

ДИСКУСІЇ

УДК 621.311.4(477.8)(477.44)

А. В. Чабан, В. Р. Левонюк
Львівський національний аграрний університет,
кафедра електротехнічних систем

АНАЛІЗ НЕУСТАЛЕНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ, ЩО З'ЄДНУЄ ПС «ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКА» ТА ПС «ВІННИЦЬКА»

© Чабан А. В., Левонюк В. Р., 2017

За міждисциплінарними підходами, представлено математичну модель фрагмента електроенергетичної системи ключовим елементом якої є лінія електропередачі ПС «Західноукраїнська» – ПС «Вінницька». Проаналізовано неусталені процеси у лінії електропередачі в однолінійному виконанні. Результати перехідних процесів наведено у вигляді рисунків, що аналізуються.

Ключові слова: математичне моделювання, перехідні процеси, принцип Гамільтона–Остроградського, електроенергетична система, лінія електропередачі з розподіленими параметрами.

The paper on the basis of interdisciplinary approaches presented mathematical model of the electric power system, a key element of which is the power line that connected substation «Zakhidnoukrayins'ka» – substation «Vinnyts'ka». On this basis, the analysis of transients in the power line to single-line performance. Results transients are presented as figures which analyzed.

Key words: mathematical modeling, transient, principle of Hamilton–Ostrogradski electric power system, power line with distributed parameters.

Постановка проблеми

Основним завданням електроенергетичних мереж є передавання та розподіл електромагнітної енергії за умови дотримання її якісних показників [1, 2]. Очевидно, що забезпечення останніх неможливе без достовірної інформації про перетоки енергії в мережах. Одним з дієвих підходів до цього є використання апарата математичного моделювання, який ґрунтується на фундаментальних законах прикладної фізики, у нашому випадку це стосується електродинаміки. Ключовими елементами ЕЕС є довгі лінії електропередач з розподіленими параметрами, що в математичному аспекті призводить до формування крайових та мішаних задач. А це, своєю чергою, створює проблему пошуку крайових умов до телеграфного рівняння. Відтак, у нинішній праці ми пропонуємо методику ефективного пошуку крайових умов до хвильового рівняння, що в результаті дає можливість аналізувати неусталені хвильові процеси у досліджуваній електричній системі.

Аналіз останніх досліджень

Багато наукових та інженерних колективів працює над проблемою математичного моделювання перехідних процесів у електроенергетичних системах. Очевидно, що ця проблема є актуальною. Та більшість дослідників будують математичні моделі ліній електропередач, отримуючи при цьому розподіл струмів і напруг у лінії [3, 4], приділяючи особливу увагу

обчисленню взаємних ємностей між проводами, а не формуванню крайової (мішаної) задачі, що описує математичну модель самої системи.

Частина робіт присвячена розробкам математичних моделей дво- та трипровідних ліній електропередач змінного струму за допомогою яких аналізують різного характеру перехідні процеси, використовуючи при цьому різного роду програмні комплекси АТР-ЕМТР, MATLAB/Simulink та ін. [5–7], нічого не згадуючи при цьому про формування енергетичного функціоналу в методі Рітца–Релея (метод скінченних елементів (МСЕ)). Також варто згадати авторів, що будують математичні моделі, які ґрунтуються на використанні частотного методу [8] та на основі заступних схем [9].

Не всі згадані підходи до створення математичних моделей перехідних процесів у довгих лініях електропередач дають можливість врахувати вплив інших елементів енергосистеми на процеси в лінії. А ті моделі, які мають таку можливість, реалізовані в програмних комплексах АТР-ЕМТР та MATLAB/Simulink, що не завжди дає змогу отримати адекватний результат, особливо коли як моделі елементів електроенергетичних систем використовують електромагнітні моделі елементів Ψ - чи A -типу, тим більше – колопольові моделі останніх [10].

Формування цілей статті

Метою роботи є розроблення математичної моделі електроенергетичної системи, ключовим елементом якої є довга лінія електропередачі з розподіленими параметрами, що з'єднує ПС «Західноукраїнська» та ПС «Вінницька» на основі варіаційних підходів [11]; а також аналіз на цій підставі симетричних станів згаданої системи в однолінійному виконанні.

Виклад основного матеріалу

Для побудови математичної моделі електроенергетичної системи, зображеної на рис. 1, ми використовуємо міждисциплінарний метод математичного моделювання, який ґрунтується на модифікації інтегрального варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського, розроблено в [11].

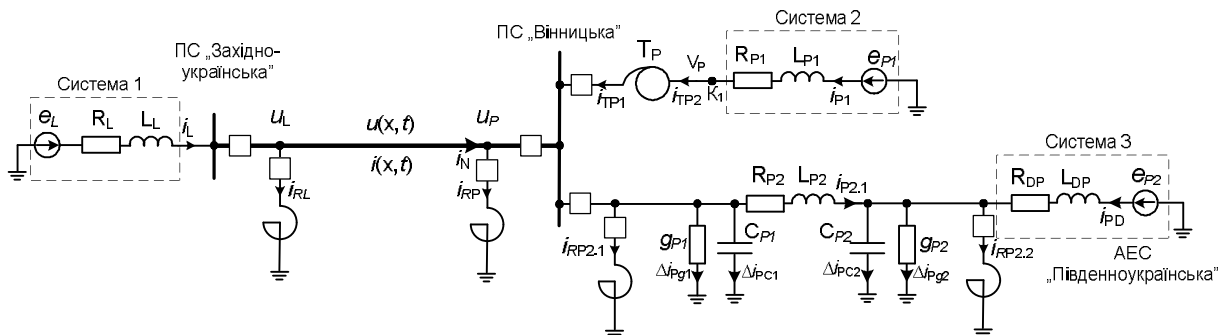


Рис. 1. Розрахункова схема фрагмента електроенергетичної системи

Для досліджуваної нами системи функціонал дії за Гамільтоном–Остроградським виглядатиме так [11]:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L^* dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_l L_l dl dt, \quad I = \int_l L_l dl, \quad (1)$$

де S – дія за Гамільтоном–Остроградським; L^* – розширена функція Лагранжа; L_l – лінійна густина модифікованої функції Лагранжа; I – енергетичний функціонал.

Розширена функція Лагранжа виглядає так:

$$L^* = \tilde{T}^* - P^* + \Phi^* - D^*, \quad (2)$$

де \tilde{T}^* – кінетична коенергія, P^* – потенціальна енергія, Φ^* – енергія дисипації, D^* – енергія сторонніх непотенціальних сил.

Запишемо елементи розширеної функції Лагранжа [11]

$$T^* = \int_0^{i_{TP1}} \Psi_{TP1} di_{TP1} + \int_0^{i_{TP2}} \Psi_{TP2} di_{TP2} + \frac{L_{P1} i_{TP2}^2}{2} + \frac{L_{DP} i_{DP}^2}{2} + \frac{L_{P2} i_{P2.1}^2}{2} + \frac{L_{RL} i_{RL}^2}{2} + \frac{L_{RP} i_{RP}^2}{2} + \frac{L_{RP2.1} i_{RP2.1}^2}{2} + \frac{L_{RP2.2} i_{RP2.2}^2}{2} + \frac{L_L i_L^2}{2}; \quad (3)$$

$$P^* = \frac{Q_{P1}^2}{2C_{P1}} + \frac{Q_{P2}^2}{2C_{P2}}; \quad (4)$$

$$\Phi^* = \frac{1}{2} \int_0^t (r_{TP1} i_{TP1}^2 + r_{TP2} i_{TP2}^2) dt + \frac{1}{2} \int_0^t (R_{P1} i_{TP2}^2 + R_{DP} i_{DP}^2 + R_{P2} i_{P2.1}^2 + R_L i_L^2) dt + \frac{1}{2} \int_0^t (R_{RL} i_{RL}^2 + R_{RP} i_{RP}^2 + R_{RP2.1} i_{RP2.1}^2 + R_{RP2.2} i_{RP2.2}^2) dt; \quad (5)$$

$$D^* = \int_0^t (e_L i_L + e_{P1} i_{P1} + e_{P2} i_{DP}) dt; \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \equiv T_l = \frac{L_0 Q_t^2(x,t)}{2}, \quad \frac{\partial P}{\partial x} \equiv P_l = \frac{1}{2C_0} Q_x^2(x,t), \quad \text{де } Q_t \equiv \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = i(x,t), \quad Q_x \equiv \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \equiv \Phi_l = \Phi_{I3} - \Phi_{IB} = \int_0^t \left(\frac{R_0}{2} Q_t^2(x,t) - \frac{g_0}{2C_0^2} Q_x^2(x,t) \right) dt. \quad (8)$$

У випадку аналізу електричних контурів, що не містять ЕРС, приймемо допущення [12]:

$$\frac{\partial T^*}{\partial Q_j} = u_j, \quad (9)$$

де Ψ – потокощеплення; i – струми в зосереджених елементах системи; $i(x,t)$ – струм у лінії; R_0, g_0, C_0, L_0 – розподілені параметри лінії; Φ_{I3} – лінійна густина зовнішньої дисипації енергії; Φ_{IB} – лінійна густина внутрішньої дисипації енергії; $Q(x,t)$ – заряд лінії.

Ознайомитися з методикою отримання рівнянь подібного плану можна, наприклад, у наших працях [10, 13]. Тому задля зменшення обсягу матеріалу пропонуємо готові рівняння електромагнітного стану об'єкта, (рис. 1).

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (C_0 L_0)^{-1} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v - g_0 R_0 u \right), \quad \frac{\partial u}{\partial t} = v; \quad (10)$$

$$\frac{d\Psi_{TP1}}{dt} = u_P - r_{TP1} i_{TP1}, \quad \frac{d\Psi_{TP2}}{dt} = V_P - r_{TP2} i_{TP2}; \quad (11)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L_L} (e_L - R_L i_L - u_L), \quad \frac{di_{RL}}{dt} = \frac{1}{L_{RL}} (u_1 - R_{RL} i_{RL}), \quad \frac{di_{RP}}{dt} = \frac{1}{L_{RP}} (u_P - R_{RP} i_{RP}), \quad u_1 \equiv u_L; \quad (12)$$

$$\frac{di_{P1}}{dt} = \frac{1}{L_{P1}} (e_{P1} - R_{P1} i_{P1} - V_P), \quad \frac{di_{DP}}{dt} = \frac{1}{L_{DP}} (u_{CP2} - R_{DP} i_{DP} - e_{P2}), \quad \frac{di_{P2.1}}{dt} = \frac{1}{L_{P2}} (u_{CP1} - R_{P2} i_{P2.1} - u_{CP2}); \quad (13)$$

$$\frac{di_{RP2.1}}{dt} = \frac{1}{L_{RP2.1}} (u_P - R_{RP2.1} i_{RP2.1}), \quad \frac{di_{RP2.2}}{dt} = \frac{1}{L_{RP2.2}} (u_{CP2} - R_{RP2.2} i_{RP2.2}); \quad (14)$$

$$\frac{du_{CP1}}{dt} = \frac{i_N - i_{RP} + i_{TP1} - i_{RP2.1} - \Delta i_{Pg1} - i_{P2.1}}{C_{P1}}, \quad \frac{du_{CP2}}{dt} = \frac{i_{P2.1} - \Delta i_{Pg2} - i_{RP2.2} + i_{DP}}{C_{P2}}, \quad u_{CP1} \equiv u_P, \quad (15)$$

де V_P – напруга на шинах трансформатора на стороні 330 кВ; r_{TP1}, r_{TP2} – активні опори первинної та вторинної обмоток трансформатора відповідно; u_1 – напруга вузла №1 просторової дискретизації лінії; $R_{RL}, R_{RP}, R_{RP2.1}, R_{RP2.2}$ – активні опори шунтувальних реакторів; $L_{RL}, L_{RP}, L_{RP2.1}, L_{RP2.2}$ – індуктивності шунтувальних реакторів;

Замінивши рівняння Ψ -типу трансформатора (11) на рівняння A -типу [11], отримаємо:

$$\frac{di_{TP1}}{dt} = A_{11P}(u_P - r_{TP1}i_{TP1}) + A_{12P}(V_P - r_{TP2}i_{TP2}), \quad \frac{di_{TP2}}{dt} = A_{21P}(u_P - r_{TP1}i_{TP1}) + A_{22P}(V_P - r_{TP2}i_{TP2}); \quad (16)$$

де A_{kmp} – коефіцієнти, що залежать від обернених індуктивностей трансформатора [11].

Для розв'язання хвильового рівняння (10) потрібно знайти крайові умови до нього. Аналізуючи рис. 1, легко бачити, що пошук згаданих умов є непростим завданням, потребує залучення всіх елементів електричного кола. У задачах подібного плану ми використовуємо крайові умови другого й третього родів (Неймана і Пуанкаре). Згаданий підхід на противагу до існуючих, коли використовуються крайові умови першого роду, дає змогу ефективніше розв'язувати крайову задачу, не заангажовуючи додатково перші та останні вузли просторової дискретизації лінії [14].

Як крайові умови до рівняння (10) використаємо другий закон Кірхгофа для електричних кіл із розподіленими параметрами:

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = R_0 i(x,t) + L_0 \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}. \quad (17)$$

Дискретизуючи рівняння (10) та (17) за методом скінченних різниць, отримаємо:

$$\frac{dv_j}{dt} = (C_0 L_0)^{-1} \left(\frac{u_{j-1} - 2u_j + u_{j+1}}{(\Delta x)^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v_j - g_0 R_0 u_j \right) \quad u_1 = u(x,t)|_{x=0}, \quad u_N = u(x,t)|_{x=l} \quad (18)$$

$$-\frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2\Delta x} = R_0 i_j + L_0 \frac{di_j}{dt}, \quad \frac{du_j}{dt} = v_j, \quad j = 1, \dots, N. \quad (19)$$

Якщо проаналізувати рівняння (18) та (19), то побачимо, що для знаходження напруги на першому та останньому вузлах дискретизації необхідно знайти невідомі напруги у фіктивних вузлах u_0 та u_{N+1} . Займемося пошуком цих напруг.

Запишемо рівняння стаціонарних зв'язків на основі законів електротехніки:

$$i_L - i_1 - \Delta i_{1C} - \Delta i_{1g} - i_{RL} = 0, \quad i_N - i_{RP} + i_{TP1} - i_{RP2.1} - \Delta i_{P_g1} - \Delta i_{PC1} - i_{P2.1} = 0, \quad (20)$$

де $\Delta i_{1C}, \Delta i_{1g}$ – струми витоку вузла №1 просторової дискретизації лінії.

$$\Delta i_{1g} = \Delta x g_0 u_1, \quad \Delta i_{1C} = \Delta x C_0 \frac{du_1}{dt} = \Delta x C_0 v_1, \quad \Delta i_{P_g1} = g_{P1} u_{CP1}, \quad \Delta i_{P_g2} = g_{P2} u_{CP2}. \quad (21)$$

Потім продиференціюємо перше рівняння в (20) та перших два рівняння в (21) за часом з урахуванням початкових умов [11]:

$$\frac{di_L}{dt} - \frac{di_1}{dt} - \frac{d\Delta i_{1C}}{dt} - \frac{d\Delta i_{1g}}{dt} - \frac{di_{RL}}{dt} = 0, \quad \frac{d\Delta i_{1g}}{dt} = \Delta x g_0 v_1, \quad \frac{d\Delta i_{1C}}{dt} = \Delta x C_0 \frac{dv_1}{dt}. \quad (22)$$

Тепер на підставі першого виразу в (19) запишемо рівняння для визначення струму в першій та останній вітках лінії:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_0 - u_2}{2\Delta x} - R_0 i_1 \right), \quad \frac{di_N}{dt} = \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_{N-1} - u_{N+1}}{2\Delta x} - R_0 i_N \right), \quad \frac{di_N}{dt} = \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_N - u_P}{\Delta x} - R_0 i_N \right). \quad (23)$$

Важливо зазначити, що перше та друге рівняння в (23) отримано дискретизацією (17) за методом скінченних різниць з використанням центральної похідної, а третє рівняння – правою похідною [11].

Підставивши у перше рівняння (22) перші два рівняння з (12), друге та третє рівняння з (22) та перше рівняння з (23), отримаємо:

$$\frac{1}{L_L} (e_L - R_L i_L - u_1) - \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_0 - u_2}{2\Delta x} - R_0 i_1 \right) - \Delta x C_0 \frac{dv_1}{dt} - \Delta x g_0 v_1 - \frac{1}{L_{RL}} (u_1 - R_{RL} i_{RL}) = 0. \quad (24)$$

Отримаємо вираз для знаходження напруги у фіктивному вузлі з лівого боку лінії:

$$u_0 = \frac{2\Delta x L_0}{3} \left[\left(\frac{2 + \Delta x^2 g_0 R_0}{\Delta x L_0} - \frac{1}{L_L} - \frac{1}{L_{RL}} \right) u_1 - \frac{1}{2\Delta x L_0} u_2 + \left(\frac{\Delta x (g_0 L_0 + C_0 R_0)}{L_0} - \Delta x g_0 \right) v_1 + \frac{R_0}{L_0} i_1 + \frac{R_{RL}}{L_{RL}} i_{RL} + \frac{1}{L_L} (e_L - R_L i_L) \right]. \quad (25)$$

Прирівнявши між собою друге та третє рівняння в (23), отримаємо:

$$\frac{1}{L_0} \left(\frac{u_{N-1} - u_{N+1}}{2\Delta x} - R_0 i_N \right) = \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_N - u_P}{\Delta x} - R_0 i_N \right). \quad (26)$$

Отримуємо напругу у фіктивному вузлі з правого боку лінії

$$u_{N+1} = u_{N-1} - 2(u_N - u_P), \quad u_P = u_N + i_N R_0 \Delta x + L_0 \Delta x \frac{di_N}{dt}. \quad (27)$$

Аналізуючи вираз (27), бачимо, що у ньому є невідома напруга u_P . За схемою електроенергетичної системи, наведеної на рис. 1, напруга $u_P = u_{CP1}$, яку можна знайти за першим рівнянням в (15).

Струм у лінії знаходимо дискретизуючи рівняння (17) за методом скінченних різниць, використовуючи під час дискретизації праву похідну [11]:

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{1}{L_0 \Delta x} (u_j - u_{j+1}) - \frac{R_0}{L_0} i_j, \quad j = 1, \dots, N-1. \quad (28)$$

Сумісному інтегруванню підлягає така система рівнянь: (12) – (16), (18), (19), (23), (28), з урахуванням (20), (21), (25), (27).

Комп'ютерну симуляцію здійснювали для аналізу фрагмента електроенергетичної системи, зображеної на рис. 1, зокрема, досліджували стан виходу в усталений процес. Після цього здійснювалось коротке замикання в точці К1. Досліджуваний фрагмент електроенергетичної системи з'єднаний з іншими електроенергосистемами, які на схемі представлені джерелами ЕРС з відповідними внутрішніми параметрами $E_L = 750$ кВ, $E_{P1} = 330$ кВ та $E_{P2} = 750$ кВ, тип трансформатора T_p – АОДЦТН-333000/750/330, усі реактори типу РОДЦ-110000/750. Довжина лінії Південно-українська АЕС – ПС «Вінницька» – 304 км, ПС «Західноукраїнська» – ПС «Вінницька» – 360, 5 км.

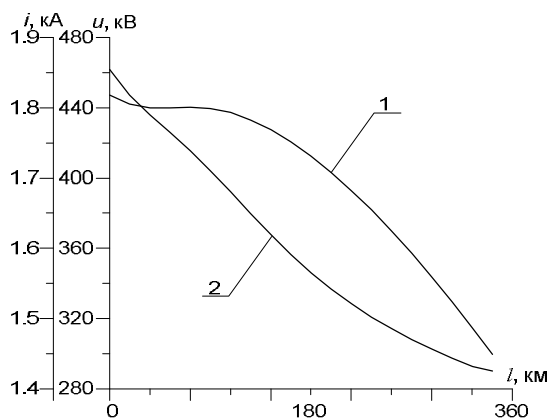


Рис. 2. Просторовий розподіл напруги (1) та струму (2) у лінії в момент часу $t = 0,003$ с

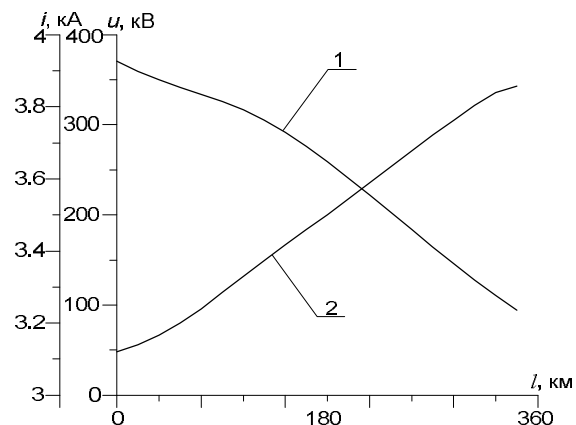


Рис. 3. Просторовий розподіл напруги (1) та струму (2) у лінії в момент часу $t = 0,006$ с

Для прикладу на рис. 2, 3 зображено просторовий розподіл напруги та струму у лінії в момент часу $t = 0,003$ с та $t = 0,006$ с. Проаналізувавши рисунки, бачимо, що в момент часу $t = 0,003$ с напруга на початку лінії має значення 450 кВ, а в кінці лінії – 300 кВ. Струм на початку лінії має значення 1,85 кА, а в кінці лінії – 1,45 кА. В момент часу $t = 0,006$ с на початку лінії напруга та струм дорівнюють 370 кВ та 3,1 кА відповідно, а в кінці лінії – 100 кВ та 3,9 кА.

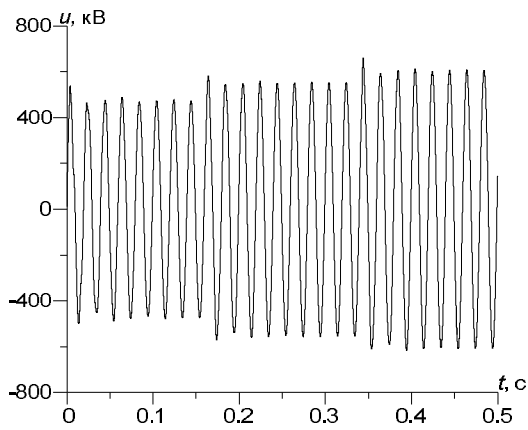


Рис. 4. Напряга на початку лінії

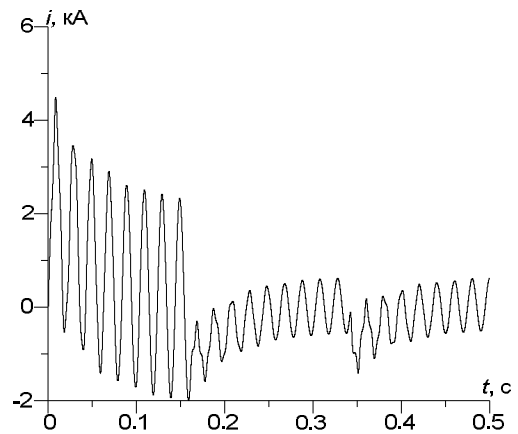


Рис. 5. Струм на початку лінії

На рис. 4, 5 репрезентовано перехідний процес напруги та струму на початку лінії під час виходу системи в усталений стан. У момент часу $t = 0$ с до системи підключили e_L , і функція напруги на початку лінії, після певних збурень, набула значення 500 кВ, а струм – 2,5 кА. У момент часу $t = 0,16$ с та $t = 0,34$ с було підключено e_{P1} та e_{P2} , напруга спочатку набула значення 580 кВ, а потім – 610 кВ. Струм на початку лінії зменшився до 500 А.

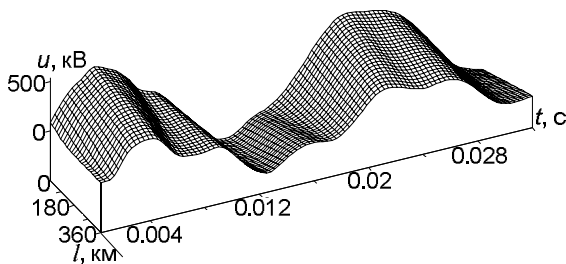


Рис. 6. Часово-просторовий розподіл функції напруги в момент часу $t \in [0; 0.032]$ с

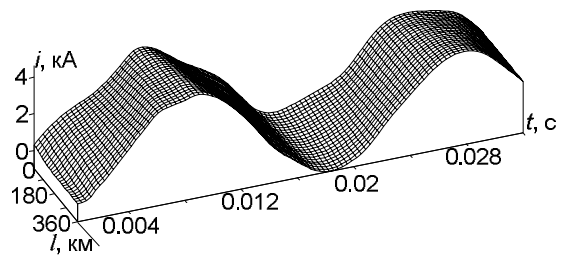


Рис. 7. Часово-просторовий розподіл функції струму в момент часу $t \in [0; 0.032]$ с

На рис. 6 і 7 представлено напругу та струм лінії як функцію часової й просторової координат. Ці рисунки подано у 3D-форматі. Варто зазначити доволі високу інформативність останніх, яка полягає в тому, що і просторова, і часова координати формують тривимірний простір (функція двох змінних). Згадані рисунки доцільно аналізувати, порівнюючи з рис. 2–5.

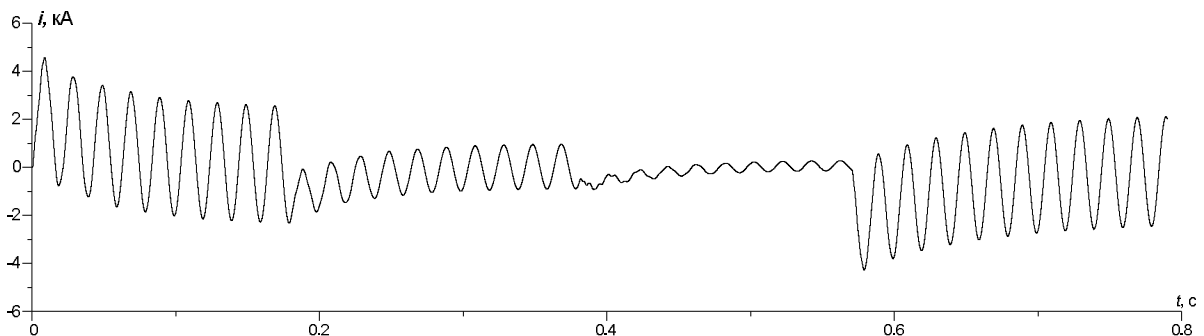


Рис. 8. Струм по середині лінії

На рис. 8 зображено функцію перехідних процесів струму в центральній частині лінії під час виходу системи в усталені стани. Згадані процеси пов'язані з (див. рис. 1) вмиканням електро-рушійних сил (справа лінії) та здійсненням симетричного трифазного КЗ в точці K_1 . Зокрема, вмикання електро-рушійних сил призводить до зменшення струму в лінії, натомість здійснення КЗ призводить до зростання струму.

Висновки

1. Використання міждисциплінарних підходів до моделювання перехідних процесів у електричних мережах дає змогу уникнути декомпозиції єдиної зціленої системи, натомість формувати кінцеві рівняння стану виключно з єдиного енергетичного підходу побудовою розширеної функції Лагранжа.

2. Важливим моментом під час розв'язання телеграфного рівняння є пошук крайових умов до останнього, які доволі часто є завуальованими. Знаходження цих умов спричиняє заангажування повної системи диференціальних рівнянь досліджуваного об'єкта, зокрема: трансформаторів, реакторів тощо, що значно ускладнює розв'язання диференціальних рівнянь стану системи.

3. За результатами комп'ютерної симуляції моделі можна зробити низку висновків:

- просторовий розподіл функції напруги та струму у лінії, підтверджує фізичні засади електродинаміки стосовно хвильових процесів у довгих лініях електропередач;
- поданий у 3D-форматі часово-просторовий розподіл струму й напруги надають максимальну інформацію про електромагнітні процеси у довгих лініях електропередач надвисокої напруги;
- під час вмикання додаткових ЕРС (з правого боку системи) функція струму зменшується, а під час короткого замикання в елементах електричної системи – функція струму збільшується.

Матеріали цієї роботи будуть використовуватися в подальших дослідженнях, які стосуватимуться досліджень перехідних електромагнітних процесів у довгих лініях електропередач.

1. Евдокунин Г. А. *Электрические системы и сети* / Г. А. Евдокунин. – СПб. : Издательство Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, 2011. – 286 с.
2. Костин В. Н. *Электропитающие системы и электрические сети* / В. Н. Костин. – Санкт-Петербург : Издательство СЗТУ, 2007. – 154 с.
3. Нестеров Р. Е. *Математическое моделирование линий электропередач и систем заземления* / Р. Е. Нестеров, Ф. Ю. Канев, Н. А. Макенцова // *Современные проблемы науки и образования*. – 2015. – № 1.1. – С. 15–21.
4. *A Wideband Line/Cable Model for Real-Time Simulations of Power System Transients* / Octavio Ramos-Leaños [and other] // *IEEE Transaction on power delivery*. – 2012. – № 4. – pp. 2211–2218.
5. Nayir A. *Simulation of transient processes on overvoltage in electric transmission lines using ATP-EMTP* // *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*. – 2013. – № 5. – p. 1553–1556.
6. Гоголюк О. П. *Дослідження електропередачі в сучасних комп'ютерних середовищах* // *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. – 2010. – № 671. – С. 24–31.
7. Рудевич Н. В. *Математична модель лінії електропередач в фазних координатах для дослідження електромагнітних перехідних процесів* // *Вісник НТУ «ХПИ»*. – 2013. – № 59. С. 117–123.
8. Носов Г. В. *Расчет переходного процесса при подключении линии электропередачи к источнику синусоидального напряжения* / Г. В. Носов, Е. О. Кулешова, Н. В. Шишкина // *Современные проблемы науки и образования*. – 2012. – № 6. – С. 16–21.
9. Кононов Б. Т. *Диференціальні рівняння перехідних процесів у високовольтній трифазній електричній мережі* / Б. Т. Кононов, А. О. Мушаров, А. О. Нечаус // *Збірник наукових праць Харківського національного університету Повітряних Сил*. – 2016. – № 4(49). – С. 114–117.
10. *Математичне моделювання перехідних процесів у лінії Лехера в стані неробочого ходу* / А. В. Чабан [та ін.] // *Електротехніка і Електромеханіка*. – 2016. – № 3. – с. 30–35.
11. Чабан А. В. *Принцип Гамільтона-Остроградського в електромеханічних системах : монографія*. / А. В. Чабан. – Львів : В-во Тараса Сороки, 2015. – 464 с.
12. Уайд Д. *Електромеханическое преобразование энергии* / Д. Уайд, Г. Вудсон. – Л. : Энергия, 1964. – 539 с.
13. *Model matematyczny dwuprzewojowej linii zasilania z wykorzystaniem modyfikowanej zasady Hamiltona* / Andriy Czaban [and other] // *Maszyny Elektryczne – Zeszyty Problemowe*. – 2016. – Nr 1. – p. 31–36.
14. Czaban A. *Interdyscyplinarne modelowanie procesow niustalonych w lokalnym ukladzie elektroenergetycznym zawierajacym linie zasilania o parametrach rozlozonych* / Andriy Czaban, Andrzej Szafraniec, Vitaliy Levoniuk // *Technika transportu szynowego*. – 2016. – № 12. – p. 406–411.