліпсоїд ($1/298,25$), який наближено описував форму рівневої поверхні сили тяжіння (геоїд). Кути відхилення вектора сили тяжіння від нормалі до фізичної поверхні Землі, розраховані за даними цих еліпсоїдів, мали досить малі значення (максимальне значення $16,4''$ на широті 45°), що визначає мінімальні значення тангенціальних масових сил ($2,15 \cdot 10^{-4}$ г/см³ на широті 45°). Ці малі тангенціальні сили здатні створити у підшві континентальної літосфери (глибини 120-150 км) тангенціальні напруження величиною в 0,3 МПа. Напруги такого рівня, можуть, продукувати в астеносфері горизонтальну текучість, що забезпечує швидкість руху літосферних плит в перші сантиметри в рік. Виконані оцінки дозволяють розглядати тангенціальні масові сили як можливе джерело руху літосферних плит.

К. Тяпкін і М. Довбнич [Тяпкин, Довбнич, 2009] кількісно обґрунтували, що джерелом сил та енергії, необхідних для утворення таких явищ, як тектонічні активізації Землі, світові трансгресії та регресії та навіть генерація магнітного поля є обертання Землі, а саме – варіації її ротаційного режиму (зміни кутової швидкості і переміщення осі обертання), які є результатом взаємодії нашої планети з оточуючими її космічними полями. За їхніми розрахунками виявилось, що основний внесок в поле ротаційних напружень надають не варіації швидкості обертання (1%), а зміни положення осі обертання в тілі Землі

(99% від необхідних сил та енергії для виникнення тектонічних активізацій Землі).

Отже, короткий огляд наукових публікацій надає узагальнену інформацію про роль ротаційного режиму в тектогенезі Землі і спонукає до того, що цей режим повинен служити відправним моментом і основою математичного та фізичного моделювання будь-яких геодинамічних процесів.

Мета

Метою досліджень є визначення переміщення точок земної поверхні в геологічному часі за результатами геопалеореконструкцій з використанням палеоцифрової моделі рельєфу (paleoDEM) [Scotese and Wright, 2018]. Зрозуміло, що найкраще оцінювати глобальні переміщення поверхні літосфери, узагальнюючи її у вигляді простих геометричних фігур (двовісним і тривісним еліпсоїдами). Топологічна негомотетичність розміщення фігури літосфери і фігури геоїда може створювати тектонічні напруження, які направлені на приведення розподілу мас літосфери у відповідність з фігурою геоїда (за механізмом дії гравітаційних сил і принципу мінімуму потенціальної енергії), а через розрядку напружень виникає механізм наближення полярної осі узагальнюючої фігури літосфери до осі обертання (полярної осі інерції). Крім того, поле ротаційних напружень, обумовлене переміщенням осі узагальнюючої фігури літосфери, вочевидь, матиме тенденцію до переміщення в літосфері Землі синхронно з переміщенням осі фігури в процесі її еволюції. У зв'язку з цим в статті також розглядається один з різновидів можливих причин виникнення літосферних напружень, пов'язаних зі зміною форми Землі в процесі еволюції, тобто передбачається, що генерація поля напружень обумовлюється трансформацією топологічної поверхні від одного еліпсоїда до іншого. В цьому сенсі моделювання напруженого стану літосфери Землі, можливо, дозволить наблизитись до правильного розуміння впливових чинників і ролі рушійних сил в концепції тектоніки плит.

Постановка задачі

За результатами попередніх досліджень було встановлено, що фігура поверхні літосфери геометрично повернута відносно фігури геоїда і в геологічному часі орієнтація цих фігур і параметри еліпсоїдів, які їх апроксимують, змінювались [Черклевич та ін., 2016]. Для сучасної епохи значення кута повороту між найменшою віссю еліпсоїда, що апроксимує поверхню літосфери, і віссю обертання Землі становить $2,6^\circ$ [Tserklevych and Shylo, 2018]. Цікавою задачею є відстеження зміни цього кута повороту в процесі еволюційного саморозвитку планети, оскільки цей чинник акумулює комплекс динамічних механізмів виникнення і формування основних елементів тектонічних структур через ендегенні процеси і обертотворчий рух Землі. В результаті дії гравітаційно-ротаційних та ендегенних сил відбувається перерозподіл мас, що може приводити до трансформації фігури від двовісного еліпсоїда до

тривісного і навпаки, зміни сплюсненості і осьової швидкості обертання та переміщення полюса в геологічному часі.

Поворот фігури еліпсоїда, що описує поверхню літосфери, відносно фігури еліпсоїда, що представляє поверхню геоїда, виникає внаслідок глобального переміщення фізичної поверхні Землі. Глобальне переміщення поверхні літосфери генерується механізмом, який приводить в рух тектонічні плити. Генезис таких сил, серед інших чинників, може бути пов'язаний з обертанням Землі [Ребецький, 2016] і відхиленням осі еліпсоїда, що апроксимує поверхню літосфери, від осі обертання [Tserklevych et al., 2017].

Приймемо за первісний стан Землі еліпсоїд, позначений суцільною лінією (на рис.1 це еліпс в проекції на площину), а стан після переміщення полярної осі фігури літосфери на кут θ – пунктирною лінією. Ця картина означає, що первісний стан поверхні літосфери Землі асоціюється з геоїдом (фігурою близькою до гідростатичного стану) і вісь обертання та вісь геоїда завжди збігаються відповідно до необмеженої здатності Землі пристосовуватися до діючих динамічних сил згідно із збереженням моменту кількості руху. У процесі переміщення літосферних плит кожна точка Землі зміщується на нову позицію: переміщення кожної точки на поверхні вказано стрілкою від T до T' . Які ж умови супроводжують переміщення фігури літосфери? Очевидно, вони двох типів – «кінематичні» і «динамічні». Кінематичні умови визначають зміну топологічної форми Землі з одного еліпсоїда до іншого (визначення параметрів цих еліпсоїдів є також метою даної статті), для динамічних умов потрібно, щоб зберігався рівноважний стан до і після переміщення.

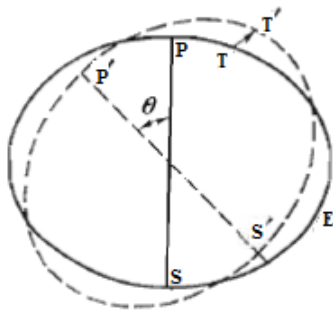


Рис.1. Ілюстрація до переміщення полярної осі еліпсоїда

Отож, в подальшому будемо розглядати кінематичні умови, які приводять до різниці між метриками двох поверхонь еліпсоїдів, тобто до зміщення (зсуву), що можна інтерпретувати як деформацію еліпсоїда. Знання компонентів деформацій дозволяє, використовуючи відомі вирази для напружень як функції деформацій в сферичних координатах, визначати компоненти тензора напружень для заданої реологічної моделі.

Вхідні дані

На сьогоднішній день найбільш вагомі дослідження в сенсі геопалеорекоonstrukцій виконані К. Скотезою і Н. Врайтом [Scotese and Wright, 2018]. Ними побудована палеоцифрова модель рельєфу (paleoDEM) – це цифрове представлення палеотопографії і палеобатиметрії, яке було «реконструйовано» в часі. PaleoDEM акумулює створення 120 палеогеографічних реконструкцій, які є складовими палеографічного атласу PALEOMAP. В основу побудови палеографічного атласу були покладені 177 фрагментів палеорекоonstrukції фанерозою і 3 фрагменти палеорекоonstrukції докембрію. Кожен PaleoDEM є оцінкою висот поверхні суші і глибин океанічних басейнів, що визначені в метрах з розрізненням $1^\circ \times 1^\circ$.

Побудова цифрових моделей палеотопографії і палеобатиметрії включала декілька етапів. Попередньо була створена глобальна тектонічна палеоструктура розміщення плит, тобто палеогеографічні карти, які представляли древній розподіл гірських масивів, низовин, мілководних морів і глибоких океанічних басейнів. Першим кроком було складання карти геологічних відкладів, які визначили стародавні умови накопичення осадових утворень, тобто здійснювався аналіз даних геологічної та тектонічної історії, палеомагнетизму, лінійних магнітних аномалій, палеобіографії, палеокліматології тощо.

Після того, як палеогеографія для кожного часового інтервалу була нанесена на карту і були належним чином визначені поправки до топографії і батиметрії, цю інформацію було перетворено в цифрове відображення палеотопографії і палеобатиметрії (тобто PaleoDEM). Кожен PaleoDEM високого розрізнення складався більш ніж із 6 мільйонів вузлів сітки, які інтегрували цифрову інформацію про висоти з розрізненням по горизонталі $10 \text{ км} \times 10 \text{ км}$ і по вертикалі в 40 м. Ця кількісна палеоцифрова модель рельєфу дозволила візуалізувати і аналізувати зміну поверхні Землі в часі, використовуючи програмне забезпечення ГІС та інші методи комп'ютерного моделювання. Всі ці моделі створені з розрізненням сітки $1^\circ \times 1^\circ$.

Процес створення paleoDEM починався з цифрових топографічних і батиметричних наборів даних сучасної карти світу, включаючи Антарктиду і Арктику. Ці топографічні і батиметричні набори даних об'єднувалися в глобальний набір даних із 6' кроком. На наступному етапі в окремі вузли сітки вносились корегування з врахуванням палеопозицій на основі використання глобальної тектонічної моделі плит проекту PALEOMAP.

На завершальному етапі, опрацюванню підлягали сучасні цифрові топографічні і батиметричні значення висот, які коригувалися і модифікувалися з використанням інформації про літологію і палеоекологію. Це виконувалось з використанням сучасних аналогів для древніх географічних зображень і простих методів комп'ютерної графіки. На цьому етапі цифрова інформація про висоти перетворювалася на значення в градаціях сірого, де білий колір являв найвищі висоти (+10000 м), а

чорний – найглибші океанічні впадини (-10000 м). Використовуючи 256 значень відтінків сірого, можна було відобразити топографію і батиметрію з розрізненням 40 м по вертикалі. Для високих гір і глибоких впадин використана менша градація сірого, оскільки ці регіони є лише на невеликій частині поверхні Землі.

Після завершення реконструкції палеовисот у відтінках градації сірого, ці значення трансформувалися знову в цифрові значення висот. Отриманий в результаті цифровий файл висот є «відкоригованою» глобальною палеотопографічною і палеобатиметричною поверхнею, або paleoDEM, яка представляє висоту поверхні суші і глибину океанічних басейнів на певний геологічний інтервал часу. Після отримання цифрової моделі її перетворювали у кольорову відмітку градації висот, звичну для пересічного перегляду.

Зрозуміло, що проблема створення таких карт є дуже складною. Дані матеріали є своєрідним ступенем розуміння «дійсності» в минулі геологічні періоди сучасною наукою, однак це розуміння може постійно змінюватися в залежності від досягнень майбутніх технологій та накопиченої інформації і відповідно до цього будуть поліпшуватися карти геопалеорекострукцій.

Методика

Апроксимація поверхні літосфери двовісним і тривісним еліпсоїдами

Відповідно до постановки задачі насамперед необхідно визначити розміри і орієнтування такого еліпсоїда, який найбільш близько наближався до фізичної поверхні планети. Вирішення цієї задачі було розглянуто на прикладі апроксимації висот поверхні літосфери Землі двовісним і тривісним еліпсоїдами в статті [Церклевич та ін., 2016].

Розглянемо рис. 2, де зображені: P_L' – фізична поверхня Землі; G – геоїд; E_L – еліпсоїд, параметри якого необхідно визначити; o – центр мас Землі; o' – центр шуканого еліпсоїда; oZ – напрям осі обертання Землі; $o'Z'$ – лінія паралельна осі oZ ; $o'Z''$ – напрям малої осі еліпсоїда E_L ; κ , ζ – два з трьох кутів Ейлера; N – напрям лінії вузлів; $\theta_0, \lambda_0, \rho_0$ – кути та відстань, що визначають зміщення центру шуканого еліпсоїда від центру мас; x_0, y_0, z_0 – лінійні величини, що визначають зміщення шуканого еліпсоїда; T – точка на фізичній поверхні Землі; $oT' = \rho'$; $o'o = \rho_0$; $oT = \rho$; $TT'' = h$; $o'T'' = r$; H – висота точки T над рівнем моря.

Що ж до апроксимації тривісним еліпсоїдом, то перейдемо до рис. 3, який ілюструє розв'язок цієї задачі. TL – точка на фізичній поверхні Землі; T' – точка на поверхні еліпсоїда, параметри якого необхідно визначити; XT , YT , ZT – координати точки T у вихідній системі координат; $X'T$, $Y'T$, $Z'T$ – координати в системі відліку шуканого еліпсоїда; x_0, y_0, z_0 – координати центру шуканого еліпсоїда

відносно вихідної системи координат; a_x, a_y, a_z – півосі; $\varepsilon, \psi, \omega$ – три кути повороту (Ейлерові кути).

Розмір і орієнтування двовісного і тривісного еліпсоїдів, зазвичай, визначають за умовою $\sum h^2 \rightarrow \min$. Ця умова передбачає, що сума квадратів віддалей між поверхнями шуканих еліпсоїдів і поверхнею літосфери є мінімальною.

В табл. 1 і 2 наведені значення параметрів двовісного і тривісного еліпсоїдів. Обчислення (семи для двовісного і дев'яти для тривісного) параметрів еліпсоїдів виконувалось на основі даних цифрової моделі рельєфу поверхні Землі ETOPO1 [Amante, Eakins, 2009]. Ця цифрова модель рельєфу представлена в геодезичній системі координат WGS84 і покриває всю поверхню планети з розрізняльною здатністю одна мінута. Для вказаної цифрової моделі для подальшого опрацювання висоти були осереднені в межах трапецій $5^\circ \times 5^\circ$. В результаті були отримані 2592 значень висот поверхні літосфери h , які слугували вхідними даними.

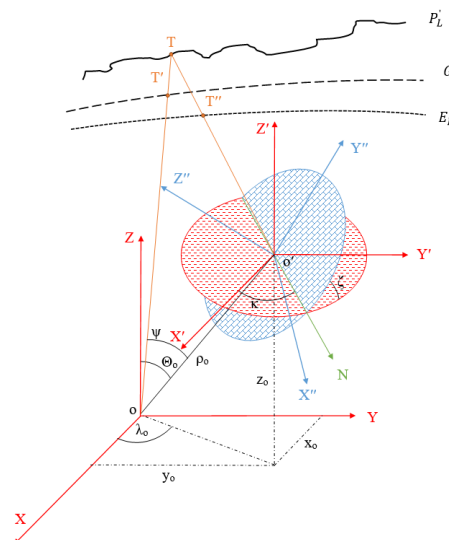


Рис. 2. Ілюстрація до апроксимації поверхні літосфери двовісним еліпсоїдом

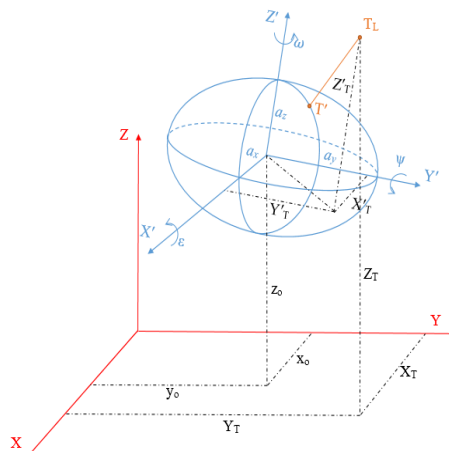


Рис. 3. Ілюстрація до апроксимації поверхні літосфери тривісним еліпсоїдом

Таблиця 1

Параметри двовісного еліпсоїда

Параметр и	Вся планета	Північна півкуля	Південна півкуля
$x_0, м$	-741,89	-1170,64	-38,99
$y_0, м$	-491,57	-388,46	1,70
$z_0, м$	1421,79	1868,02	7287,17
$a, м$	6375117,0 1	6375114,9 2	6376300,8 7
$b, м$	6355640,0 9	6355772,5 3	6362552,6 7
$1/f$	327,31650	329,59304	463,79175
κ	133°,774	159°,308	110°,029
ζ	2°,612	2°,610	2°,774

Таблиця 2

Параметри тривісного еліпсоїда

Параметр и	Вся планета	Північна півкуля	Південна півкуля
$x_0, м$	1048,11	1919,36	885,23
$y_0, м$	695,11	640,98	-40,43
$z_0, м$	1109,69	935,40	7333,25
$a_x, м$	6375959,8 4	6376764,4 2	6377391,1 8
$a_y, м$	6374317,5 1	6373521,2 4	6375286,6 5
$a_z, м$	6355605,1 9	6355769,2 9	6362642,6 7
$\varepsilon, ^\circ$	1,744	2,290	-0,761
$\psi, ^\circ$	-1,975	1,098	-2,592
$\omega, ^\circ$	-84,835	-77,500	49,099
$B_{ax}, ^\circ$	-1,989	1,106	-2,611
$L_{ax}, ^\circ$	84,835	77,500	130,901
$B_{az}, ^\circ$	87,384	87,478	87,318
$L_{az}, ^\circ$	126,296	-38,102	147,260

Звернемо увагу на те, що полюси найменших осей отриманих еліпсоїдів не співпадають з полюсом Землі, тобто екваторіальна площина фігури фізичної поверхні нахилена до екваторіальної площини геоїда і відповідний кут нахилу не перевищує 2,6° або ~250 км по дузі меридіана. Структурна асиметрія північної і південної півкуль також явно відслідковується (колонки 3 і 4 табл.1 і 2), а це означає, що існує видовження широтних кіл південної півкулі і укорочення довжин широтних кіл північної півкулі, тобто наявність розширення південної півкулі і, відповідно, стиснення північної півкулі відносно екватора Землі. Зміщення центру мас відносно центру фігури також характерне для Землі.

Отже, за результатами досліджень фігури поверхні літосфери виявилось, що ця фігура не гомотетично розміщена відносно фігури геоїда. Таке розміщення фігури літосфери і фігури геоїда створює тектонічні напруження в літосфері Землі, яке спрямоване на приведення розподілу мас у відповідність з фігурою геоїда.

Схематична ілюстрація еволюційного формування фігури Землі показана на рис.4. Якщо порівняти два положення зовнішніх оболонок Землі,

то можна спостерігати виникнення напруженого стану через зміни швидкості обертання та положення осі фігури літосфери відносно осі обертання. Розрядка цих напружень при досягненні критичних величин, що рівні межі міцності породи літосфери, призводить до тектонічної активізації Землі.

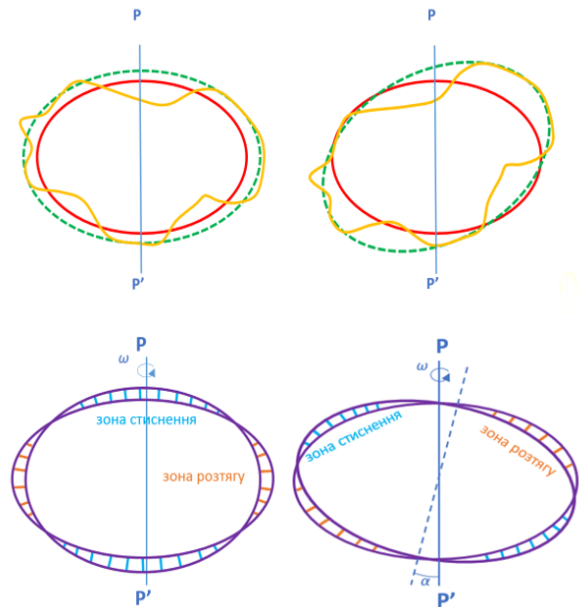


Рис. 4. Схематична ілюстрація формування фігури Землі та розподілу напруги в літосфері:

— поверхня літосфери, — еліпсоїд, який найкраще підходить до поверхні літосфери, — еліпсоїд, який зображає поверхню Землі в далеку геологічну епоху.

Визначення горизонтальних деформацій та напруженого стану обумовлених переорієнтацією фігури літосфери

Розглянемо більш детально як можна математично реалізувати кінематичні умови, що пов'язані з деформацією літосфери внаслідок переорієнтації полюса фігури Землі. Добре відомо, що відмінність елементів довжини дуги до і після деформації тісно пов'язане з тензором деформації [Рашевский, 1967, Тадеєв, 2017]. Якщо позначити через

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j$$

метрику поверхні до деформації та відповідно через

$$dS^2 = G_{ij} dx^i dx^j$$

метрику поверхні після деформації, то можна отримати:

$$dS^2 - ds^2 = (G_{ij} - g_{ij}) dx^i dx^j, \quad (1)$$

$$dS^2 - ds^2 = 2\varepsilon_{ij} dx^i dx^j,$$

де ε_{ij} – тензор деформації, який дорівнює:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (dS^2 - ds^2). \quad (2)$$

При цьому означені метрики віднесені до одних й тих же змінних x^i , але з різними

метричними тензорами g_{ij} і G_{ij} ,

Отже, лінійний елемент ds ідентифікує метричну форму недеформованої області Δ у початковому стані, а dS відображення лінійного елемента ds , яке відповідає перетвореній області Δ' (кінцевий стан, що відповідає трансформованій фігурі – двовісному чи тривісному еліпсоїду).

Введемо компоненти x_i точки T поверхні через сферичні координати:

$$x_1 = r \sin \theta \cos \lambda, \quad x_2 = r \sin \theta \sin \lambda, \quad x_3 = r \cos \theta,$$

де r – радіус – вектор від центру координатної системи до поверхні, θ, λ – відповідно полярна віддаль і довгота.

Для двовісного і тривісного еліпсоїдів їх радіус-вектори відповідно можна виразити наступними співвідношеннями [Мориц, 1994]:

$$\begin{aligned} r &= R(1 + \alpha(1/3 - \cos^2 \theta)), \\ r &= R(1 + \alpha(1/3 - \cos^2 \theta) + 0,5\alpha' \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_0)), \end{aligned} \quad (3)$$

α і α' – полярні і екваторіальні стиснення, R – радіус сфери рівного об'єму, λ_0 – географічна довгота великої осі.

Елемент довжини дуги для поверхні еліпсоїда знаходиться як:

$$\begin{aligned} dS^2 &= dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 = dM \cdot dM; \\ dS^2 &= \left(\frac{\partial M}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial M}{\partial \lambda} d\lambda \right) \cdot \left(\frac{\partial M}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial M}{\partial \lambda} d\lambda \right) \\ dS^2 &= \left(\frac{\partial M}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial M}{\partial \theta} \right) d\theta^2 + 2 \left(\frac{\partial M}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial M}{\partial \lambda} \right) d\theta d\lambda + \left(\frac{\partial M}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial M}{\partial \lambda} \right) d\lambda^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Для двовісного і тривісного еліпсоїдів після простих перетворень відповідно отримаємо:

$$\begin{aligned} dS^2 &= R^2 \left[1 + 2\alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right) \right] d\theta^2 + \\ &+ R^2 \sin^2 \theta \left[1 + 2\alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right) \right] d\lambda^2. \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} dS^2 &= R^2 \left\{ 1 + 2\alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right) + \right. \\ &\quad \left. + \alpha' \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_0) \right\} d\theta^2 + \\ &+ R^2 \sin^2 \theta \left\{ 1 + 2\alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right) + \right. \\ &\quad \left. + \alpha' \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_0) \right\} d\lambda^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Для сферичної поверхні елемент дуги виражається через класичне співвідношення:

$$ds^2 = R^2 d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\lambda^2. \quad (7)$$

Ввівши (5), (6) і (7) в (2), отримаємо деформації через зміни форми і поверхні відповідно: тривісного еліпсоїда відносно сфери

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\lambda\lambda} &= \alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \alpha' \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_0); \end{aligned} \quad (8)$$

двовісного еліпсоїда відносно сфери

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\lambda\lambda} = \alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right); \quad (9)$$

тривісного еліпсоїда відносно двовісного

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\lambda\lambda} = \frac{1}{2} \alpha' \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_0). \quad (10)$$

Класичний зв'язок між тензорами напружень і деформацій в пружному, однорідному, ізотропному середовищі визначається законом Гука [Жарков і Трубицын, 1980]:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{11} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (11)$$

λ, μ – коефіцієнти Ламе, які пов'язані з модулем Юнга і коефіцієнтом Пуассона.

Для двовісного простору за аналогією отримуємо:

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (12)$$

Рівняння (12) дозволяє зв'язати компоненти напружень з деформаціями, розрахованими в (8), (9) і (10):

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\lambda\lambda} = 2\mu \alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right) + \quad (13)$$

$$\mu \alpha' \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_0);$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\lambda\lambda} = 2\mu \alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right); \quad (14)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\lambda\lambda} = \mu \alpha' \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_0). \quad (15)$$

Важливою характеристикою для загальної оцінки стиснення і розтягу в результаті трансформації фігури є дилатація. Дилатація визначається як слід тензора деформації і відповідно для різних трансформацій фігури поверхні літосфери Землі отримаємо:

$$\Delta = \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\lambda\lambda}; \quad (16)$$

тривісного еліпсоїда відносно сфери

$$\Delta = 2\left[\alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right) + \alpha' \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_0) \right]; \quad (17)$$

двовісного еліпсоїда відносно сфери

$$\Delta = 2\alpha \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta \right); \quad (18)$$

тривісного еліпсоїда відносно двовісного

$$\Delta = 2\alpha' \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_0); \quad (19)$$

Розглянемо тепер, як можна оцінити деформації і напруження, до яких приводить переорієнтація фігури літосфери внаслідок дрейфу літосферних плит. Ці деформації і напруження в деякій мірі є результатом зміни кривизни поверхні. Час, необхідний для переміщення літосферних плит, не враховується. Фіксується лише загальна зміна, викликана трансформацією еліпсоїда, тобто між

його початковою і кінцевою позиціями. Різницю між означеним умовно «топологічним станом 2» і «топологічним станом 1» можна розглядати як поле деформацій і напружень, що виникає в результаті перетворення з першого еліпсоїда в другий, або також як поле деформацій і напружень через зміни еліпсоїдальної форми. Для отримання необхідних формул скористаємось позначеннями наведеними на рис. 5. Із сферичного трикутника (рис. 5) маємо:

$$\cos \gamma = \cos \theta \cos \theta_0 + \sin \theta \sin \theta_0 \cos(\lambda - \lambda_0). \quad (20)$$

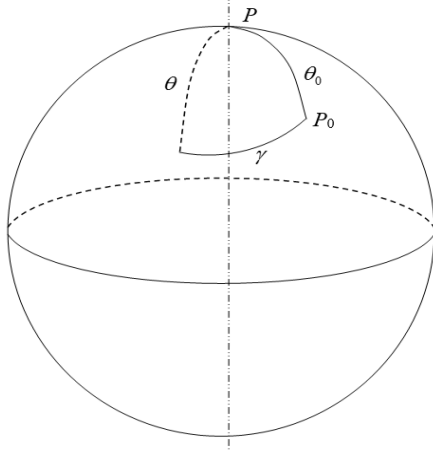


Рис. 5. Схематична ілюстрація відхилення полюса фігури. P – положення полюса в початковому стані

(1) фігури двовісного еліпсоїда; P_0 – положення полюса в кінцевому стані (2) після переміщення фігури двовісного еліпсоїда

Враховуючи відповідно формули (9) і (14), а також вираз для полінома Лежандра 2-го порядку

$$P_2(\cos \theta) = \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2}, \text{ отримаємо загальні формули}$$

для деформацій і напружень, що виникають в результаті трансформації одного еліпсоїда в інший у вихідній системі відліку

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\lambda\lambda} = -2(a_1 P_2(\cos \gamma) + a_2 P_2(\cos \theta)); \quad (21)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\lambda\lambda} = -2\mu(a_1 P_2(\cos \gamma) + a_2 P_2(\cos \theta)); \quad (22)$$

Якщо прийняти, що стиснення еліпсоїдів залишалось незмінним, то відповідно $a_1 = a_2$ і ми отримаємо:

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\lambda\lambda} = 3\alpha_1 \left(\frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \cos 2\lambda \right); \quad (23)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\lambda\lambda} = 3\mu\alpha_1 \left(\frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \cos 2\lambda \right). \quad (24)$$

Отже, в результаті переорієнтації фігури на малу величину (скажімо на 3 градуси), враховуючи (21) і (22), будемо мати:

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\lambda\lambda} = -2\alpha_1 \left(\frac{3}{2} (\cos^2 \theta_0 - 1) P_2(\cos \theta) + 3 \sin \theta \cos \theta \sin \theta_0 \times \cos \theta_0 \cos(\lambda - \lambda_0) + \frac{3}{4} \sin^2 \theta \sin^2 \theta_0 \cos 2(\lambda - \lambda_0) \right); \quad (25)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\lambda\lambda} = -2\mu\alpha_1 \left(\frac{3}{2} (\cos^2 \theta_0 - 1) P_2(\cos \theta) + 3 \sin \theta \cos \theta \sin \theta_0 \times \cos \theta_0 \cos(\lambda - \lambda_0) + \frac{3}{4} \sin^2 \theta \sin^2 \theta_0 \cos 2(\lambda - \lambda_0) \right). \quad (26)$$

Для розв'язування задачі знаходження векторів переміщення точок на поверхні фігури, що апроксимують літосферу Землі, в результаті трансформації однієї фігури в іншу внаслідок зміщення полюса малої осі фігури, необхідно знайти величини зміщення точок вздовж меридіану dB_i і паралелі dL_i . Розглянемо це на прикладі однієї точки А (рис. 6). На рисунку відображено положення двох точок на поверхні вихідного еліпсоїда: точка А з вхідними координатами B, L та точка А', яка ілюструє переміщення внаслідок переорієнтації еліпсоїда. З рисунка зрозуміло, що dB і dL невідомі значення переміщення точки вздовж широти і довготи, тобто це проекції відрізка AA' на меридіан і паралель. Відомими параметрами є геодезичні координати точки А у системі координат вихідного еліпсоїда, а також параметри переорієнтації (координати центру фігури і кути повороту навколо відповідних осей).

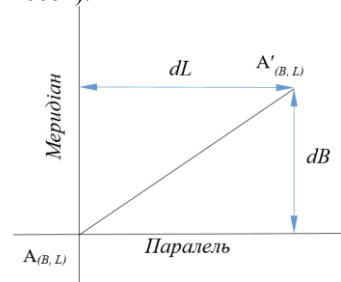


Рис. 6. Ілюстрація для визначення dB і dL

Отже, необхідно визначити зміни геодезичних координат внаслідок переорієнтації фігури. Загальний хід розв'язку ілюструє вираз:

$$B_A, L_A, H_A \rightarrow X_A, Y_A, Z_A \rightarrow X'_A, Y'_A, Z'_A \rightarrow B'_A, L'_A, H'_A. \quad (27)$$

Тобто спочатку ми переходимо до декартових геоцентричних координат за відомими формулами [Hofmann-Wellenhof, and Moritz, 2007]:

$$X_A = (N + H) \cdot \cos B_A \cdot \cos L_A; \quad (28)$$

$$Y_A = (N + H) \cdot \cos B_A \cdot \sin L_A;$$

$$Z_A = \left[N \cdot \left(\frac{b^2}{a^2} \right) + H_A \right] \cdot \sin B_A.$$

Наступним кроком є врахування параметрів переорієнтації фігури. За відомими параметрами переходу між двома прямокутними геоцентричними системами координат виконуємо перехід $(X_A, Y_A, Z_A \rightarrow X'_A, Y'_A, Z'_A)$, або в матричній формі

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ Z'_A \end{bmatrix} \cdot R + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

де R – матриця повороту, x_0, y_0, z_0 – координати центру фігури.

Для переходу від декартової системи координат у геодезичну, скористаємось відомими формулами [Marchenko et al., 2013]:

$$\begin{aligned} B'_A &= \arctg\left(\frac{Z'_A + N \cdot e^2 \sin B'_A}{(N + H'_A) \cos B'_A}\right) \\ L'_A &= \arctg\left(\frac{Y'_A}{X'_A}\right) \\ H'_A &= \frac{(N + H'_A) \cos B'_A}{\cos B'_A} - N \end{aligned} \quad (30)$$

Різниці еліпсоїдальних координат, приведених до однієї фігури віднесення, розрахуємо за формулами:

$$\begin{aligned} dB &= B'_A - B_A; \\ dL &= L'_A - L_A; \\ dH &= H'_A - H_A. \end{aligned} \quad (31)$$

Проекції dB , dL виразимо у кілометрах на поверхні вихідного еліпсоїда за наступними формулами:

$$\begin{aligned} dx &= dB \cdot M; \\ dy &= dL \cdot N \cdot \cos L; \\ dz &= dH. \end{aligned} \quad (32)$$

Для вирішення задачі було задано сітку з кроком 10° градусів (від -80° до $+80^\circ$ широти і від -180° до $+180^\circ$ довготи).

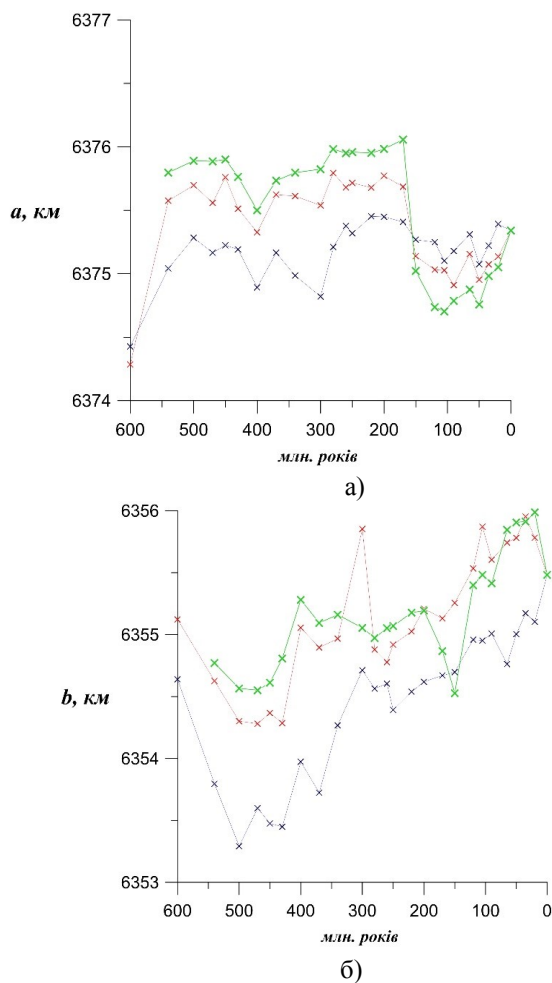
Отримані результати та їх обговорення

Згідно із апроксимацією двовісним і тривісним еліпсоїдами висот фізичної поверхні Землі, були отримані результати, які характеризують їх параметри в сучасний період (табл. 1 і 2) і для різних минулих геологічних епох за даними отриманими К. Скотезою і Н. Врайтом [Scotese and Wright, 2018]. В статті [Tserklevyuch et al., 2017] були проведені аналогічні дослідження геоеволюційних змін фігури Землі на основі двох варіантів наборів растрових карт палеорекострукцій розміщення материків і водної поверхні, які незалежно були створені Р. Блекі [Blakey, 2016] і К. Скотезою [Scotese, 2017]. Оскільки всі растрові зображення були створені послідовно в певних кольорах, то знайшовши зв'язок між зображенням висот моделі ETOPO1 і растровими картами палеорекострукцій з певним наближенням був здійснений перехід до цифрової моделі рельєфу поверхні (ЦМРП) літосфери Землі для геологічних епох, які прив'язані до відповідних карт із зображенням материків і водної поверхні. Доцільно співставити результати попередніх досліджень з отриманими результатами апроксимації двовісним і тривісним еліпсоїдами висот палеоцифрової моделі рельєфу (paleoDEM).

На рис. 7 наведені графіки зміни великої і малої півосей двовісного еліпсоїда, а також середнього радіуса впродовж геологічного часу. Синім кольором показана крива, яка відповідає апроксимації двовісним еліпсоїдом змодельованих значень висот на основі растрових

палеорекострукцій Р. Блекі. Червоним кольором відзначена аналогічна крива на основі растрових палеорекострукцій К. Скотези. Зеленим показані результати отримані за вхідними даними, які висвітлюються в даній роботі. Як бачимо, зміни параметрів двовісного еліпсоїда відображають подібні тенденції в геологічному часі, хоча і присутні деякі відмінності. Такий розподіл свідчить на користь достовірності отриманих результатів, адже були застосовані відмінні вхідні дані.

Цікавим для осмислення є рис. 8, на якому показані розміщення полюсу найменшої осі фігури двовісного еліпсоїда в залежності від широти. Як бачимо тут відсутнє відносне зміщення, очевидно тому що, кутові величини на відміну від розмірів осей і стиснення є незалежними від масштабу моделей еліпсоїда. Відзначимо також те, що в положенні полюсу чітко простежуються два найбільші відхилення від осі обертання, це в сучасний період і приблизно через 400 млн. років тому, а в часовому інтервалі 100-300 млн. років відхилення полюса фігури літосфери знаходилося в межах 1° . Виходячи з рисунку, результати за даними К. Скотези і Р. Блекі є добре узгодженими. Отже, значне переміщення полюса фігури літосфери, якщо придати йому смислове геологічне значення, може вказувати на активізацію тектонічних процесів в ці періоди геологічного часу.



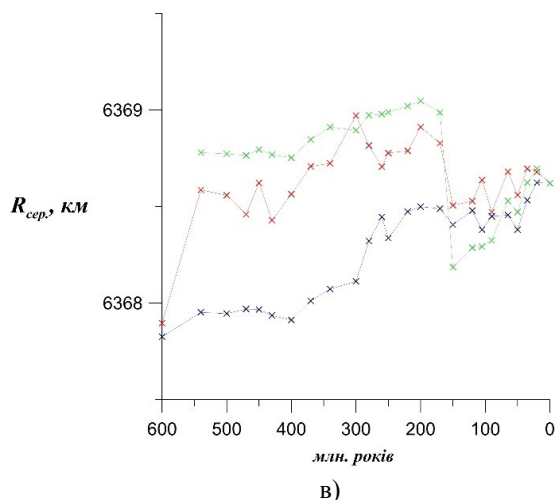


Рис. 7. Зміни параметрів двовісного еліпсоїда (а) – велика піввісь, б) – мала піввісь, в) – середнього радіусу) впродовж геологічного часу

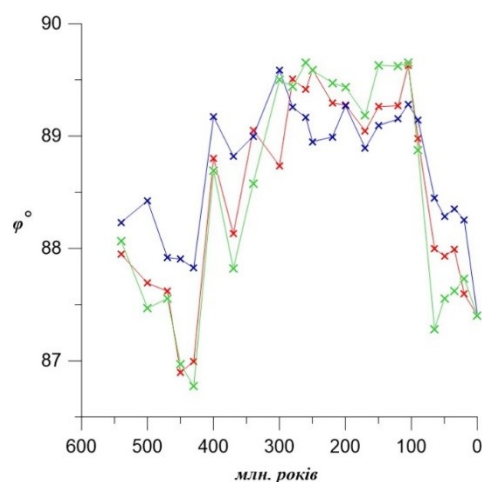


Рис. 8. Відхилення полюсу фігури двовісного еліпсоїда впродовж геологічного часу

Зауважимо, що в отриманих результатах з апроксимації висот палеорельєфу виявляються чіткі закономірності у стисненні двох еліпсоїдів (двовісного і тривісного), які наведені на рис. 9. Помаранчевим кольором відображено стиснення фігури двовісного еліпсоїда, чорним – стиснення тривісного еліпсоїда в площині по осях a_x, a_z :

$$\alpha = \frac{a_x - a_z}{a_x} \quad (33)$$

Жовтим в площині по осях a_x, a_z :

$$\alpha = \frac{a_y - a_z}{a_y} \quad (34)$$

Пурпурним – полярне стиснення

$$\alpha = \frac{\sqrt{a_x a_y} - a_z}{\sqrt{a_x a_y}} \quad (35)$$

Також на даному графіку можна відстежити (за даними двовісного еліпсоїда) два періоди в історії Землі (470 млн. років та 160 млн. років тому), під

час котрих стиснення було максимальним. Зауважмо, що в нинішній час протікає третій період з найбільшим стисненням планети. Різниця півосей еліпсоїда складає приблизно 20 км.

Протилежна тенденція спостерігається у період 65 млн. років тому, тоді планета мала менше стиснення, а різниця півосей складала приблизно 17 км. Різниця у стисненнях еліпсоїдів у 3 км трансформувала площу фігури, яка є найсуттєвішою у зонах полюсів, якщо прийняти незмінною екваторіальну вісь і викликала тектонічну активізацію.

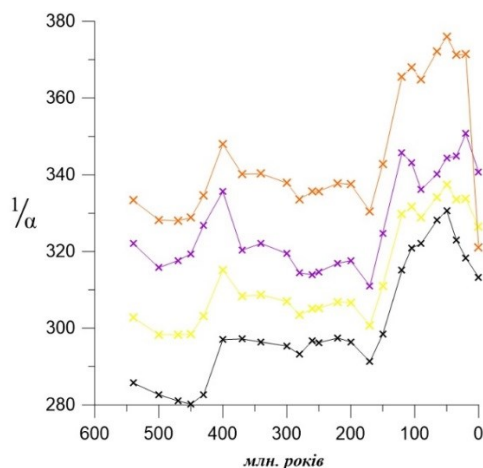


Рис. 9. Зміни стиснення двовісного і тривісного еліпсоїда впродовж геологічного часу

Цікавими виявилися графіки зміни різниці великої і малої осей тривісного еліпсоїда в площині екватора, які показані на рис.10. Вони показують чітку трансформацію двовісного еліпсоїда в тривісний, що відбувалась 400 млн. років тому. В той період геологічного часу материкова і океанічна поверхня літосфери найкраще описувалась тривісним еліпсоїдом з різницею осей в екваторіальній площині $\sim 3,2$ км, а 50 млн. років тому аналогічний показник сягав лише 0,5км. В нинішній час цей показник становить 1,5 км.

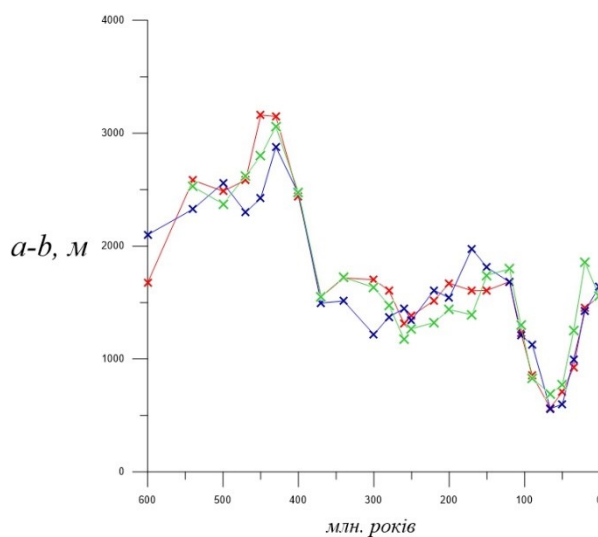


Рис. 10. Графіки різниці великої і малої осей тривісного еліпсоїда в площині екватора за результатами моделювання

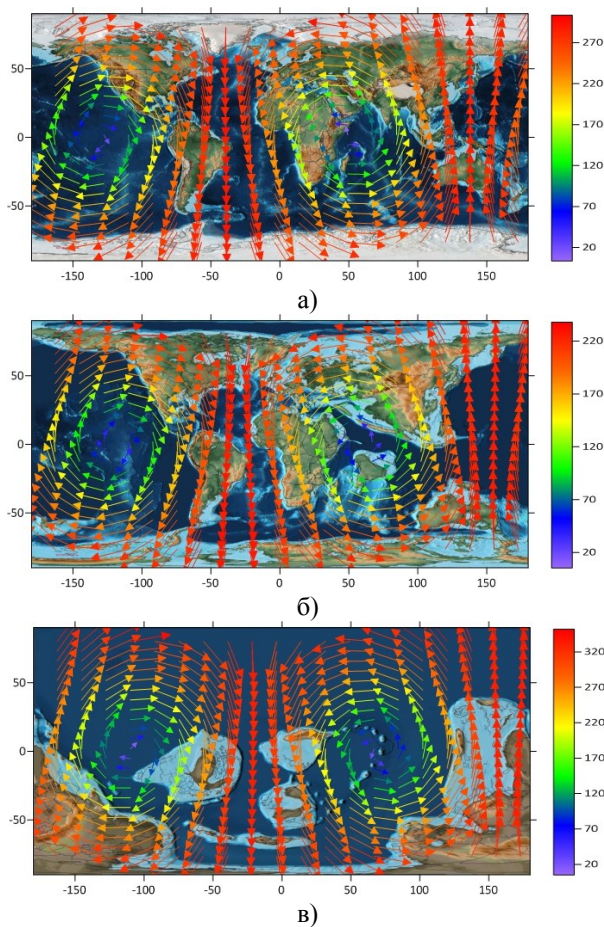


Рис. 11. Переміщення точок на поверхні еліпсоїда (км): а) – сучасна епоха, б) – 65 млн. років потому, в) – 470 млн. років потому

Загальна система переміщень представляє собою систему з двома вихрами, фокуси яких розміщені в районі екватора, а параметри деформації зсуву у них є мінімальними приблизно 20 км (рис. 11). По мірі віддалення від цих епіцентрів параметри деформації зростають. З рисунку бачимо, що «головні» лінії деформації розташовані вздовж меридіанів, причому це смуги завширшки приблизно 50 градусів по довготі. Їх максимальне значення складає приблизно 320 км у період 470 млн. років потому. Також максимальні переміщення спостерігаються у полярних областях. Напрямки переміщення є протилежними у цих вихрах, і є абсолютно симетричними. По мірі зміни параметрів переорієнтації фігур, епіцентри дещо переміщуються. Логічною є думка, що це мусить викликати постійну зміну напружень у корі, і відповідно зміну напруженого стану літосферної оболонки. Відтак повинен настати момент критичних напружень, що спонукає незворотні деформаційні процеси, що породжують лінійні структури та розломи.

Перейдемо тепер від зсуву до дилатації, яка виникає внаслідок зміни фігури. Наприклад, від сфери до двовісного еліпсоїда (рис. 12,б). Значення які на ньому відображаються розраховані за виразом (18). Як відомо дилатація це зміна площі. Отже на графіку синім кольором показані області фігури де площа зменшується, а червоним де збільшується.

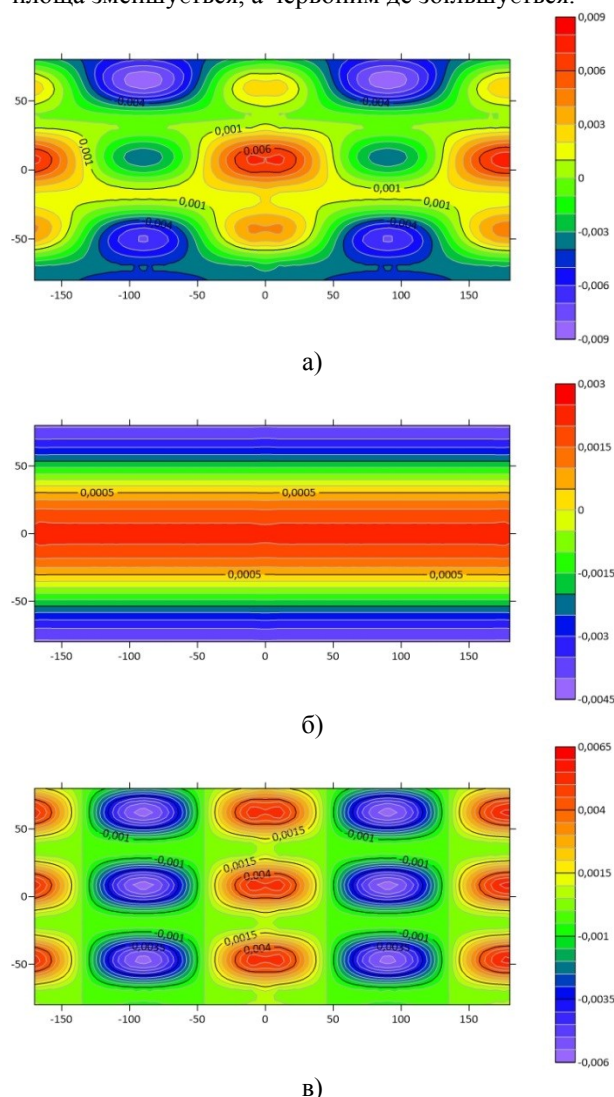


Рис. 12. Дилатація: а) при трансформації тривісного еліпсоїда в сферу, б) двовісного в сферу, в) тривісного еліпсоїда в двовісний.

Як бачимо на графіку зона нульових деформацій проходить в районі 50 паралелі в північній і південній півкулях. Dodatні значення коефіцієнту дилатації зосереджені навколо екватора, а від'ємні в полярних регіонах. Максимум і мінімум знаходяться на екваторі і полюсах відповідно.

Рис. 12, а побудований за даними обчисленими за виразом (17). Картина дещо відрізняється від рис. 12, б. Контур екваторіальної зони з додатнім коефіцієнтами набув форми смуги, яка то звужується, то розширюється. В місцях розширення розташовані 4 максимуми дилатації. Від'ємні коефіцієнти утворили овальні зони на полюсах.

Рис. 12, в ілюструє трансформацію тривісного еліпсоїда в двовісний. Тут спостерігається

абсолютна симетрія, через 0 і 180-й меридіан проходять 6 овальних зон з максимумами, а по меридіанах -90° і $+90^\circ$ симетричні овали з мінімумами.

На рис. 13 подані напруження, які виникають у пружній оболонці – еквівалентній літосфері при її переорієнтації приблизно на три градуси [Tserklevych et al., 2017].

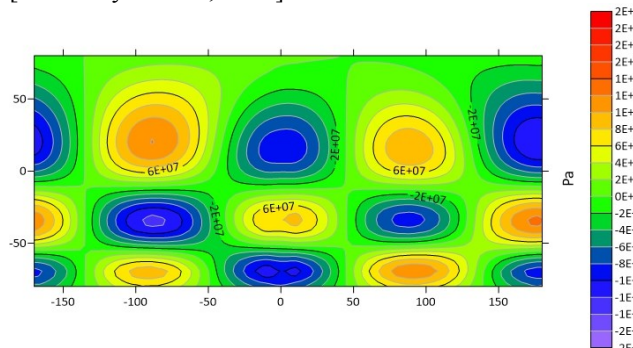


Рис. 13. Напружений стан літосфери внаслідок переорієнтації фігури

Як бачимо з рисунку, максимальні напруження складають $\pm 2 \cdot 10^8$ Па. Побудована картосхема на основі рівняння (26), на додаток до визначених максимальних напружень, дозволяє розглядати лінії ізонапружень в якості граничних значень руйнування літосфери. Однак ми повинні взяти до уваги той факт, що може бути важко безпосередньо застосовувати означені формули, які отримані для абсолютно пружного випадку, до явищ, що відбуваються протягом геологічних масштабів часу. Зауважимо також, що значення напружень призводить до відповідних деформацій, і рис. 13 буде подібним, тільки у відповідній шкалі значень деформацій.

Наукова новизна

Отримані характеристики напружено-деформаційного стану літосфери Землі за даними моделювання геопалеорекострукцій в геологічному часі. Дана інтерпретація ролі гравітаційно-ротаційних сил у формуванні глобального поля деформацій і напружень як наслідок трансформації фігури поверхні літосфери Землі.

Практична значущість

Подані результати будуть використовуватись у подальших дослідженнях, які спрямовані на вивчення планетарних характеристик нашої планети, динаміки їх змін в часі та глобального напружено-деформованого стану.

Висновки

В роботі проведено короткий ретроспективний огляд вивчення фігури Землі в контексті розвитку досліджень напружено-деформованого стану від межі XIX-XX ст. і до сьогодення.

Детально описаний математичний перехід трансформації фігури планети від геосфери до

двовісного та тривісного еліпсоїдів через визначення елементів деформацій і напружень. Висвітлена методика обчислення цих змін. Дана кількісна характеристика цих перетворень у вигляді рисунків динаміки параметрів фігур, що апроксимують літосферу, та переорієнтацію цих фігур. Цікавими виявилися проекції малої осі двовісного еліпсоїда на поверхню літосфери в різні геологічні епохи. Так, максимальне відхилення полюса малої півосі від північного полюса Землі не перевищує $\sim 3,2^\circ$ для 26 отриманих еліпсоїдів за даними paleoDEM [Scotese and Wright, 2018], які апроксимують поверхню літосфери для різних геологічних епох, що може вказувати на критичну величину відхилення географічного полюса від осі обертання Землі для будь-якої конфігурації розміщення материків і водної поверхні.

Також проілюстровано зміну двох параметрів напружено-деформованого стану, які пов'язують з перетвореннями фігури (дилатація і деформація зсуву). Наведені їх математичні співвідношення та рисунки з результатами обчислень.

Дослідження деформацій зсуву, які виникають внаслідок переорієнтації тонкої твердої оболонки нашої планети показали, що на її поверхні утворюється поле зсувів. Вектори зсувів розміщені у вигляді двох вихрів, а їх два фокуси розміщені поблизу екватора. Проаналізувавши їх, можна відзначити, що поблизу центрів вихрів значення переміщення є мінімальними, а на краях – максимальними. Осі цієї системи вихрів є рухомими, що і проілюструвало моделювання (Рис.11).

За рахунок відхилень двох основних фігур Землі, що апроксимують поверхню літосфери і геоїда, окремі блоки земної кори знаходяться у перманентному стані руху, а відповідно буде змінюватись поле деформацій і напружень. На нашу думку, це один з ймовірних чинників процесу, що запускає глобальні рухи літосферних блоків. В результаті відбувається трансформація фігури літосфери, яка характеризується зміною розмірів осей еліпсоїдів, що описує поверхню літосфери так і їх орієнтацією. В цьому випадку Землю можна розглядати як динамічну систему, в якій відбувається незначна регулярна зміна об'єму, при загальній тенденції до його збільшення. Маса Землі залишається постійною, а сама Земля при цьому циклічно розширюється.

Список літератури

- Гофман-Велленгоф, Б., & Мориц, Г. (2007). Физическая геодезия. М.: Изд-во МИИГАиК.
- Жарков, В. Н., & Трубицын, В. П. (1980). Физика планетных недр.
- Красовский, Ф. Н. (1947). О некоторых научных задачах астрономо-геодезии в связи с изучением строения твердой оболочки Земли. Избр. соч, 1, 251-269.
- Красовский, Ф. Н. (1955). Избранные труды. -В 4 томах.
- Кузнецов, В. В. (2005). Принцип минимизации гравитационной энергии Земли и механизмы его

- реализации. Вестника Отделения наук о Земле РАН. Электронный научно-информационный журнал, (1), 23.
- Левин, Б. В. (2001). Роль движений внутреннего ядра Земли в тектонических процессах. Фундаментальные проблемы общей тектоники. М.: Научный мир, 444-460.
- Машимов, М. М. (1999). Очерк о предметных областях и взаимопроникновениях геодезии, иконометрии и картографии новейших времен (в порядке обсуждения). Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка, (3), 44-58.
- Машимов, М. М. (1999). Физическая геодезия: метаморфозы в начале пути, возрождение учения Красовского в новейшее время (в порядке обсуждения). Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка, (6), 63-76.
- Молоденский, М. С. (1945). Роль геофизики и геологии в исследовании фигуры Земли. Сб. научно-техн. и произв. статей по геодезии, картографии, топографии, аэросъемке и гравиметрии, (8), 24.
- Молоденский, М. С. (1958). Современные задачи изучения фигуры Земли. Геодезия и картография, (7), 3-5.
- Мориц, Г. (1994). Фигура Земли: Теоретическая геодезия и внутреннее строение Земли. Киев: Изд-во НАН Украины.
- Одесский, И. А. (2004). Ротационно-пульсационный режим Земли и его геологические исследования.
- Рашевский, П. (1967). Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука. - 667 с.
- Ребецкий, Ю. Л. (2009). Оценка величин напряжений в методе катакластического анализа разрывов. In Доклады Академии наук (Vol. 428, No. 3, pp. 397-402). Федеральное государственное унитарное предприятие Академический научно-издательский, производственно-полиграфический и книгораспространительский центр Наука.
- Ребецкий, Ю. Л. (2016). Оценка влияния суточного вращения Земли на напряженное состояние континентальной коры. ДАН, 469(2), 230.
- Ребецкий, Ю. Л. (2015). Об особенностях напряженного состояния коры внутриконтинентальных орогенов. Геодинамика и тектонофизика, 6(4).
- Ребецкий, Ю. Л., & Маринин, А. В. (2006). Напряженное состояние земной коры западного фланга Зондской субдукционной зоны перед Суматра-Андаманским землетрясением 26.12. 2004 г. In Доклады Академии наук (Vol. 407, No. 1, pp. 106-110). Федеральное государственное унитарное предприятие Академический научно-издательский, производственно-полиграфический и книгораспространительский центр Наука.
- Стовас М.В. (1975). Избранные труды. М.: Недра, 1975. 155 с.
- Тадеев, О., & Тадеев, А. (2017). Оцінювання тривимірних деформаційних полів Землі методами проективно-диференціальної геометрії. Дилатаційні поля Землі.
- Тяпкин К.Ф., Довбнич М.М. (2009) Новая ротационная гипотеза структурообразования и ее геолого-математическое обоснование.— Донецк: «Ноулидж». – 342 с.
- Хаин, В. Е. (2010). Об основных принципах построения подлинно глобальной модели динамики Земли. Геология и геофизика, 51(6), 753-760.
- Церклевич, А., Заяць, О., & Шило, Є. (2016). Апроксимація висот фізичної поверхні Землі двовісним і тривісним еліпсоїдами. Геодинаміка, (1), 40-49.
- Церклевич, А. Л., & Шило, Е. А. (2018). Фигура литосферы Земли и геотектоника. Доповіді НАН України. doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.01.067>
- Шейдеггер, А. Е. (1987). Основы геодинамики: Пер. с англ. Недра.
- Amante, C., & Eakins, B. W. (2009). ETOPO1 arc-minute global relief model: procedures, data sources and analysis.
- Blakey R. (2016). Global Paleogeography. Retrieved from <https://www2.nau.edu/rcb7/>
- Mank, W., McDonald, G., (1964). Rotating the Earth. : World.
- Rebetsky, Y. L., & Tatevossian, R. E. (2013). Rupture propagation in strong earthquake sources and tectonic stress field. Bulletin de la Societe Geologique de France, 184(4-5), 335-346.
- Scotese, C.R. (2017). PALEOMAP Project. Retrieved from <http://www.scotese.com/>
- Scotese, C.R., and Wright, N., 2018. PALEOMAP Paleodigital Elevation Models (PaleoDEMS) for the Phanerozoic PALEOMAP Project, <https://www.earthbyte.org/paleodem-resourcescotese-and-wright-2018/>
- Tserklevych, A. L., Zayats, O. S., Shylo, Y. O., & Shylo, O. M. (2018). Generation of the Stressed State of the Lithosphere of the Earth and Mars Caused by the Reorientation of Their Figures. Kinematics and Physics of Celestial Bodies, 34(1), 19-36.
- Tserklevych, A. L., Zayats, O. S., & Shylo, Y. O. (2017). Dynamics of the Earth shape transformation. Kinematics and Physics of Celestial Bodies, 33(3), 130-141.

A. TSERLEVYCH, Ye. SHYLO, O. SHYLO

Department of Engineering Geodesy of Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandera str., Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: anatoltser@gmail.com

EARTH'S FIGURE CHANGES – GEODYNAMIC FACTOR OF STRESSED-DEFORMED LITOSPHERE STATE

Purpose. The purpose of this work is to show how redistribution of masses occurs as a result of gravity-rotational and endogenous forces in the evolutionary self-development of the planet, which leads to the transformation of the lithosphere from the sphere to the biaxial and then to triaxial ellipsoid, and vice versa; and changes in compression and the movement of the pole in geological time. Determine the deformation of the figure of the lithosphere due to the reorientation of the figure's pole. **Methodology.** The figure of the lithospheric surface is geometrically rotated relative to the figure of the geoid. The orientation of these figures and the parameters of the ellipsoids that approximate them, have changed during the geological time. Such placement of the lithospheric figure and of the geoid figure can create a stress aimed at bringing the distribution of the lithosphere masses into conformity with the figure of the geoid. The calculation of the parameters of biaxial and triaxial ellipsoids was performed based on the data of the digital Earth surface model ETOPO1. Data from the digital modeling of the paleoDEM relief, obtained in the work of K. Skotese and N. Wright have been used for modelling the transformation of the Earth's figure and in the estimation of the impact of its reorientation on the stress-strain state of the lithosphere in the ancient geological epochs. **Results** The parameters of biaxial and triaxial ellipsoids were calculated for fixed moments of geological time. A comparative analysis of the results of changes in the Earth's figure for paleoDEM and created on the basis of raster images of DSMs, built on palaeogeological data by R. Blakey and K. Skotese, were carried out. The formulas for calculation of displacements and deformations, which are related to the transformation of the figure and the orientation of the upper shell of the planet, are given. The interpretation of the research results of planetary dynamics of the Earth's lithosphere figure and the global deformation state are presented. **Scientific novelty.** The characteristics of the deformation state of the Earth's lithosphere according to modeling of geopaleo-reconstruction in geological time are obtained. Given is the interpretation of the role of gravity-rotational forces in the formation of the global field of stress and the transformation of the lithospheric figure. **Practical significance.** The results will be used in further researches aimed at studying the planetary characteristics of our planet, the dynamics of its changes in time, and the global tension.

Key words: biaxial and triaxial ellipsoid, digital model of the relief of the Earth's lithosphere surface, stress state of the lithosphere, dilatation, displacement deformation.

Надійшла 13.04.2019 р.

