

¹О. Станкевич, ²Н. Станкевич¹Національний університет “Львівська політехніка”²Львівський національний університет ім. І. Франка

ДОСЛІДЖЕННЯ АКУСТИЧНОЇ ЕМІСІЇ ВІД СИСТЕМИ КОМПЛАНАРНИХ ТРІЩИН

© Станкевич О., Станкевич Н., 2021

Розв’язано динамічну задачу про поле переміщень у пружному півпросторі, породжене усталеним у часі зміщенням поверхонь системи дископодібних компланарних тріщин. Розв’язки отримано методом граничних інтегральних рівнянь. Побудовано залежності пружних переміщень на поверхні півпростору від хвильового числа, кількості дефектів та глибин їх залягання.

Ключові слова – півпростір, дископодібна тріщина, акустична емісія, метод граничних інтегральних рівнянь

Вступ

Проблеми неруйнівного контролю та технічної діагностики промислових об’єктів та виробів важливі не лише для визначення їх залишкового ресурсу, а й гарантування техногенної та екологічної безпеки. Одним з ефективних методів технічної діагностики є метод акустичної емісії (АЕ) [1–4], який дає змогу здійснювати моніторинг динаміки структурної пошкодженості матеріалу. Для підвищення його ефективності необхідно створювати математичні моделі для кореляції залежностей між параметрами структурних дефектів та випромінюваними ними сигналами АЕ. У працях [5–9] запропоновано різні підходи для дослідження хвильового поля переміщень, ініційованого утворенням нових та підростанням існуючих тріщин у тілах. Однак у них розглядали лише поодинокі дефекти, а вплив множинних дефектів на параметри АЕ не досліджували. Також необхідно під час математичного моделювання полів переміщень від дефектів враховувати вплив на перерозподіл параметрів хвильового поля зовнішніх поверхонь тіл [10, 11].

Ефективним підходом для дослідження тривимірних динамічних задач теорії пружності для тіл з тріщинами є метод граничних інтегральних рівнянь (ГІР) [12, 13], однією з переваг якого є пониження розмірності задач. Метод ГІР успішно застосовано для дослідження поля АЕ у пружному півпросторі з поодинокією тріщиною відриву/скруту [10, 11].

У цій праці у частотній області методом ГІР досліджено хвильове поле переміщень на поверхні пружного півпростору, спричинене заданими зміщеннями протилежних поверхонь паралельних кругових тріщин скруту.

Постановка задачі

Розглядаємо пружний ізотропний півпростір, матеріал якого характеризується густиною ρ та модулем зсуву G . Півпростір містить систему n плоских тріщин, які займають кругові області S_m , $m = \overline{1, n}$ однакового радіуса a . Усі тріщини є паралельними до зовнішньої вільної від навантажень поверхні S_0 півпростору, а їх геометричні центри O_m , $m = \overline{1, n}$ розташовані на одній лінії, перпендикулярній до S_0 . Вибір декартових систем координат, пов’язаних з тріщинами та поверхнею півпростору, показано на рис 1. Протилежні поверхні S_m^\pm дефектів зазнають усталених в

часі зсувних крутних зміщень, які в напрямку координатних осей $O_m x_{jm}$, $j=1,2$, $m=\overline{1,n}$ описуються функціями

$$\begin{aligned} \Delta u_{\begin{Bmatrix} 1m \\ 2m \end{Bmatrix}}(\mathbf{x}, t) &= \Delta u_{\begin{Bmatrix} 1m \\ 2m \end{Bmatrix}}(\mathbf{x}) \exp[-i\omega t] = \\ &= \begin{Bmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{Bmatrix} \frac{F(\mathbf{x})}{a} \exp[-i\omega t], \end{aligned} \quad (1)$$

де F – відома задана функція, $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця, t – час, ω – частота коливань зміщень поверхонь тріщин. За аналогією з (1) всі параметри хвильового поля у тілі набувають в часі гармонічного перебігу.

Для розглянутого випадку розташування тріщин і зміщення їх поверхонь у півпросторі поширюватимуться лише горизонтально поляризовані пружні SH-хвилі, при цьому вертикальні переміщення і нормальні напруження у тілі відсутні ($u_3(\mathbf{x}, t) = 0$, $\sigma_{33}(\mathbf{x}, t) = 0$). Розкриття дефектів породжує явище акустичної емісії, а задача визначення хвильового поля переміщень у півпросторі зводиться до розв'язання диференціального рівняння руху Гельмгольца стосовно амплітудних значень u_j зсувних переміщень

$$\Delta_3 u_j + k_2^2 u_j = 0, \quad j=1,2, \quad (2)$$

де $\Delta_3 = \sum_{l=1}^3 \partial^2 / \partial x_l^2$ – тривимірний Лапласів оператор, $k_2 = \omega / c_2$ – хвильове число, $c_2 = \sqrt{G/\rho}$ – швидкість поширення у тілі поперечної пружної хвилі.

Крайові умови задачі формулюємо в областях розташування тріщин

$$u_{jm}(\mathbf{x}_m) = \Delta u_{jm}(\mathbf{x}_m), \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_m(x_1, x_2, x_{3m} = \pm 0) \in S_m, \quad m = \overline{1,n},$$

та вільній поверхні півпростору

$$\sigma_{j3}(\mathbf{x}_0) = 0, \quad \mathbf{x}_0(x_1, x_2, x_{30} = 0) \in S_0. \quad (4)$$

Додатково до сказаного розв'язки поставленої задачі повинні задовольняти умовам Зоммерфельда випромінювання на безмежності [13].

Розв'язування задачі

Тотальне хвильове поле переміщень у тілі, породжене переміщеннями від коливань поверхні півпростору та акустичною емісією від розкриття тріщин, подаємо у вигляді суперпозиції

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}_0) + \sum_{m=1}^n \mathbf{u}_m(\mathbf{x}_{0m}), \quad (5)$$

для кожної складової з врахуванням умов випромінювання Зоммерфельда використано інтегральне представлення у вигляді Гельмгольцевих потенціалів

$$\begin{aligned} u_{j0}(\mathbf{x}_0, \omega) &= \frac{\partial}{\partial x_{30}} P_{j0}(\mathbf{x}_0, \omega), \quad u_{jm}(\mathbf{x}_0, \omega) = \frac{\partial}{\partial x_{30m}} P_{jm}(\mathbf{x}_{0m}, \omega), \\ P_{j0}(\mathbf{x}_0) &= \iint_{S_0} \alpha_j(\boldsymbol{\eta}) \frac{\exp[ik_2 |\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\eta}|]}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\eta}|} dS_{\boldsymbol{\eta}}, \quad j=1,2, \end{aligned} \quad (6)$$

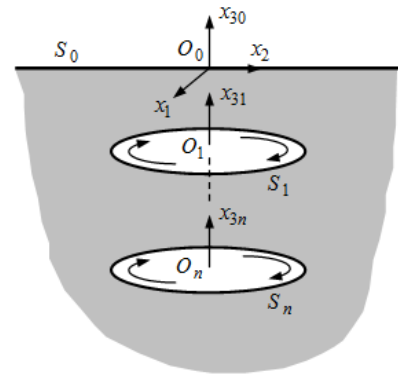


Рис. 1. Схема задачі

$$P_{jm}(\mathbf{x}_{0m}) = \iint_{S_m} \Delta u_{jm}(\boldsymbol{\eta}) \frac{\exp[ik_2 |\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|]}{|\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|} dS_{\boldsymbol{\eta}}, \quad m = \overline{1, n}.$$

Тут:

$|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\eta}| = \sqrt{(x_1 - \eta_1)^2 + (x_2 - \eta_2)^2 + x_{30}^2}$, $|\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}| = \sqrt{(x_1 - \eta_1)^2 + (x_2 - \eta_2)^2 + x_{30m}^2}$, $x_{30m} = x_{30} + |O_0 O_m|$ – відстань між точкою \mathbf{x}_0 спостереження в декартовій системі координат $O_0 x_1 x_2 x_{30}$ та точкою $\boldsymbol{\eta}$ відповідної області інтегрування, \mathbf{x}_{0m} – точка з координатами (x_1, x_2, x_{30m}) точки \mathbf{x}_0 в m -й системі координат. У поданнях (6) Δu_{jm} – задані амплітудні значення функцій зміщень поверхонь дефектів, α_j – невідомі густини, що підлягають визначенню.

Надалі поставлену задачу розв'язуємо методом граничних інтегральних рівнянь (ГІР) [10, 12]. Тотальне поле напружень у півпросторі за аналогією з (5) подаємо у вигляді

$$\sigma_{j3}(\mathbf{x}_0) = \sigma_{j30}(\mathbf{x}_0) + \sum_{m=1}^n \sigma_{j3m}(\mathbf{x}_0), \quad (7)$$

де компоненти дотичних напружень після застосування до (5) співвідношень закону Гука набувають вигляду

$$\sigma_{j30}(\mathbf{x}_0) = -(\Delta_2 + k_2^2) P_{j0}(\mathbf{x}_0), \quad (8)$$

$$\sigma_{j3m}(\mathbf{x}_{0m}) = -(\Delta_2 + k_2^2) P_{jm}(\mathbf{x}_{0m}), \quad \Delta_2 = \sum_{l=1}^2 \partial^2 / \partial x_l^2.$$

Задовольнивши крайову умову (3) на вільній поверхні S_0 півпростору за допомогою подань (7), (8), отримуємо систему 2-х незв'язаних двовимірних ГІР типу згортки

$$\left. \begin{aligned} & (\Delta_2 + k_2^2) \left\{ \iint_{S_0} \alpha_j(\boldsymbol{\eta}) \frac{\exp[ik_2 |\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\eta}|]}{|\mathbf{x}_0 - \boldsymbol{\eta}|} dS_{\boldsymbol{\eta}} + \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^n \iint_{S_m} \Delta u_{jm}(\boldsymbol{\eta}) \frac{\exp[ik_2 |\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|]}{|\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|} dS_{\boldsymbol{\eta}} \right\} = 0, \end{aligned} \right\} (9)$$

$$j = 1, 2, \quad \mathbf{x}_0 \in S_0.$$

Подальше розв'язування задачі полягає у застосуванні до (9) двовимірного інтегрального перетворення Фур'є за просторовими змінними x_1, x_2 . Тоді ГІР (9) трансформуються у систему 2-х лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно Фур'є-зображень невідомих густин α_j . Застосувавши до розв'язків СЛАР обернене двовимірне перетворення Фур'є, отримуємо інтегральні подання для оригіналів густин α_j через відомі функції Δu_{jm} у вигляді

$$\alpha_j(\boldsymbol{\varsigma}) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m=1}^n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} \tau R_2(\tau) J_0(\tau |\boldsymbol{\varsigma} - \boldsymbol{\eta}|) P_{jm}(\boldsymbol{\eta}) d\tau dS_{\boldsymbol{\eta}}, \quad (10)$$

$$j = 1, 2, \quad R_2(\tau) = \sqrt{\tau^2 - k_2^2}.$$

Підставивши співвідношення (10) в (4) та скориставшись методикою [14] обчислення кратних безмежних інтегралів, отримуємо подання для тотального хвильового поля на поверхні півпростору від множинного розкриття тріщин у вигляді

$$\begin{aligned} u_j(\mathbf{x}_0) = & \sum_{m=1}^n \frac{\partial}{\partial x_{30m}} \iint_{S_m} \Delta u_{jm}(\boldsymbol{\eta}) \left\{ \frac{\exp[ik_2 |\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|]}{|\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|} + \right. \\ & \left. + \int_0^{\infty} \frac{\tau}{R_2(\tau)} \exp[-x_{30m} R_2(\tau)] J_0(\tau r^*) d\tau \right\} dS_{\boldsymbol{\eta}}, \\ & r^* = \sqrt{(x_1 - \eta_1)^2 + (x_2 - \eta_2)^2}, \end{aligned}$$

або у бездиференційній формі

$$u_j(\mathbf{x}_0) = \sum_{m=1}^n \iint_{S_m} \Delta u_{jm}(\boldsymbol{\eta}) \left\{ x_{30m} M(\mathbf{x}_{0m}, \boldsymbol{\eta}) \frac{\exp[ik_2 |\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|]}{|\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|^3} - \int_0^{\infty} \tau \cdot \exp[-x_{30m} R_2(\tau)] J_0(\tau r^*) d\tau \right\} dS_{\boldsymbol{\eta}}, \quad (11)$$

$$M(\mathbf{x}_{0m}, \boldsymbol{\eta}) = ik_2 |\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}| - 1.$$

Зазначимо, що другий доданок у дужках виразу (11) є модифікованою функцією Гріна і характеризує внесок зовнішньої вільної поверхні тіла у загальне хвильове поле переміщень.

Результати та їх обговорення

Як приклад, розглядали випадок, коли функції крутих зсувів поверхонь тріщин описуються співвідношеннями

$$\Delta u_{jm}(\mathbf{x}) = (-1)^{j+1} \sqrt{a^2 - x_1^2 - x_2^2} x_{(3-j)} / a, \quad (12)$$

а відстані між сусідніми тріщинами однакові, тобто

$$|O_0 O_1| = d_0, |O_{m-1} O_m| = d, m = \overline{2, n}.$$

Представлення (12) описує випадок стаціонарних (нерухомих) дефектів і забезпечує природні умови змикання їх протилежних поверхонь на контурах областей S_m . Врахувавши зазначене та використавши співвідношення для суми геометричної прогресії, подання (11) переписуємо в остаточному вигляді

$$u_j(\mathbf{x}_0) = \iint_{S_m} (-1)^{j+1} \sqrt{a^2 - \eta_1^2 - \eta_2^2} \frac{\eta_{(3-j)}}{a} \cdot \left\{ \sum_{m=1}^n x_{30m} M(\mathbf{x}_{0m}, \boldsymbol{\eta}) \frac{\exp[ik_2 |\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|]}{|\mathbf{x}_{0m} - \boldsymbol{\eta}|^3} + \int_0^{\infty} \frac{\tau}{R_2(\tau)} \exp[-d_0 R_2(\tau)] \frac{\exp[-ndR_2(\tau)] - 1}{\exp[-dR_2(\tau)] - 1} J_0(\tau r^*) d\tau \right\} dS_{\boldsymbol{\eta}}, \quad x_{30m} = d_0 + (m-1)d. \quad (13)$$

Під час числового обчислення інтегралів кругові області S_m тріщин у полярних системах координат покривали чотирикутними граничними елементами з кроками розбиття $a/20$ за радіальними та $\pi/18$ за кутовими координатами. Під час обчислення півбезмежного інтегралу проміжок $[0; \infty)$ розбивали на проміжки $[0; k_2]$ і $[k_2; \infty)$ з відповідним умовам Зоммерфельда вибором гілок радикалів

$$R_2(\tau) = \begin{cases} -i\sqrt{k_2^2 - \tau^2}, & k_2 > \tau, \\ \sqrt{\tau^2 - k_2^2}, & k_2 < \tau. \end{cases}$$

Визначали нормовані амплітудні значення кутових переміщень $\tilde{u}_{\phi}(x_0, \omega) = 10\sqrt{u_1^2(x_0, \omega) + u_2^2(x_0, \omega)}/a$ у точці спостереження $\mathbf{x}_0(r, 0, 0)$ на поверхні S_0 тіла.

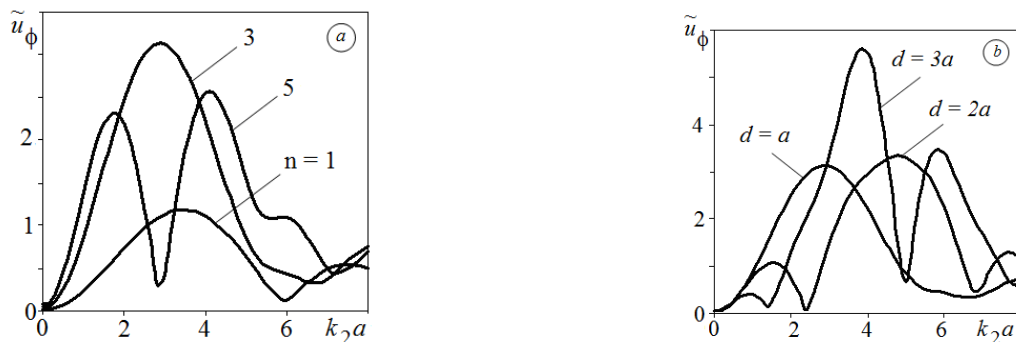


Рис. 2. Залежності амплітуд переміщень \tilde{u}_{ϕ} від хвильового числа $k_2 a$

На рис. 2 показано частотні залежності нормованих амплітудних значень переміщень \tilde{u}_Φ від хвильового числа k_2a у точці поверхні півпростору з координатою $r=8a$ за різної кількості n тріщин та відстанями між дефектами. Рис. 2a відповідає глибинам залягання дефектів $d_0=2a$, $d=a$ і значенням $n=1,2,3$, рис. 2b – випадку $n=3$ і відстаням між тріщинами $d=a, 2a, 3a$. Аналіз графіків показує, що збільшення кількості тріщин супроводжується зменшенням резонансної частоти з першим піковим значенням \tilde{u}_Φ (рис. 2a). Спочатку збільшення параметра n призводить до зростання амплітуд вказаних піків ($n=3$), а потім – до їх зменшення ($n=5$) та появи повторних піків \tilde{u}_Φ . За фіксованої глибини $d_0=2a$ збільшення параметра d у вибраному діапазоні хвильового числа k_2a супроводжується зменшенням резонансної частоти першого локального максимуму \tilde{u}_Φ та зменшенням значень останнього (рис. 2b). Подальше збільшення параметра d призводить до зростання другого пікового значення амплітуди \tilde{u}_Φ , який переважає перший.

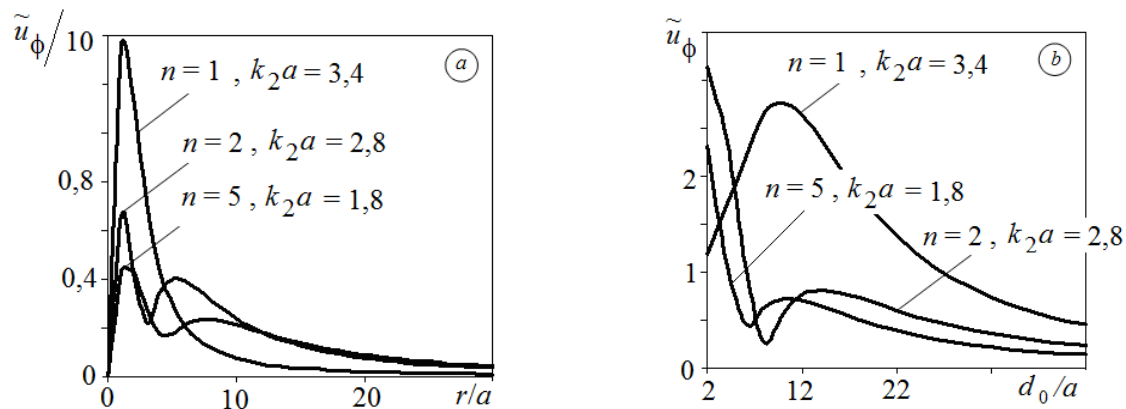


Рис. 3. Залежності амплітуд переміщень \tilde{u}_Φ від координати r точки спостереження, кількості n та глибини d_0 залягання тріщин при фіксованих значеннях хвильового числа k_2a

На рис. 3 показано залежності амплітудних значень \tilde{u}_Φ від координати r точки спостереження, кількості n та глибини d_0 залягання тріщин при фіксованих значеннях хвильового числа k_2a , які відповідають резонансним частотам першого локального піку \tilde{u}_Φ на рис. 2a. Із графіків бачимо, що спочатку збільшення параметра r супроводжується зростанням значень \tilde{u}_Φ від нульового (над епіцентром тріщин) до максимального (над контуром дефектів), а потім – спаданням переміщень. Збільшення кількості тріщин призводить до зменшення пікових значень \tilde{u}_Φ та набуття їхніми залежностями осцилюючої затухаючої поведінки (рис. 3a). Під час зростання глибини d_0 спостерігається якісна відмінність у поведінці \tilde{u}_Φ між випадком однієї та кількох тріщин у півпросторі (рис. 3b). Для системи дефектів зі зростанням параметра d_0 амплітуди \tilde{u}_Φ спочатку спадають до локального мінімуму, потім зростають до повторного максимуму. Подальше збільшення глибини d_0 супроводжується затуханням значень \tilde{u}_Φ .

Висновки

Математичне моделювання поля переміщень, ініційованого розвитком системи дефектів, дало змогу виявити залежності переміщень від низки чинників: хвильового числа, відстані від точки спостереження до епіцентру дефекту, кількості тріщин та глибини їх залягання. Врахування отриманих результатів під час неруйнівного контролю об'єктів методом АЕ дасть можливість підвищити ефективність його проведення, а відтак запобігти непередбачуваному їх руйнуванню.

Література

1. Carpinteri A., Lacidogna G. Acoustic Emission and Critical Phenomena: From Structural Mechanics to Geophysics. CRC Press, 2008. 267 p.
2. Godin N., Reynaud P., Fantozzi G. Acoustic emission and durability of composite materials. Wiley, 2018. 206 p.
3. Li D. Rail crack monitoring using acoustic emission technique. Springer, 2018. 157 p.
4. Ohtsu M. Innovative AE and NDT techniques for on-site measurement of concrete and masonry structures. Springer, 2016. 185 p.
5. Andreykiv O., Skalsky V., Serhiyenko O., Rudavskyy D. Acoustic emission estimation of crack formation in aluminium alloys // Engineering Fracture Mechanics. 2010. 77 (5). P. 759–767.
6. Keshtgar A., Modarres M. Detecting crack initiation based on acoustic emission // Chemical Engineering Transactions. 2013. 33. P. 547–552.
7. Lysak M.V. Acoustic emission during jumps in subcritical growth of crack in three-dimensional bodies // Engineering Fracture Mechanics. 1994. 47 (6). P. 873–879.
8. Wolf J.; Pirskawetz S.; Zang A. Detection of crack propagation in concrete with embedded ultrasonic sensors // Engineering Fracture Mechanics. 2015. 146. P. 161–171.
9. Nazarchuk Z., Skalsky V., Serhiyenko O. Acoustic emission. Methodology and application. Springer, 2017. XIV, 283 p.
10. Skalsky V., Stankevych O., Serhiyenko O. Wave displacement field at half-space surface caused by an internal crack under twisting load // Wave Motion. 2013. 50 (2). P. 326–333.
11. Stankevych O., Skalsky V. The vibration of a half-space due to a buried mode I crack opening // Wave Motion. 2017. 72. P. 142–153.
12. Stankevych V. Z. Stress intensity near a crack in the composition of a half space and a layer under harmonic loading // Materials Science. 2008. 44(2). P. 175–182.
13. Zhang Ch., Gross D. On wave propagation in elastic solids with cracks. Comp. Mech. Publ., 1998. 267 p.
14. Stankevich V.Z. Computation of certain double integrals those are characteristic of dynamic problems of the theory of cracks in a semi-infinite body // Journal of Mathematical Sciences. 1996. 81(6). P. 3048–3052.

¹O. Stankevych, ²N. Stankevych

¹Lviv Polytechnic National University
²Ivan Franko National University of Lviv

**RESEARCH OF ACOUSTIC EMISSIONS FROM THE SYSTEM OF COMPLANARY
 CRACKS**

© Stankevych O., Stankevych N., 2021

The dynamic problem of the displacement field in an elastic half-space caused by the time-steady displacement of the surfaces of the system of disc-shaped coplanar cracks is solved. The solutions are obtained by the method of boundary integral equations. The dependences of elastic displacements on the surface of the half-space on the wave number, the number of defects and the depths of their occurrence are constructed.

Keywords – half-space, penny-shaped crack, acoustic emission, boundary integral equations method