

УДК 528.4

Михайло ФИС^{1а}, Володимир ЛІТИНСЬКИЙ¹, Анатолій ВІВАТ¹, Святослав Літинський²

¹ Інститут геодезії, Національний університет “Львівська політехніка”,
вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна,

e-mail: fismikhail@gmail.com, litynska.marta@gmail.com, e-mail : anatolii.y.vivat@lpnu.ua,

^{1а} <https://orcid.org/0000-0001-8956-2293>

² Кафедра програмування, Національний університет ім. Івана Франка, Львів, Україна,
e-mail: s.litynskyu@gmail.com

<https://doi.org/10.23939/istcgcap2021.94.020>

ДОСЛІДЖЕННЯ ФОРМУЛ ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОСКИХ КООРДИНАТ ТОЧКИ МЕТОДОМ ОБЕРНЕНОЇ ЛІНІЙНО-КУТОВОЇ ЗАСІЧКИ

Мета – виконати дослідження формул для визначення плоских координат точки методом оберненої лінійно-кутової засічки. Попередньо нами досліджено можливість використання електронних тахеометрів для контролю геометричних параметрів промислових будівель. Досліджено прикладне застосування електронних тахеометрів для високоточних вимірювань [Vivat, 2018]. Аналітично доведено та виведено формулу для оптимального розміщення приладу з певними характеристиками точності відносно вимірюваного базису [Litynskyi, 2014]. Виконано вимірювання на базисі II розряду та підтверджено теоретичні розрахунки. Показано можливість досягнення високої точності визначення відрізка методом лінійно-кутових вимірювань [Літинський, 2015]. Досліджено вплив величини кута на точність визначення координат за теоремою синусів та досліджено можливість оптимізації визначення координат методом оберненої лінійно-кутової засічки за формулами косинусів та синусів [Litynskyi, 2019]. Методика. Встановлення математичного зв'язку вимірюваних величин (віддалей та кутів) із шуканими (плоскими координатами точки), диференціюванням та знаходженням мінімумів функцій. Результати. Приведено п'ять формул, з яких створено шість комбінацій для обчислення приростів координат та оцінки їхньої точності. Числові експерименти показують, що значної переваги жоден із методів не має, що підтверджується результатами, поданими у графіках і таблицях. Варто виокремити одну особливість другого методу, за яким є можливість визначити прирости координат з точністю, що перевищує точність вимірювання довжин сторін. Розглянута можливість оптимізації визначення приростів координат за рахунок вірогідного вибору формул обчислень. Досліджено можливість підвищення точності визначення приростів координат, використовуючи різні формули обчислень. Запропоновано оптимізацію вибору формул обчислень залежно від положення шуканої точки. Результати поданих досліджень можна використати у створенні прикладного програмного забезпечення електронного тахеометра чи лазерного трекера для підвищення точності визначення координат.

Ключові слова: оптимізація визначення координат оберненою лінійно-кутовою засічкою; технічні вимірювання; високоточні вимірювання; оптимізація геодезичних вимірювань.

Вступ

До визначення геометричних параметрів конструкцій зазвичай є високі вимоги, які значно перевищують вимоги інструктивних матеріалів геодезичних вимірювань. Наприклад, точність визначення параметрів металевих деталей не має перевищувати 0,02–1 мм [ДСТУ, 2009]. Для досягнення такої точності використовують механічні та інтерференційні методи. Опрацьовують нові методи та прилади,

механічні руки, трекери, інтерферометри. Конструкції, геометричні параметри яких визначають (балки, крани, турбіни, антени супутникового зв'язку та багато інших), часто монтуються у важкодоступних місцях, і виконати безпосередні вимірювання елементів конструкцій не завжди можливо. Тому для вимірювання та розмічування геометричних параметрів таких агрегатів будують геодезичні мережі [Войтенко, 2010].

Нами проаналізовано теоретичні та практичні дослідження цієї тематики і встановлено, що під час монтажу та перевірки геометричних розмірів конструкцій використовують метод оберненої лінійно-кутової засічки лазерним трекером, сканером та електронним тахеометром для визначення координат приладу [Lienhart, 2017; Erol, 2010; Vivat, et al., 2018]. Також у роботах [Gottwald, 2008; Novakovic et al., 2009] досліджено методи контролю електронних тахеометрів та лазерних сканерів на відповідність міжнародним стандартам метрологічних параметрів ISO. Зазвичай такі вимірювання є динамічними, за яких необхідно визначати координати миттєво з використанням мінімум вимірів. Цікавий підхід для визначення похибки прив'язки приладу до відомого базису запропоновано у [Бурак, 2011], де використано формулу котангенсів із задачі винесення точки на створ за відсутності видимості по створу. У попередніх роботах [Litynskyi, et al., 2014; Літинський та ін., 2015] нами аналітично доведено та виведено формулу для оптимального розміщення приладу з певними характеристиками точності відносно вимірюваного відрізка під час визначення його розміру. Виконано вимірювання на базисі II розряду та підтверджено теоретичні розрахунки. Показано можливість досягнення вищої точності визначення відрізка методом лінійно-кутових побудов, аніж прямим вимірюванням. У роботі [Litynskyi, et al., 2019] розпочаті дослідження оберненої лінійно-кутової засічки, де оптимізується вибір станції відносно вихідного базису за формулами косинусів та синусів. Вплив кута засічки на точність визначення координат за теоремою синусів досліджено у [Gargula, 2009].

Мета

Виконати детальніше дослідження формул, за якими визначають прирости координат, що дають оптимальне значення в оберненій лінійно-кутовій геодезичній засічці. Не виконувати зрівноважування, а запропонувати та проаналізувати формули визначення положення точки з мінімальною похибкою.

Методика

У зв'язку з тим, що не завжди можна безпосередньо виміряти елементи конструкцій, часто використовують метод оберненої лінійної кутової засічки. Цей метод передбачає вимірювання ліній S_1 , S_2 та кута β між ними (рис. 1). На точність передачі координат впливає не тільки форма геометричних побудов, а й формули, за якими обчислюють прирости координат, що підтверджується подальшими дослідженнями. Ці формули вибирають залежно від отриманої інформації. У нашому випадку, оскільки є надлишкові виміри, прирости можна обчислювати як з використанням теореми синусів, так і за допомогою теореми Піфагора. Оскільки у цій задачі є надлишкові виміри, то в деяких випадках частину з них можна опустити, бо похибки кутових елементів деколи більше спотворюють результат, ніж похибки лінійних елементів (береться похибка кута, помножена на довжину).

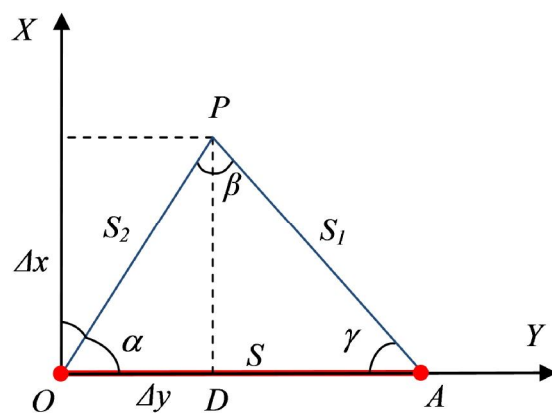


Рис. 1. Ілюстрація позначень при визначенні координат методом планової лінійно-кутової засічки

Координати шуканої точки P обчислюють:

$$\begin{aligned} x_p &= x_0 + \Delta x, \\ y_p &= y_0 + \Delta y. \end{aligned} \tag{1}$$

Розглянемо, за яких значень вимірних параметрів S_1 , S_2 , β та формул обчислень похибка координат буде мінімальною. Прийемо, що сторона (базис) утвореного трикутника S є фіксованою.

Для фіксованого базису та вимірних двох сторін трикутника і кута між ними можна обчислити прирости координат Δx і Δy різними методами, наприклад, за формулами теореми синусів:

$$\sin a = \frac{S_1}{S} \sin b, \quad a = \arcsin \frac{S_1}{S} \sin b \quad (2)$$

$$\sin g = \frac{S_2}{S} \sin b, \quad g = \arcsin \frac{S_2}{S} \sin b \quad (3)$$

Визначимо приріст координат Δy за цими формулами, скориставшись рис. 1.

$$\begin{aligned} Dy_{TS_1} &= S_2 \cos a = S_2 \sqrt{1 - \frac{S_1^2 \sin^2 b}{S^2}} = \\ &= \frac{S_2}{S} \sqrt{S^2 - S_1^2 \sin^2 b}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} Dy_{TS_2} &= S - S_1 \cos g = \\ &= S - \frac{S_1}{S} \sqrt{S^2 - S_2^2 \sin^2 b}. \end{aligned} \quad (5)$$

Виразимо також приріст Δy за теоремою Піфагора:

$$Dy_{TP} = \frac{S_2^2 - S_1^2 + S^2}{2S}. \quad (6)$$

Приріст координат Δx виразимо із трикутника ОРА, застосовуючи теорему синусів:

$$Dx_{TS} = S_2 \sin a = \frac{S_1 S_2 \sin b}{S}, \quad (7)$$

а також з трикутника OPD за теоремою Піфагора:

$$\begin{aligned} Dx_{TP} &= \sqrt{S_1^2 - (Dx)^2} = \sqrt{S_1^2 - \frac{S_1^2 S_2^2 \sin^2 b}{S^2}} = \\ &= \frac{\sqrt{2S^2(S_1^2 + S_2^2) - (S^4 + (S_1^2 - S_2^2)^2)}}{2S}. \end{aligned} \quad (8)$$

Поєднання формул (4), (5), (6), (7) та (8) дає різні комбінації обчислення значень Δx , Δy , а продиференціювавши їх та виконавши спрощення, отримуємо формули для обчислення середніх квадратичних похибок приростів координат.

Введемо такі позначення:

$m_{Dy(TS_1)}^2$ – середня квадратична похибка визначення приросту Δy за теоремою синусів через сторону S_2 ;

$m_{Dy(TS_2)}^2$ – середня квадратична похибка визначення приросту Δy за теоремою синусів через сторону S_1 ;

$m_{Dy(TP)}^2$ – середня квадратична похибка визначення приросту Δy за теоремою Піфагора;

$m_{Dx(TS)}^2$ – середня квадратична похибка визначення приросту Δx за теоремою синусів;

$m_{Dx(TP)}^2$ – середня квадратична похибка визначення приросту Δx за теоремою Піфагора,

$$\begin{aligned} m_{Dy(TS_1)}^2 &= \frac{1}{S^2} \{ (S^2 - S_1^2 \sin^2 b) m_{S_1}^2 + \\ &+ S_2^2 \frac{S_1^2 \sin^4 b \times m_{S_1}^2 + S_1^4 \sin^2 b (\cos^2 b \times m_b^2)}{S^2 - S_1^2 \sin^2 b} \} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{Dy(TS_2)}^2 &= \frac{1}{S^2} \{ (S^2 - S_2^2 \sin^2 b) m_{S_2}^2 + \\ &+ S_1^2 \frac{S_2^2 \sin^4 b \times m_{S_2}^2 + S_2^4 \sin^2 b (\cos^2 b \times m_b^2)}{S^2 - S_2^2 \sin^2 b} \} \quad (10) \end{aligned}$$

$$m_{Dy(TP)}^2 = \frac{S_1^2 m_{S_1}^2 + S_2^2 m_{S_2}^2}{S^2}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} m_{Dx(TS)}^2 &= \frac{1}{S^2} (S_2^2 \sin^2 b \times m_{S_1}^2 + S_1^2 \sin^2 b \times m_{S_2}^2 + \\ &+ S_1^2 S_2^2 \cos^2 b \times m_b^2), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} m_{Dx(TP)}^2 &= \frac{1}{4S^4 (Dy)^2} \{ S_1^2 (S^2 - S_1^2 + S_2^2)^2 m_{S_1}^2 + \\ &+ S_2^2 (S^2 + S_1^2 - S_2^2)^2 m_{S_2}^2 \}. \end{aligned} \quad (13)$$

Запишемо всі можливі комбінації обчислення похибки розташування точки P , як суму похибок двох приростів координат:

$$m_P^2 = \begin{cases} m_{Dy(TP)}^2 + m_{Dx(TP)}^2 & (I) \\ m_{Dy(TP)}^2 + m_{Dx(TS)}^2 & (II) \\ m_{Dy(TS_1)}^2 + m_{Dx(TP)}^2 & (III) \\ m_{Dy(TS_2)}^2 + m_{Dx(TP)}^2 & (IV) \\ m_{Dy(TS_1)}^2 + m_{Dx(TS)}^2 & (V) \\ m_{Dy(TS_2)}^2 + m_{Dx(TS)}^2 & (VI) \end{cases} \quad (14)$$

Задача знаходження мінімального значення суми похибок обчислення Δx і Δy

$$m_p^2 = m_{Dx}^2 + m_{Dy}^2, \tag{15}$$

за умови

$$S^2 = S_1^2 + S_2^2 - 2S_1S_2 \cos b, \tag{16}$$

формулюється як знаходження мінімуму функції Лагранжа

$$F(S_1, S_2, b) = m_x^2 + m_y^2 + \lambda (S_1^2 + S_2^2 - 2S_1S_2 \cos b - S^2).$$

Аналіз формул (9), (10) для обчислення похибок виявляє особливість, а саме:

$$\lim m_y \rightarrow \infty, \text{ для}$$

$$\sin b \rightarrow \frac{S}{S_1} (S_1 \leq S, \sin a \leq 1,$$

$$a \leq \frac{p}{2}, D_y \rightarrow 0, S_1 \leq S, m_y \rightarrow \infty)$$

у формулі (9) та

$$\sin b \rightarrow \frac{S}{S_2} (S_2 \leq S, \sin g \leq 1, g \leq \frac{p}{2},$$

$$D_x \rightarrow 0, S_2 \leq S, m_y \rightarrow \infty)$$

у формулі (10).

Також табулюванням функцій (9) та (10) встановлено, що для певних S_1, S_2 фіксованого базису S та вимірюного кута β за теоремою косинусів глобального екстремуму не існує [Litynskyi, et al., 2019].

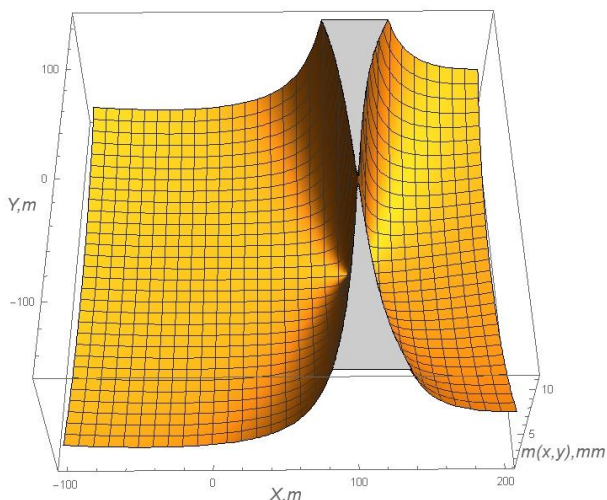


Рис. 2. Поведінка похибки m_{Dy} за формулами (9)–(10)

Дослідження функції Лагранжа на предмет найкращого розміщення приладу проведені в [Litynskyi, et al., 2019], де встановлені деякі часткові випадки, що дають оптимальні параметри. Але вичерпної однозначної відповіді так і не було отримано. Тому, розглядаючи вираз $m^2(S_1, S_2, b)$ як функцію двох змінних S_1, S_2 , оскільки S_1, S_2, b пов'язані умовою (16), в подальшому виконуємо пошук таких значень S_1, S_2 , для яких похибка є мінімальною.

Таблиця 1

Елементи розташування характерних точок для десятиметрового базису

| № точки | $S_1, \text{ м}$ | $S_2, \text{ м}$ | b° | Значення координат, м | |
|---------|---------------------|---------------------|-----------|-----------------------|------|
| | | | | y | x |
| P1 | 5 | 5 | 180 | 5 | 0 |
| P2 | 10 | 10 | 60 | 5 | 8.66 |
| P3 | 10 | $10 \cdot \sqrt{2}$ | 45 | 10 | 10 |
| P4 | $10 \cdot \sqrt{2}$ | 10 | 45 | 0 | 10 |
| P5 | 15 | 5 | 0 | -5 | 0 |
| P6 | 5 | 15 | 0 | 15 | 0 |

Таблиця 2

Значення похибок характерних точок для десятиметрового базису

| № точки | Номер методу визначення похибки | | | | | |
|---------|---------------------------------|------|------|------|------|------|
| | $m_p, \text{ мм}$ | | | | | |
| | I | II | III | IV | V | VI |
| P1 | – | 0,71 | – | – | 1,00 | 1,00 |
| P2 | 1,63 | 1,87 | 1,78 | 1,78 | 2,00 | 2,00 |
| P3 | 2,00 | 2,12 | 1,58 | – | 1,73 | – |
| P4 | 2,00 | 2,12 | – | 1,58 | – | 1,73 |
| P5 | – | 1,58 | – | – | 1,00 | 1,00 |
| P6 | – | 1,58 | – | – | 1,00 | 1,00 |

Результати

Числовий експеримент показує, що екстремальні значення можуть бути тільки у вироджених випадках для методів I, III–IV, а для методу II екстремум може досягатись для реальних положень приладу. Для розрахунків похибок положення шуканих точок візьмемо високоточний тахеометр з характеристиками: $m_s = 1$ мм, та $m_b = 1''$. Подамо значення похибок для десятиметрового та стометрового базисів (табл. 2, табл. 4) для деяких розташувань шуканої точки (з табл. 1 і 3) (див. рис. 3–8).

Таблиця 3

Елементи розташування характерних точок для стометрового базису

| № точки | $S_1, м$ | $S_2, м$ | b^0 | Значення координат, м | |
|---------|---------------|---------------|-------|-----------------------|-------|
| | | | | y | x |
| P1 | 50 | 50 | 180 | 50 | 0 |
| P2 | 100 | 100 | 60 | 50 | 86,60 |
| P3 | 100 | $100\sqrt{2}$ | 45 | 100 | 100 |
| P4 | $100\sqrt{2}$ | 100 | 45 | 0 | 100 |
| P5 | 150 | 50 | 0 | -50 | 0 |
| P6 | 50 | 150 | 0 | 150 | 0 |

Таблиця 4

Значення похибок характерних точок для стометрового базису

| № точки | Номер методу визначення похибки | | | | | |
|---------|---------------------------------|------|------|------|------|------|
| | $m_p, мм$ | | | | | |
| | I | II | III | IV | V | VI |
| P1 | – | 0,72 | – | – | 1,01 | 1,01 |
| P2 | 1,63 | 1,89 | 1,83 | 1,83 | 2,06 | 2,06 |
| P3 | 2 | 2,18 | 1,65 | – | 1,86 | – |
| P4 | 2 | 2,18 | – | 1,65 | – | 1,86 |
| P5 | – | 1,62 | – | – | 1,06 | 1,06 |
| P6 | – | 1,62 | – | – | 1,06 | 1,06 |

Відобразимо ці шість характерних точок, описаних у табл. 1–4 на графіках. Побудуємо графіки для будь-якого положення точок, де горизонталями відобразимо середню квадратичну похибку визначення координат (рис. 3–8), залежно від комбінації формул (14), за якими виконані обчислення.

На рис. 3–9 лінія OA, показана червоним кольором – базис.

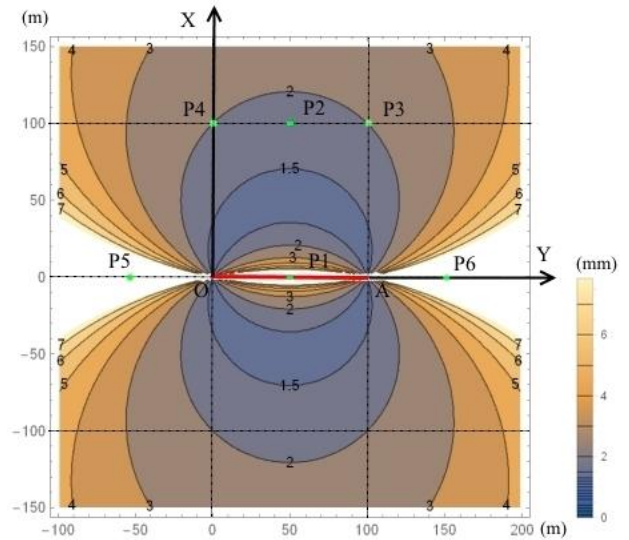


Рис. 3. Метод I ($m_p = \sqrt{m_{Dy(TP)}^2 + m_{Dx(TP)}^2}$)

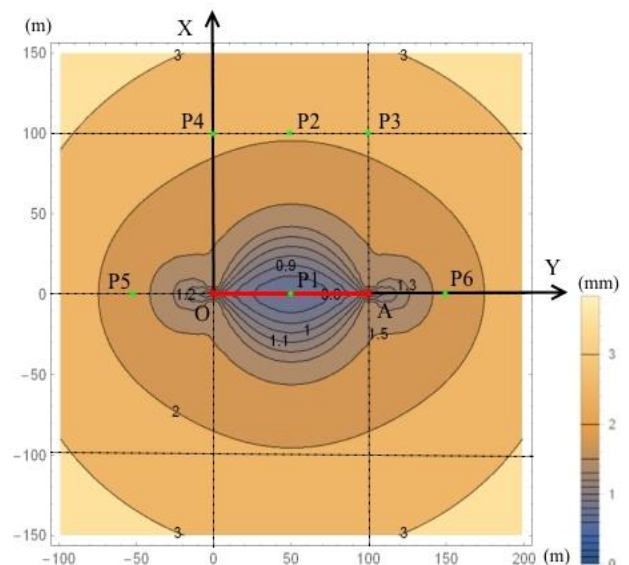


Рис. 4. Метод II ($m_p = \sqrt{m_{Dy(TP)}^2 + m_{Dx(TS)}^2}$)

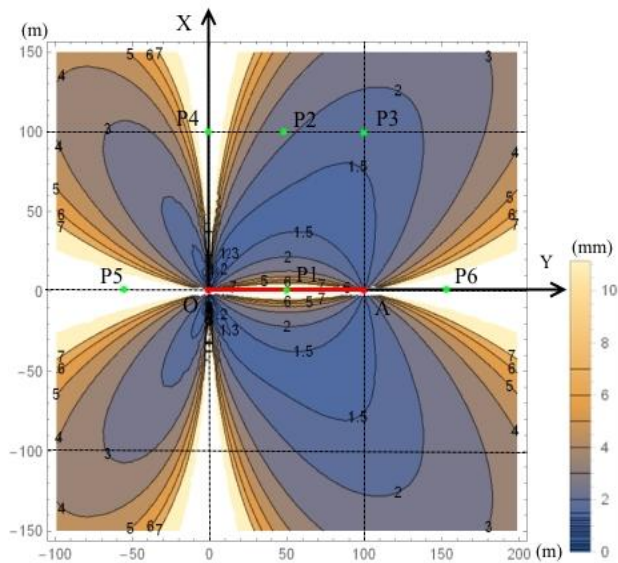


Рис. 5. Метод III ($m_p = \sqrt{m_{D_{Y(TS_1)}}^2 + m_{D_{X(TP)}}^2}$)

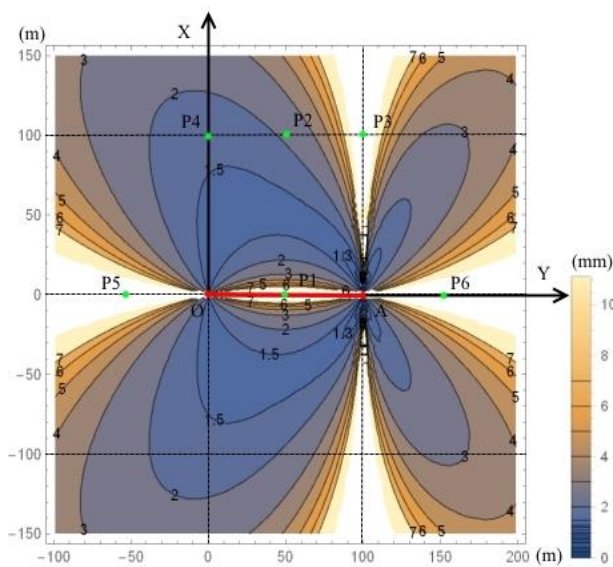


Рис. 6. Метод IV ($m_p = \sqrt{m_{D_{Y(TS_2)}}^2 + m_{D_{X(TP)}}^2}$)

Значної переваги жоден з методів I–VI не має, що підтверджується результатами, поданими на графіках і таблицях. Варто виокремити одну особливість методу II ($m_p^2 = m_{D_{Y(TP)}}^2 + m_{D_{X(TS)}}^2$), у якому є можливість визначити прирости координат, у центральній частині, з точністю, що перевищує точність вимірювання сторін.

Відобразимо всі шість методів, залежно від величини базису на графіках (рис. 9, 10).

Приклад застосування рис. 9, 10. Наприклад, положення шуканої точки близьке до P1, тоді для найточнішого обчислення координат потрібно скористатися формулами другого методу.

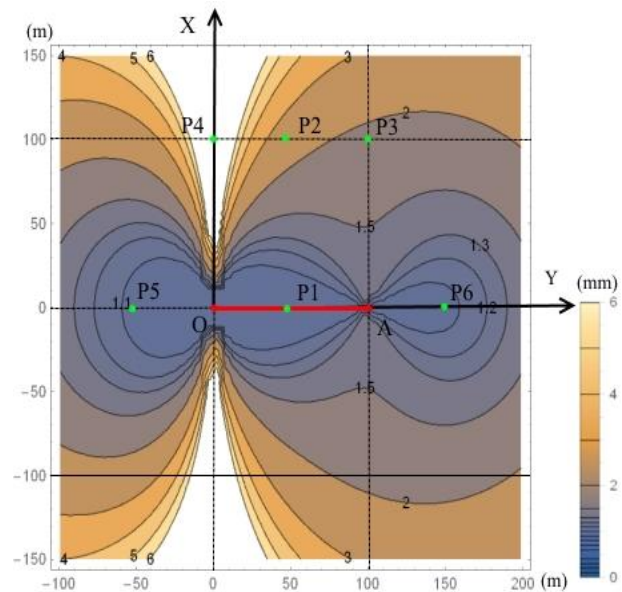


Рис. 7. Метод V ($m_p = \sqrt{m_{D_{Y(TS_1)}}^2 + m_{D_{X(TS)}}^2}$)

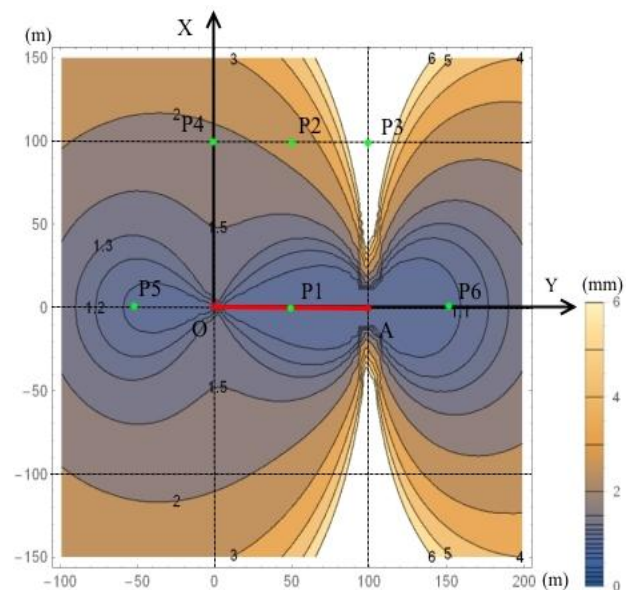


Рис. 8. Метод VI ($m_p = \sqrt{m_{D_{Y(TS_2)}}^2 + m_{D_{X(TS)}}^2}$)

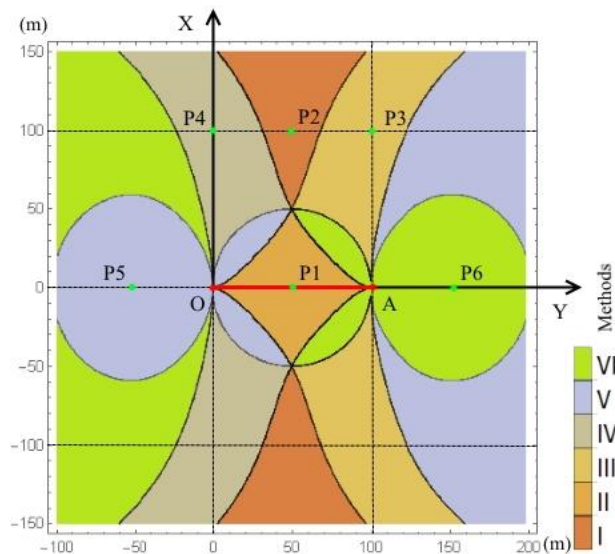


Рис. 9. Діаграма вибору оптимального методу обчислень координат точки для базису 100 м

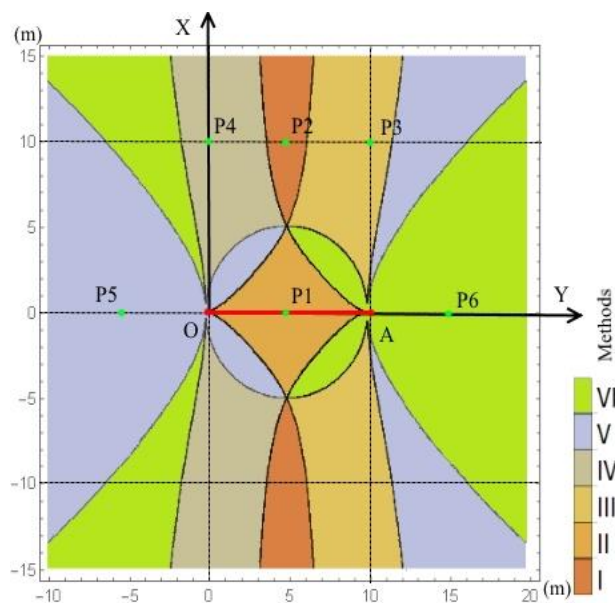


Рис. 10. Діаграма вибору оптимального методу обчислень координат точки для базису 10 м

Наукова новизна і практична значущість

Досліджено можливість підвищення точності визначення приростів координат, використовуючи різні формули обчислень. Запропонований вибір оптимальних формул обчислень залежно від положення шуканої точки.

Висновки

Аналіз таблиць та графіків показує, що мінімальні значення похибок досягаються для вироджених випадків, а саме, коли шукана точка розміщена на базисі (див. позначення (14) – II, V, VI) або перпендикулярно до нього (див. позначення (14) – I, III, IV). Якщо не враховувати точності базису, то екстремальне значення досягається (див. позначення (14) – II) в у випадку перпендикулярності сторін. Але для всіх варіантів мінімальна похибка при обчисленнях отримується, коли поправки до приростів координат вираховуються за формулами (7), (10).

На основі отриманих обчислень, та враховуючи вихідні припущення про однаковість впливу похибок вимірювання сторін та меншого впливу похибки вимірювання кута, та безпомилковість визначення довжини базису, можемо також стверджувати:

1. За зміни розмірів базису та збереження положення точки відносно базису похибка її визначення практично не змінюється (табл. 2 та табл. 4).
2. Найменша похибка обчислень значення сторони досягається комбінацією формул (6), (7), отриманих за теоремою Піфагора та з умови рівності площ.
3. Точність обчислення довжин ліній у деяких випадках є вищою, ніж точність їх вимірювання, що характерно для розгорнутих кутів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Бурак К. О. Технологія розпланувальних робіт і виконавчих знімань з використанням TPS. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*. 2011. Вип. 75. С. 53–57.
- Войтенко, С. & Шульц, Р. (2010). Геодезичне забезпечення влаштування покрівлі НСК “Олімпійський”.
- ДСТУ-Н Б В.1.3-1:2009. Виконання вимірювань, розрахунків та контроль точності геометричних параметрів. Чинний від 01.10.2010. К.: Мінрегіонбуд України, 2010. 71 с.
- Літинський, В., Віват, А., Перій, С. & Літинський, С. Спосіб вимірювання взірцевого базису 2-го

- розряду для еталонування електронних тахеометрів. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*. 2015. Вип. 81. С. 59–65. <https://doi.org/10.23939/istcgcap2015.01.059>.
- Erol, B. (2010). Evaluation of high-precision sensors in structural monitoring. *Sensors*, 10(12), 10803–10827. <https://doi.org/10.3390/s101210803>.
- Gargula, T. (2009). A special case of the triangle solution with the law of sines in geodetic application.
- Gottwald, R. (2008). Field Procedures for Testing Terrestrial Laser Scanners (TLS) A Contribution to a Future ISO Standard. http://www.fig.net/pub/fig2008/papers/ts02d/ts02d_02_gottwald_2740.pdf.
- Lienhart, W. (2017). Geotechnical monitoring using total stations and laser scanners: critical aspects and solutions. *Journal of civil structural health monitoring*, 7(3), 315–324. <https://doi.org/10.1007/s13349-017-0228-5>.
- Lityns'kyy, V., Fys, M., Pokotylo, I., Lityns'kyy, S. (2014). Calculation of optimal values of measured lengths for accurate determination of small segments. *Geodesy, Cartography and Aerial Photography*, 79, 42–47. (in Ukrainian). <https://science.lpnu.ua/istcgcap/all-volumes-and-issues/volume-79-2014/calculation-optimal-values-measured-lengths-accurate>.
- Litynskyi, V., Litynskyi, S., Vivat, A., Fys, M. & Brydun, A. (2019). The accuracy investigation of point coordinates' determination using a fixed basis for high-precision geodesy binding. *Reports on Geodesy and Geoinformatics*, 107(1), 19–23. <https://doi.org/10.2478/rgg-2019-0003>.
- Novakovic, G., Kapovic, Z. & Paar, M. R. (2009). Testing the precision of geodetic instruments according to international standards. *International Multidisciplinary Scientific GeoConference: SGEM: Surveying Geology & mining Ecology Management*, 1, 835.
- Vivat, A., Tserklevych, A., Smirnova, O. (2018). A study of devices used for geometric parameter measurement of engineering building construction. *Geodesy, Cartography and Aerial Photography: inter-institutional scientific & technical collection*, 87, 21–29. <https://doi.org/10.23939/istcgcap2018.01.021>.

Mykhailo FYS^{1a}, Volodymyr LITYNSKYI^{1b}, Anatolii VIVAT^{1c*}, Svyatoslav LITYNSKYI²

¹ Institute of Geodesy, Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandery Str., Lviv, 79013, Ukraine, e-mail: fysmikhail@gmail.com, litynska.marta@gmail.com, anatolii.y.vivat@lpnu.ua,

^{1a} <https://orcid.org/0000-0001-8956-2293>

² Department of Programming of Ivan Franko National University of Lviv, 1, Universytetska Str., Lviv, 79000, Ukraine, e-mail: s.litynsky@gmail.com

INVESTIGATION OF FORMULAS FOR DETERMINATION OF A POINT'S PLANE COORDINATES BY THE INVERSE LINEAR-ANGULAR RESECTION

The aim. The study of formulas for determining of the point coordinates by the inverse linear-angular intersection method. Previously, we investigated the possibility of using electronic total stations to control the geometric parameters of industrial buildings. The applied application of electronic total stations for high-precision measurements has been investigated [Vivat, 2018]. The formula for optimal use of the device with certain accuracy characteristics relative to the measured basis is analytically proved and derived [Litynskyi, 2014]. Measurements on the basis of the II category are performed and theoretical calculations are confirmed. The possibility of achieving high accuracy in determining the segment by the method of linear-angular measurements is shown [Litynskyi, 2015]. The influence of the value of the angle on the accuracy of determining the coordinates by the sine theorem is investigated and the possibility of optimizing the determination of coordinates by the method of inverse linear-angular method by the formulas of cosines and sines is investigated [Litynskyi, 2019]. Method. Establishing a mathematical relationship between measured values (distances and angles) with the required (flat

coordinates of a point), differentiation and finding the minima of functions. Results. There were five formulas selected, of which six combinations had been created to calculate the increments of coordinates and to estimate their accuracy. Numerical experiments show that neither method has a significant advantage, which is supported by the results presented in the graphs and tables. It is worth noting one feature of the second method -- in which it is possible to determine the increments of coordinates with an accuracy that exceeds the accuracy of measuring the sides. The possibility of optimizing the determination of coordinate increments due to the choice of calculation formulas is considered. The possibility of increasing the accuracy of determination of the increments of coordinates using different calculation formulas is researched. Consequently, it is suggested to optimize the choice of calculation formulas depending on the position of the desired point. The results of these studies can be used to create electronic total station or laser tracker application software in order to improve the accuracy of coordinate determination.

Key words: technical measurements, high-precision measurements, optimization of geodetic measurements, optimization of determination of coordinates by inverted linear-angular intersection.

Надійшла 02.10.2021 р.