

Ігор ТРЕВОГО¹, Федір ЗАБЛОЦЬКИЙ², Анджей ПІСКОРЕК³, Богдан ДЖУМАН²,
 Андрій ВОВК¹

¹ Кафедра геодезії, Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери 12, Львів, 79013, Україна.

² Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна, тел. +38(068)7632139, е-пошта: teojuman@gmail.com.

³ Geokart-International, Sp. z o.o., ul. Wita Stwosza 44, 35-113 Rzeszów, Poland.

<https://doi.org/10.23939/istcgcap2021.93.013>

ПРО МОДЕРНІЗАЦІЮ УКРАЇНСЬКОЇ ВИСОТНОЇ СИСТЕМИ

Мета. Метою цієї роботи є встановлення зв'язків між Балтійською та Європейською системами висот на основі проведення нівелювання I класу між українськими та польськими контрольними пунктами базової висотної мережі та побудова поверхні квазігеоїда на прикордонну територію. Методика. Повноцінна інтеграція висотної системи України у Європейську вертикальну референцну систему складається з двох етапів: модернізації висотної мережі України шляхом її інтеграції в Об'єднану європейську нівелірну мережу UELN; побудови та використання в якості регіонального вертикального датуму моделі високоточного квазігеоїда, яка узгоджуватиметься з Європейським геоїдом EGG2015. Виконано аналіз методики нівелювання високих класів в Україні та Польщі, а також аналіз методик побудови моделей квазігеоїда в цих країнах. Результати. Для інтеграції української висотної системи в систему UELN/EVRS2000 українською стороною виконано геометричне нівелювання I класу за двома лініями: Львів – Шегині – Перемишль та Ковель – Ягодин – Хелм загальною протяжністю 196 км. Середня квадратична систематична похибка по обох лініях нівелювання становить $s < 0,01$ мм/км. Своєю чергою, середня квадратична випадкова похибка по лінії Львів – Шегині – Перемишль рівна $h = 0,29$ мм/км, а по лінії Ковель – Ягодин – Хелм – $h = 0,27$ мм/км. Для подвійного контролю на транскордонній частині польською стороною виконано високоточне нівелювання протяжністю 33 км. Розходження між українським та польським нівелюванням по всіх секціях є в межах допуску. Проведено аналіз впливу геодинамічних явищ на контроль високоточного нівелювання. На всіх фундаментальних та ґрунтових реперах, а також горизонтальних марках виконано GNSS-нівелювання. Ці виміри використано для побудови моделі квазігеоїда на прикордонну територію України. СКП отриманої моделі квазігеоїда складає близько 2 см, що відповідає точності вхідної інформації. Наукова новизна і практична значущість. З'єднання української та європейської систем висот забезпечить інтеграцію України в європейську економічну систему, участь в міжнародних наукових дослідженнях глобальних екологічних і геодинамічних процесів, вивчення фігури Землі і гравітаційного поля та картографування території України з використанням навігаційних супутникових технологій та дистанційного зондування. Обчислення високоточної моделі квазігеоїда на територію України відносно європейської системи висот, узгодженої з європейським геоїдом EGG2015, дозволить отримувати гравітаційно залежні висоти з використанням сучасних супутникових технологій.

Ключові слова: система висот, модель квазігеоїда, нівелювання.

Вступ

На території України з часів СРСР до сьогодні функціонує Балтійська система висот 1977 р., вихідним пунктом якої є нуль Кронштадтського футштока. Реалізацією цієї системи є висотна мережа України. Проте вона є морально застарілою в першу чергу через велику віддаленість від нуль-пункту відліку висот (близько 2 тис. км) і неможливість адаптації до використання методів GNSS-нівелювання. Тому висотна мережа України сьогодні не відповідає рівню розвитку сучасних геопросторових технологій і її необхідно модернізувати.

Очевидно найбільш оптимальним шляхом модернізації висотної мережі України є її

інтеграція в Об'єднану європейську нівелірну мережу UELN [Sacher, et al., 2006]. Для забезпечення досягнення цієї цілі Держгеокадастром виконано вирівнювання та каталогізацію пунктів нівелірних мереж I, II класів, а також підготовлено та передано до Центру опрацювання Європейської об'єднаної нівелірної мережі BKG (Federal Agency for Cartography and Geodesy) даних для вирівнювання вузлових пунктів нівелірної мережі I класу, що, своєю чергою, забезпечить визначення у системі висот UELN/EVRS2000 [Sacher, et al., 2007] висот геодезичних пунктів та об'єктів місцевості при виконанні топографо-геодезичних та кадастрових робіт, а також використання їх при вирішенні геоінформаційних задач централь-

ними органами виконавчої влади, органами місцевого самоврядування, підприємствами, установами та організаціями з високою точністю.

В чинній постанові Кабінету Міністрів України «Деякі питання застосування системи висот UELN/EVRS2000 (Об'єднана європейська нівелірна мережа/Європейська вертикальна референсна система 2000 року)» зазначено, що «виконання топографо-геодезичних та картографічних робіт починаючи з 1 січня 2023 р. здійснюватиметься із застосуванням системи висот UELN/EVRS2000».

Для використання прогресивних космічних технологій, таких як GNSS-технології, під час визначення гравітаційно залежних висот в основі будь-якої висотної системи має лежати високоточна модель геоїда/квазігеоїда. Такий підхід має бути застосовано і в Україні, крім того, що Європейський гравіметричний геоїд EGG15 [Denker, 2015] дає досить значні похибки на цій території.

Мета

Метою цієї роботи є встановлення зв'язків між Балтійською та Європейською системами висот на основі проведення нівелювання I класу між українськими та польськими нівелірними пунктами та побудова поверхні квазігеоїда на прикордонну територію.

Методика

Повноцінна інтеграція висотної системи України у Європейську вертикальну референцну систему складається з двох етапів: а) модер-

нізації висотної мережі України шляхом її інтеграції в Об'єднану європейську нівелірну мережу UELN; б) побудови та використання в якості регіонального вертикального датуму моделі високоточного гравіметричного квазігеоїда, яка узгоджуватиметься з Європейським геоїдом EGG2015. Виконаємо аналіз методик нівелювання високих класів і побудови моделей квазігеоїда в Україні та Польщі.

Аналіз методики нівелювання високих класів в Україні та Польщі

Сьогодні в Україні немає сучасних інструкцій з нівелювання. Тому при виконанні такого виду робіт необхідно користуватися морально застарілими інструкціями, які були написані для оптичних нівелірів багато десяти років тому [Инструкция..., 1966; Инструкция..., 1971]. Сучасні цифрові нівеліри мають цілу низку переваг перед такими нівелірами, тому використання застарілих інструкцій приводить до значних надлишкових економічних затрат. Оскільки перехід між українською та європейською системами висот передбачав виконання нівелювання I класу протяжністю майже 200 км, постало питання адаптації діючих інструкцій до сучасних цифрових нівелірів.

Для вирішення цієї проблеми знайдено наступний компроміс. На цифровий нівелір Trimble DiNi 0.3 [Trimble..., 2017], яким виконувалася ця робота, було встановлене цільове оновлене ПЗ Trimble DiNi Update R 2.2.1, отримане з офіційного сайту компанії Trimble, яке було спеціально розроблене для виконання нівелювання за методикою I класу (рис. 1).

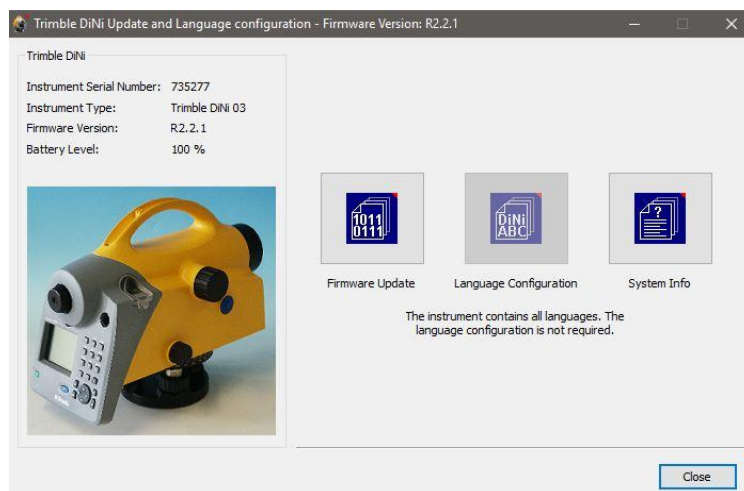


Рис. 1. Цільове оновлення ПЗ Trimble DiNi Update R 2.2.1 для виконання нівелювання I класу цифровим нівеліром Trimble DiNi 0.3, завантажене з офіційного сайту trimble.com

Це ПЗ передбачає програму вимірювань на станції в такій послідовності: «13, 1П, 13, 23, 2П, 23», де «1» – ліва лінія нівелювання, «2» – права лінія нівелювання, «З» – задня рейка, «П» – передня рейка (рис. 2).

Основною відмінністю між технологіями українського та польського високоточного нівелювання є те, що при виконанні польською стороною нівелювання ліва і права лінії нівелювання збігаються, тобто рейки залишаються нерухомими під час вимірів на станції. Натомість на кожній лінії виміри проводяться при різному горизонті інструмента (рис. 3).

Аналіз методики побудови моделей квазігеоїда в Україні та Польщі

Для повноцінного функціонування сучасної висотної системи необхідно використовувати високоточну модель геоїда або квазігеоїда. В Україні за останні роки побудовано декілька моделей квазігеоїда УКГxxxx [Марченко et al., 2007; Марченко et al., 2013], а останньою реалізацією є УКГ2017. Для порівняння розглянемо

модель геоїда GDQM-PL13 [Szelachowska & Krynski, 2014], побудовану для території Польщі.

Для побудови моделі УКГ2017 використано гравіметричні дані (рис. 4) та дані із 6059 пунктів GNSS-нівелювання.

Для побудови моделі GDQM-PL13 використано близько одного мільйона гравітаційних аномалій, розташованих як на території Польщі, так і за її межами. Також використано відхилення прямовисних ліній, отриманих на 171 астрономічному пункті, та аномалії висоти із GNSS-нівелювання (рис. 5).

Загалом можна сказати, що в обох випадках, як для побудови моделі УКГ2017, так і GDQM-PL13, домінуючими вхідними даними були гравітаційні аномалії, які співставлялися із геометричними даними, отриманими із GNSS-нівелювання на пунктах Державної Геодезичної Мережі. Також в обох випадках обчислення моделі квазігеоїда проводилися в межах процедури «Вилучення-Обчислення-Відновлення», а в якості систематичної складової використано глобальну гравітаційну модель EGM2008.

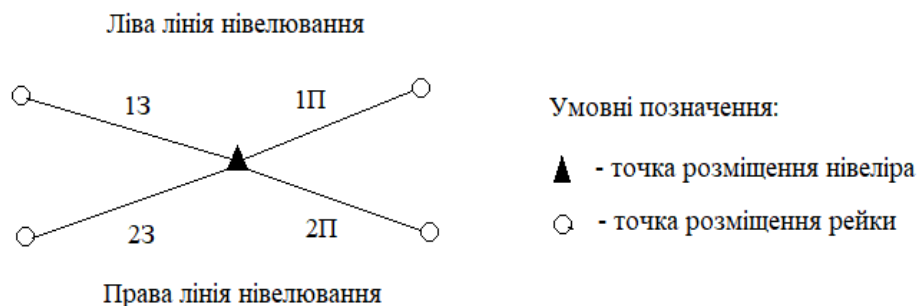


Рис. 2. Схема програми вимірювань на станції українською стороною

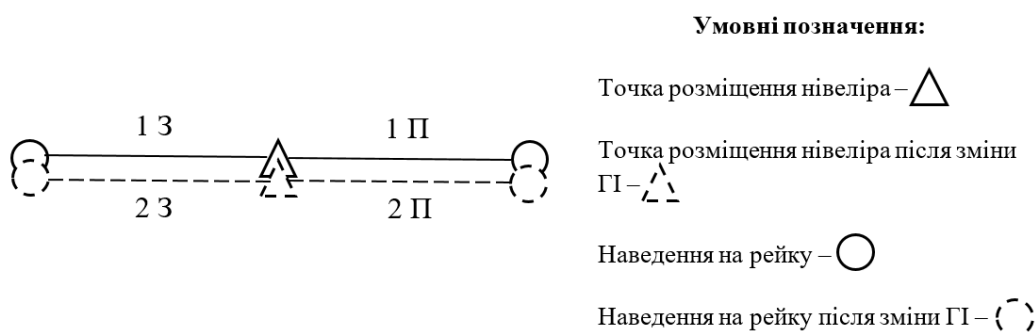


Рис. 3. Схема програми вимірювань на станції польською стороною

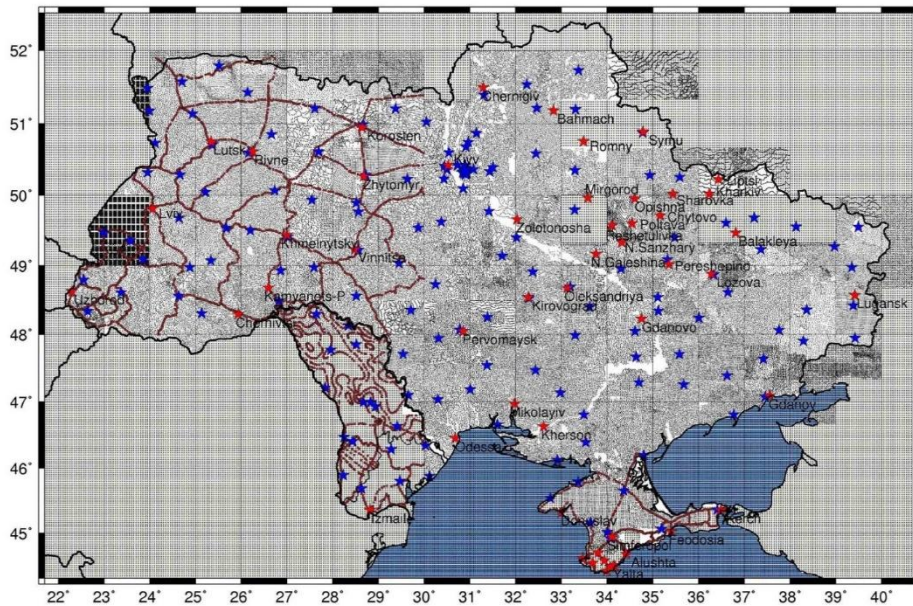


Рис. 4. Розподіл вхідних аномалій сили тяжіння для побудови УКГ2017: · - 201698 аномалій Буге, отримані за даними дигіталізації карт масштабу 1 : 200 000; · - 20 844 аномалій Буге, отримані за даними альтиметрії на сітці 2ϕ 2ϕ · - 55 210 аномалій Буге, обчислених за моделлю EGM08 до 2190 ступеня/порядку; · - 2709, 1141 та 1465 аномалій Буге по ходах нівелювання в Західній Україні, Кримському півострові, Молдові і Одеській області; « - 53 гравіметричні пункти 1 класу, « - 182 гравіметричних пункти 2 класу в регіоні України та Молдови

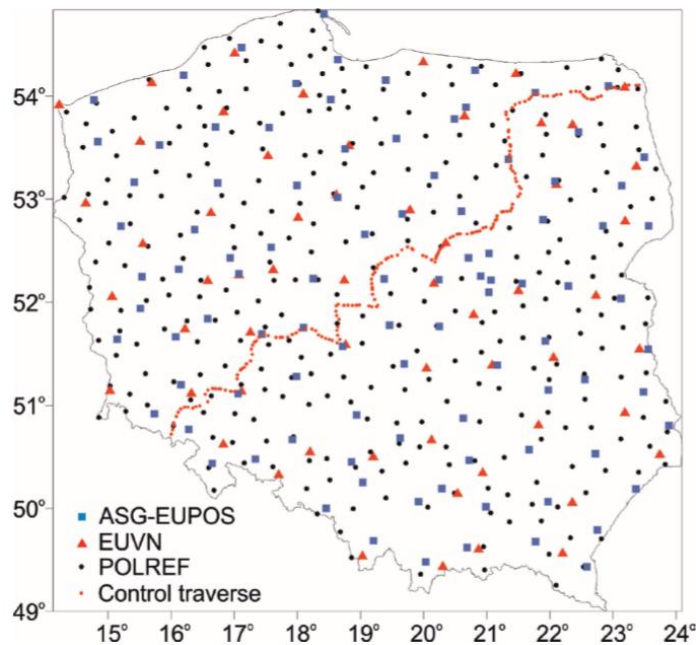


Рис. 5. Розподіл вхідних аномалій висоти для побудови GDQM-PL13 [Szelachowska & Krynski, 2014]

Обчислення моделей УКГ2017 та GDQM-PL13 виконувалося методом середньої квадратичної колокації [Moritz, 1976]. У випадку УКГ2017 аналітична коваріаційна функція (АКФ) [Knudsen,

1987; Tscherning & Rapp, 1974] складається з сімейства потенціалів радіальних мультиполів першого порядку, а у випадку GDQM-PL13 – апроксимується площинною логарифмічною функцією.

Слід зауважити, що модель УКГ2017 побудована відносно висоти Балтійського моря. Тому для повноцінної інтеграції української висотної системи в Європейську вертикальну референцну систему необхідно на території України побудувати високоточну модель квазігеоїда відносно висоти Амстердамського футштока, яка має узгоджуватися з Європейським геоїдом EGG2015.

Результати

Геодезичні роботи для об'єднання української та європейської систем висот

Для інтеграції української висотної системи в систему UELN/EVRS2000 українською стороною виконано геометричне нівелювання I класу за двома лініями: Львів – Шегині – Перемишль та Ковель – Ягодин – Хелм загальною протяжністю 196 км. Це нівелювання проводилося в період з серпня по жовтень 2020 року. Нівелювання по лінії Львів – Шегині – Перемишль

належить до третьої категорії складності: (кількість штативів на 1 км ходу – 13–14), а по лінії Ковель – Ягодин – Хелм – до четвертої категорії складності: (кількість штативів на 1 км ходу – 15–17). Переважно ходи нівелювання проходили вздовж залізничної колії, а в окремих випадках (≈10 %) та на польській стороні – вздовж автомобільних доріг.

Середня квадратична систематична похибка по обох лініях нівелювання становить $s < 0,01$ мм/ км. Своєю чергою, середня квадратична випадкова похибка по лінії Львів – Шегині – Перемишль рівна $h = 0,29$ мм/км, а по лінії Ковель – Ягодин – Хелм – $h = 0,27$ мм/км.

Для подвійного контролю на транскордонній частині польською стороною виконано високоточне нівелювання протяжністю 33 км. У табл. 1 та 2 відображено порівняння результатів нівелювання української та польської сторін по лініях Львів – Шегині – Перемишль та Ковель – Ягодин – Хелм відповідно.

Таблиця 1

Порівняння перевищень, отриманих українською та польською сторонами по лінії Львів – Шегині – Перемишль

№	Назва репера	Довжина секції, км	$h_{укр}, м$	$h_{поль}, м$	$h_{укр} + h_{поль}, мм$
1	Стінний репер Б/№ 77,6 км				
		2,07	2,0757	-2,0752	0,5
2	Горизонтальна марка А0989				
		2,79	-9,1518	9,1521	0,3
3	Стінний репер Б/№ 82,4 км				
		1,41	-5,3907	5,3900	-0,7
4	Стінний репер С0165				
		0,72	-2,3031	2,3024	-0,8
5	Грунтовий репер А0871				
		0,12	-0,5019	0,5023	0,4
6	Фундаментальний репер А0739				
		0,02	-0,5775	0,5775	0,0
7	Контрольна марка А0627				
		2,72	8,0162	-8,0160	0,2
8	Znak ścienny 40824100				
		1,62	-17,7964	17,7956	-0,8
9	Znak ścienny 408242101				
		1,36	-0,0777	0,0774	-0,3
10	Znak ścienny 17640103				
		2,60	0,604	-0,6054	-1,4
11	Znak ścienny 17630364				
		1,07	0,6618	-0,6624	-0,6
12	Znak ścienny 17630363				
		1,49	-0,1067	0,1051	-1,6
13	Znak ścienny 17630359				

Таблиця 2

**Порівняння перевищень, отриманих українською та польською сторонами
по лінії Ковель – Ягодин – Хелм**

№	Назва репера	Довжина секції, км	$h_{укр}, м$	$h_{поль}, м$	$h_{укр} + h_{поль}, мм$
1	ст. рп. Б/№, Ягодин				
		3,39	1,5993	-1,6001	-0,8
2	ст. рп. Б/№, Старовойтове				
		1,96	-3,1342	3,1341	-0,1
3	ст. рп. 1087				
		1,27	7,5432	-7,5444	-1,2
4	контр. марка А2929				
		0,02	0,5131	-0,5128	0,3
5	фнд. рп. А0273				
		0,05	4,6768	-4,6765	0,3
6	п. тр. Вовчий Перевіз, 2				
		3,29	-10,5307	10,5307	0,0
7	Znak ścienny 13730454				
		0,47	-0,1244	0,1242	-0,2
8	Znak ścienny 13730462				
		0,46	-1,6890	1,6898	0,8
9	Znak ścienny 13730460				
		1,26	2,7918	-2,7920	-0,2
10	Znak ścienny 13730452				
		2,64	-0,9001	0,8968	-3,3
11	Znak ścienny 13730402				

Як видно із табл. 1 та 2, всі розходження між перевищення є в межах допуску, який обчислюється за формулою $3\sqrt{L}$, де L – довжина секції в кілометрах.

За результатами виконання нівелювання I-го класу неув'язки у системі висот UELN/EVRS2000 становлять по лінії Львів–Шегині–Перемишль +0,9 см та Ковель–Ягодин–Хелм–2,4 см, що є у допуску. Допустима неув'язка ходу нівелювання I класу обчислюється за формулою $3\sqrt{L}$ і становить для лінії Львів–Шегині–Перемишль $\pm 3,0$ см, а для лінії Ковель–Ягодин–Хелм – $\pm 2,9$ см.

Оскільки врівноваження європейської висотної системи здійснюється через геопотенціальні числа [Sansò et al., 2019], обчислено геопотенціальні числа пунктів нівелювання у системі координат УСК-2000 на площині в проекції Гаусса–Крюгера та у системі висот UELN/EVRS2000 по обох лініях. Різниці геопотенціальних чисел dC обчислювалися за формулою [Sánchez & Sideris, 2017]

$$dC = 10^{-6} g_m dh, \quad (1)$$

де dh – врівноважене перевищення між двома пунктами, g_m – середнє значення прискорення вільного падіння між цими пунктами, отримане із гравітаційних аномалій $g = \Delta g + \gamma$. Своєю чергою, γ – нормальне значення прискорення вільного падіння, обчислене згідно з [Інструкція..., 1971]. Геопотенціальні числа початкових нівелірних пунктів (фундаментальних реперів 1712 та 5290) отримані від Адміністратора Банку геодезичних даних НДІГК.

Неув'язки по лініях Львів–Шегині–Перемишль та Ковель–Ягодин–Хелм у Балтійській системі висот 1977 року становлять +4,1 см та +5,8 см відповідно, що виходить за рамки допуску. Необхідно зауважити, що система висот Балтійська 1986, яка використовується у Польщі, та система висот Балтійська 1977, яка використовується в Україні, мають розбіжності, тому обчислення неув'язок за висотами реперів, визначених у різних системах координат, мають некоректний результат. У зв'язку з цим вирівнювання по лініях Львів–Шегині–Перемишль та Ковель–Ягодин–Хелм не виконувалося, відмітки нівелірних пунктів отримані із обчислень, як у «висячому ході».

Вплив геодинамічних явищ на контроль високоточного нівелювання

Під час з'єднання державних висотних мереж, побудованих у різний час в різних країнах, виникають певні труднощі різного характеру, зокрема відмінності технологій високоточного нівелювання, приладове та методичне забезпечення, вплив атмосферних та геодинамічних явищ на процес та одержані результати тощо. Усе це накладає додаткові вимоги до контролю за якістю виконання такого виду робіт. Внаслідок геодинамічних процесів у різних регіонах Європи висоти геодезичних пунктів змінюються в межах 2–5 мм, а, скажімо, у гірських районах з активною геодинамікою – до 10 мм на рік. Окрім цього, значна частка гравіметричних вимірів, що виконувались паралельно з виконанням високоточного нівелювання, були проведені в 50–60-ті роки ХХ ст., подекуди застарілими методикам. Згідно з Постановою Кабінету Міністрів, нормальні висоти пунктів державної нівелірної мережі України визначаються у Балтійській системі висот 1977 р. Але є низка чинників, які знижують статус мережі. Це передусім трудність її адаптації до Європейської вертикальної референсної мережі EUVN, вертикальної системи EVRS та методів GNSS-нівелювання. Невирішеними при цьому є також питання кількісної розбіжності між висотними мережами [Мельник, 2014].

Особливість проблеми підвищення точності державних висотних мереж обумовлена тривалим часом їх створення. У більшості Європейських держав такі мережі створювались протягом десятків років. За цей час під дією геодинамічних процесів положення реперів мережі безперервно змінювалось. Відповідно, виконані на конкретні епохи виміри перевищень між реперами спотворені впливом факторів ендегенної природи. У зв'язку з цим диференціація основних джерел похибок вимірів перевищень та їхніх спотворень природними факторами є необхідною для їх врахування та підвищення точності остаточних результатів урівноваження мереж [Tretyak & Turuk, 2003].

Зважаючи на це, виникає необхідність урахування поправок за вплив геодинамічних явищ, зокрема вертикальних рухів земної кори, та різносистемність висотних мереж для

підвищення точності остаточних результатів урівноваження висотних мереж.

Дослідження рухів земної кори, викликаних геодинамічними процесами, має вагомe прикладне значення в геодезії, зокрема для вирішення таких основних завдань, як: дослідження стійкості пунктів геодезичної основи, прогнозування зміни координат та висот пунктів та дослідження зв'язку між різними системами координат та висот, їх параметрами переходу. Саме тому важливим є проведення досліджень геодинаміки території Європейського континенту, оскільки через свою тектонічну будову Європа зазнає постійних геодинамічних процесів, окрім того, такі процеси мають зв'язок із сейсмічною активністю даного регіону, а також несуть безпосередній вплив практично на усі інженерні споруди та геодезичні роботи [Вовк, 2016].

Дослідження геодинамічних процесів на теренах України [Tretyak et al., 2015] та Європейського континенту [Tretyak & Vovk, 2016] в цілому є актуальним аспектом геодезичних досліджень, так само як і встановлення величини річної зміни горизонтальних [Tretyak & Vovk, 2014; Вовк, 2015] і вертикальних [Tretyak & Romaniuk, 2014; Tretyak & Romaniuk, 2018] рухів земної кори, пов'язаних з віковими геодинамічними процесами, особливо в техногенно навантажених районах [Zayats et al., 2017; Мордвінов та ін., 2018; Savchyn & Vaskovets, 2018; Savchyn & Pronyshyn, 2020]. Результати таких геодезичних вимірів дають інформацію про рух тільки в окремих точках земної поверхні, а не для всієї земної кори. Однак, якщо на території певного регіону проявляється систематичність таких рухів, то їх можна інтерпретувати як рухи земної кори, що дає змогу встановити вплив геодинамічних процесів на результати геодезичних робіт, зокрема й високоточного нівелювання, особливо в поєднанні з результатами гравіметричних досліджень та досліджень гравітаційного поля Землі [Marchenko & Dzhuman, 2015; Marchenko & Lopushansky, 2018].

Інформація про рухи земної кори, зібрана на основі геологічних, геофізичних, геодезичних даних, враховується при геодезичних роботах на великих інженерних спорудах, для будівництва портів, дамб, мостів, ГЕС, АЕС тощо.

На практиці, для вивчення регіональних геодинамічних явищ, застосовується повторне

високоточне нівелювання, яке в поєднанні з регулярними спостереженнями за рівнем моря дозволяє визначати сучасні вертикальні рухи земної кори в межах великих територій. Доповненням до цього методу можуть бути геотехнічні методи, які дозволяють одержувати перманентні дані про нахили земної поверхні в межах жорстких плит, що повинно стати доповненням до «дискретних», тобто одержаних з певною періодичністю даних, за результатами високоточного геометричного нівелювання. Вихідною основою для моніторингу вертикальних зміщень на техногенно-навантажених територіях є мережі реперів, висоти яких визначені за даними повторного високоточного геометричного нівелювання. Такі дані є дискретними і містять інформацію про стан мережі лише на момент проведення вимірювань. Тому при здійсненні моніторингу вертикальних зміщень на локальному та регіональному рівнях велика увага повинна приділятися стійкості пунктів мережі, на основі якої можливе прогнозування геодинамічних процесів між циклами спостережень. Це, своєю чергою, дозволить проведення районування досліджуваних територій за спільними кінематичними характеристиками. Використання різноманітних геодезичних (ГНСС-спостереження, геометричне, тригонометричне, гідронівелювання) та геотехнічних спостережень для здійснення моніторингу техногенно-навантажених територій потребує розроблення нових нормативно-правових документів (методик, інструкцій). Такі документи повинні регламентувати проведення моніторингу на техногенно-навантажених територіях за даними геодезичних, геотехнічних спостережень, результатів дистанційного зондування земної поверхні, що дозволить врахувати вплив усіх геодинамічних процесів на цих територіях [Петров, 2019].

Під час проведення такого геодезичного моніторингу значна увага повинна приділятися спостереженням за вертикальними рухами земної поверхні та споруд. Сьогодні найдосконалішим кількісним методом вивчення вертикальних рухів є високоточне геометричне нівелювання. Однак, враховуючи, що на території України вертикальні рухи переважно є в межах 1–5 мм/рік, визначати їх на основі повторних вимірювань за невеликий проміжок часу можливо лише за умови, що вимірювання будуть

проводитися з найвищою точністю. Оскільки вимірювання виконуються не миттєво, а за деякий проміжок часу, то виникає також питання можливої тривалості окремого циклу вимірювань та їх зсуву в часі для мінімізації впливу на точність визначення швидкостей вертикальних рухів. Проаналізовано можливість визначення вертикальних рухів за допомогою нівелювання II класу, нівелювання I класу, нівелювання I класу коротким променем, прецизійного нівелювання та прецизійного нівелювання коротким променем, різною кількістю циклів. Так, у разі чотирьох циклів на рік прецизійним нівелюванням коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1 мм/рік на відстанях до 50 м, 1,5 мм/рік – до 150 м, 2 мм/рік – до 300 м, 3 мм/рік – до 600 м та 5 мм/рік – до 1700 м. Прецизійне нівелювання придатне для спостережень з частотою 4 рази/рік за вертикальними рухами зі швидкістю 1,5 мм/рік на відстанях до 100 м, 2 мм/рік – до 200 м, 3 мм/рік – до 400 м, 5 мм/рік – до 1200 м. Нівелювання I класу коротким променем придатне для спостережень за вертикальними рухами зі швидкістю 1,5 мм/рік на відстанях до 50 м, 2 мм/рік – на відстанях до 100 м, 3 мм/рік – до 300 м та 5 мм/рік – до 800 м. Нівелюванням I класу можливе лише визначення вертикальних рухів зі швидкістю 5 мм/рік на відстанях до 200 м. У інших випадках недоцільно виконувати чотири цикли спостережень на рік. Як бачимо, за умов використання нівелірних ходів, які опираються на тверді пункти, вплив неодночасності вимірювань на визначення швидкостей вертикальних рухів ще відчутніший. За певних умов він може спотворювати остаточний результат на 30 % [Chernyaga et al., 2010].

Опираючись на це, бачимо, що комплексний моніторинг геодинамічних процесів, зокрема вертикальних зміщень, на локальному та регіональному рівнях з подальшим врахуванням його результатів при виконанні високоточного геометричного нівелювання дозволить підвищити точність одержаних результатів. Циклічне спостереження геодинамічно активних зон, через які, чи поблизу яких, проходять лінії нівелірних мереж I класу, дасть змогу оцінити необхідність виконання повторного високоточного нівелювання. А при роботах, пов'язаних зі з'єднанням нівелірних мереж різних

країн встановлення єдиної системи висот дозволить підвищити точність кінцевих результатів. Саме це є важливим аспектом для дослідження і врахування впливу геодинамічних явищ при виконанні високоточного нівелювання.

Побудова моделі квазігеоїда на прикордонну територію

На всіх фундаментальних та ґрунтових реперах, а також горизонтальних марках виконано GNSS-нівелювання. Вимірювання виконані GNSS-приймачами фірм Leica та South, і передбачали безперервні спостереження впродовж мінімум 6 годин у статичному режимі з частотою отримання розв’язків в 1 секунду. Опрацювання даних виконане у програмному пакеті Leica Geo Office відносно перманентних GNSS-станцій мережі «Геотерраса», які включені до ДГМ. Середня квадратична похибка визначення геодезичної висоти, отриманої із GNSS-нівелювання в статичному режимі, не перевищувала 20 мм. Ці виміри використано для побудови моделі квазігеоїда на прикордонну територію. В [Заблоцький та ін., 2021] показано, що на цю територію найкраще підходить Європейський геоїд EGG2015. Оскільки модель квазігеоїда обчислювалася в межах процедури „Вилучення–Обчислення–Відновлення”, в якості систематичної складової вибрано саме модель EGG2015.

Отже, залишкові значення висот квазігеоїда δN , отримані вилученням із висот $N_{вим}$, отриманих із вимірів, висот $N_{EGG2015}$, отриманих із моделі EGG2015, можна записати у вигляді формули:

$$\delta N = N_{вим} - N_{EGG2015}. \quad (2)$$

Розкладемо залишкові значення висот квазігеоїда δN в ряд за СТНА-функціями [Dzhuman, 2018] до 4 ступеня/порядку:

$$\begin{aligned} \delta N_m = & \\ = & \frac{GM}{\gamma R} \sum_{k=1}^4 \sum_{m=0}^k \left\{ \bar{C}_{km} \cos \left(2\pi m \frac{\lambda - \lambda_{min}}{\lambda_{max} - \lambda_{min}} \right) + \bar{S}_{km} \sin \left(2\pi m \frac{\lambda - \lambda_{min}}{\lambda_{max} - \lambda_{min}} \right) \right\} \bar{P}_{km}(\theta). \end{aligned} \quad (3)$$

Для знаходження власних чисел n_k спершу потрібно встановити координати вершин рамки трапеції. В цьому випадку

$$\begin{aligned} \varphi_{min} = 49,7^0, \quad \varphi_{max} = 51,3^0, \\ \lambda_{min} = 22,9^0, \quad \lambda_{max} = 24,8^0 \\ (\theta_{min} = 38,7^0, \theta_{max} = 40,3^0, \\ \lambda_{min} = 22,9^0, \lambda_{max} = 24,8^0). \end{aligned}$$

В цьому випадку $\theta_0 = 0,8^0$, $\theta_{mean} = 39,5^0$. Знайдемо власні числа n_k для $\theta_0 = 0,8^0$ до четвертого порядку. Їх подано в табл. 3.

Коефіцієнти розкладу \bar{C}_{km} та \bar{S}_{km} знайдено з використанням методу найменших квадратів, використавши при цьому параметр регуляризації Тіхонова для стабілізації розв’язку:

$$V^T V + \alpha X^T X \rightarrow \min, \quad (4)$$

де – V вектор поправок, X – вектор невідомих коефіцієнтів.

Параметр регуляризації Тіхонова підбирався так, щоб виконувалася умова

$$m_N \approx m_{Nm}, \quad (5)$$

де m_N – СКП висот квазігеоїда, отриманих з вимірів, m_{Nm} – СКП модельних висот квазігеоїда. Таким чином прийнято $\alpha = 1 \cdot 10^{-6}$.

Отримані значення невідомих коефіцієнтів подано в табл. 4.

Дисперсію σ_k коефіцієнтів \bar{C}_{km} і \bar{S}_{km} отриманої моделі можна обчислити за формулою:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^k (\bar{C}_{km}^2 + \bar{S}_{km}^2)}{2k+1}}. \quad (6)$$

Величина дисперсії зображена на рис. 6.

Таблиця 3

Власні числа n_k для сферичної трапеції з координатами вершин $\theta_{min} = 38,7^0, \theta_{max} = 40,3^0, \lambda_{min} = 22,9^0, \lambda_{max} = 24,8^0$

k/m	0	1	2	3	4
0	0				
1	171,7327	131,3678			
2	273,9262	273,9262	218,2478		
3	394,8464	381,3372	367,3136	300,394	
4	501,9546	501,9546	479,7931	456,4486	380,3496

Коефіцієнти \bar{C}_{km} та \bar{S}_{km}

Коефіцієнт	Значення	Коефіцієнт	Значення
\bar{C}_{10}	-2,57E+00	\bar{S}_{32}	1,37E-01
\bar{C}_{11}	2,31E+00	\bar{C}_{33}	-5,63E-02
\bar{S}_{11}	-5,54E+00	\bar{S}_{33}	-1,97E-04
\bar{C}_{20}	-7,38E+00	\bar{C}_{40}	-7,72E-04
\bar{C}_{21}	3,36E+00	\bar{C}_{41}	-7,50E-01
\bar{S}_{21}	6,12E+00	\bar{S}_{41}	7,61E+00
\bar{C}_{22}	-7,17E+00	\bar{C}_{42}	-5,65E+00
\bar{S}_{22}	1,50E-02	\bar{S}_{42}	1,66E-02
\bar{C}_{30}	2,70E-01	\bar{C}_{43}	2,56E-01
\bar{C}_{31}	-2,36E+00	\bar{S}_{43}	1,60E-04
\bar{S}_{31}	-6,36E+00	\bar{C}_{44}	-1,99E-04
\bar{C}_{32}	-6,28E+00	\bar{S}_{44}	-3,61E-07

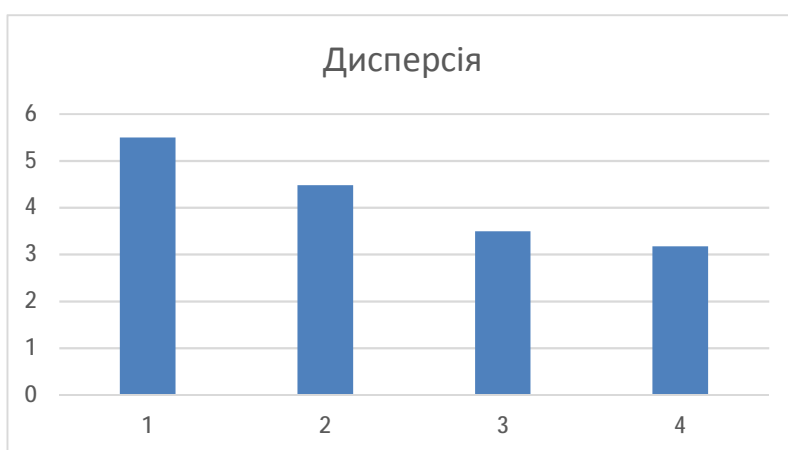
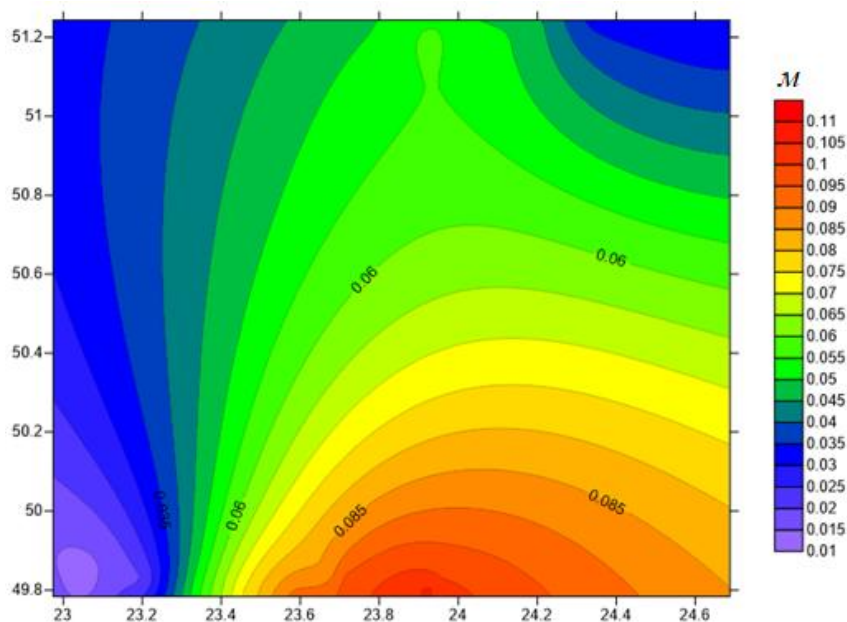
Рис. 6. Дисперсія коефіцієнтів \bar{C}_{km} і \bar{S}_{km} 

Рис. 7. Карта моделі залишкових значень висот квазігеоїда .

Карту моделі залишкових значень висот квазігеоїда δN_m показано на рис. 7.

Також обчислено різниці між залишковими значеннями висот квазігеоїда δN та моделлю залишкових значень висот квазігеоїда δN_m :

$$\Delta\delta N = \delta N - \delta N_m. \quad (7)$$

Карту цих різниць зображено на рис. 8.

Остаточно модель квазігеоїда N_m можна описати формулою:

$$N_m = N_{EGG2015} + \delta N_m. \quad (8)$$

Її зображено на рис. 9.

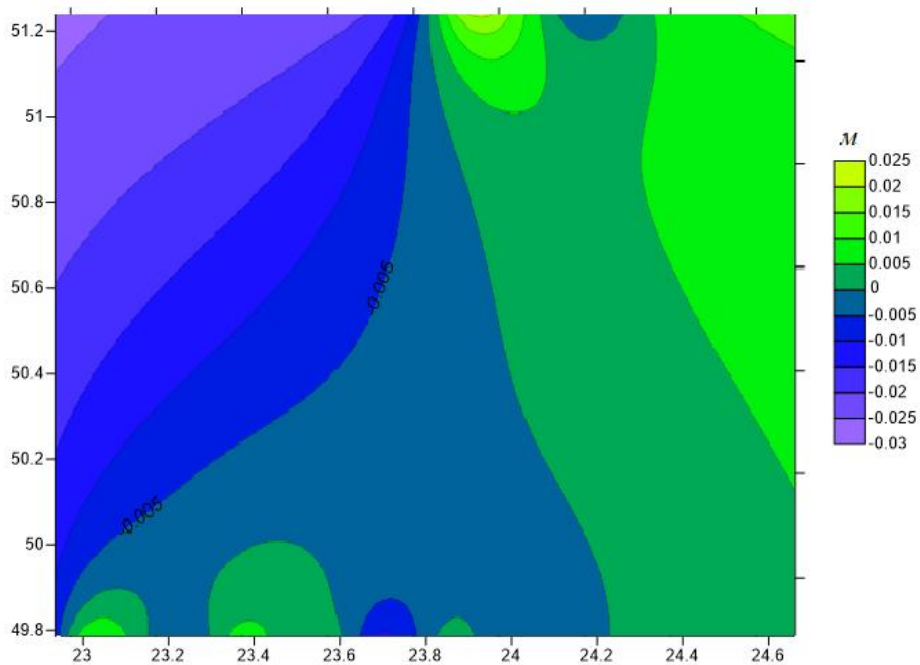


Рис. 8. Карта різниць $\Delta\delta N$

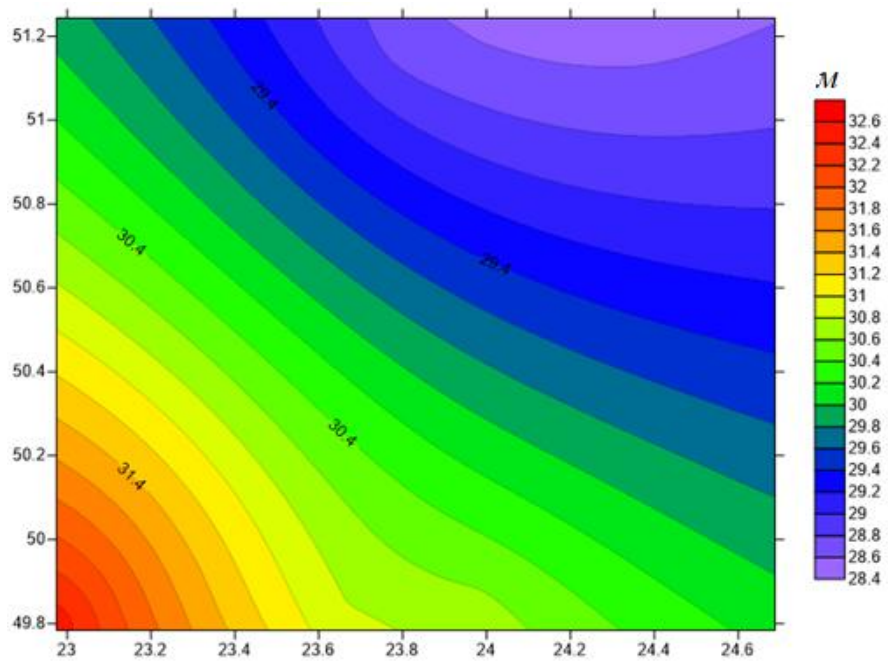


Рис. 9. Карта моделі квазігеоїда N_m

Для оцінки точності отриманої моделі було обчислено середню квадратичну похибку моделі m_{Nm} за формулою

$$m_{Nm} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p \Delta_i^2}{p}}, \quad (9)$$

де Δ – різниця між обчисленим із вимірів та модельним значенням висот квазігеоїда, p – кількість всіх значень цих висот ($p = 26$). Середня квадратична похибка склала $m_{Nm} = 21$ мм.

Для всіх описаних вище полів обчислено їхні основні характеристики, такі як мінімальне та максимальне значення і стандартне відхилення. Ці характеристики відображено в табл. 5.

Таблиця 5

Основні характеристики розглянутих полів

	Мінімальне значення, м	Максимальне значення, м	Стандартне відхилення, м
$N_{вим}$	28,48	32,51	30,44
N_m	28,48	32,52	30,44
$N_{EGG2015}$	28,45	32,50	30,38
δN	-0,01	0,12	0,07
δN_m	0,01	0,11	0,07
$\Delta \delta N$	-0,03	0,03	0,02

Наукова новизна та практична значущість

З'єднання української та європейської систем висот забезпечить інтеграцію України в європейську економічну систему, участь у міжнародних наукових дослідженнях глобальних екологічних і геодинамічних процесів, вивчення фігури Землі і гравітаційного поля та картографування території України з використанням супутникових технологій. Обчислення високоточної моделі квазігеоїда на територію України відносно європейської системи висот, узгодженої з європейським геоїдом EGG2015, дозволить отримувати гравітаційно залежні висоти з використанням сучасних супутникових технологій.

Висновки

В результаті виконаної роботи можна зробити такі висновки:

1. виконано нівелювання I класу для з'єднання української та європейської систем висот. Неув'язки у системі висот UELN/EVRS2000 є в межах допуску, в той же час у

Балтійській системі висот виходять за межі допуску в першу чергу через використання різної реалізації цієї висотної системи в Україні та в Польщі;

2. з метою коректного введення на території України європейської системи висот необхідно зробити додаткові кроки, а саме замкнути полігон ліній нівелювання Львів–Шегині–Перемишль та Ковель–Ягодин–Хелм, виконавши нівелювання I класу по лінії Львів–Ковель; оновити існуючий нівелірний зв'язок між Україною та Польщею, виконавши нівелювання I-го класу по лінії Львів–Рава-Руська–Гребенне;

3. проведено GNSS-виміри на пунктах нівелювання та обчислено модель квазігеоїда на прикордонну територію України, точність якої є в межах точності вхідної інформації. Для обчислення високоточного квазігеоїда на територію України необхідно оперувати набагато більшою кількістю гравіметричних і геометричних даних, які рівномірно покриватимуть всю територію держави.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Вовк А. Аналіз горизонтальних рухів земної кори Центральної Європи, визначених за GNSS-вимірами. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. 2015. №II (30), С. 28–31.
- Вовк А. І. (2016). Просторово-часова диференціація горизонтальних рухів земної кори Європи за даними GNSS-вимірів. дис. ... кандидата технічних наук, Національний університет «Львівська політехніка». Львів, 2016. 153 с.
- Інструкція по вычислению нивелировок. М. изд-во «Недра», 1971, с. 102.
- Інструкція по нивелированию I, II, III и IV классов, М., изд-во «Недра», 1966.
- Заблоцький Ф., Джуман Б., Брусак І. Про точність моделей (квазі)геоїда відносно системи висот UELN/EVRS2000. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. 2021. № I(41). С. 29–36.
- Марченко О. М., Кучер О. В., Ренкевич О. В. Результати побудови квазігеоїда для регіону України (УКГ-2006). *Вісник геодезії та картографії*. 2007. № 2. С. 3–13.
- Марченко О. М., Кучер О. В., Марченко Д. О. Результати уточнення квазігеоїда УКГ2012 для території України. *Вісник геодезії та картографії*, 2013, № 3(84), С. 3–10.
- Мельник С. О. Узгодження висотних систем для території України. *Часопис картографії*, 2014 Вип. 10, С. 28–37.

- Мордвінов І. С., Пакшин М., Ляска І., Заяць О., Петров С. & Третяк К. Моніторинг вертикальних зміщень території ГХП «Полімінерал» з використанням інтерферометричних методів обробки супутникових радарних вимірювань та нахиломірних спостережень. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*, 2018. Вип. I (35). С. 70–75.
- Петров С. Л. Моніторинг вертикальних зміщень техногенно-навантажених територій геодезичними методами : дис. ... канд. техн. наук, Національний університет «Львівська політехніка». Львів, 2019. 156 с.
- Третяк К. Р., Турук Д. Оцінка точності державної висотної мережі 2-го класу України. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*, 2003. Вип. 63. С. 9–16.
- Chernyaga P. G., Yanchuk A. Ye., Ishutina A. S. The calculation of geometrical levelling accuracy on geodynamic polygons. *Geodynamics*, 2010. No. 1(9). P. 10–21.
- Denker H. (2015). A new European gravimetric (quasi)geoid EGG2015. Poster presented at XXVI General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG), Earth and Environmental Sciences for Future Generations, 22 June – 02 July 2015, Prague, Czech Republic.
- Dzhuman B. B. Modeling of the regional gravitational field using first and second derivative of spherical functions. *Geodesy, cartography and aerial photography*, 2018. vol. 86. Pp. 5–10.
- Knudsen P. (1987). Estimation and modelling of the local empirical covariance function using gravity and satellite altimeter data. *Bulletin géodésique* 61(2), 145–160. doi:10.1007/BF02521264/
- Marchenko A., Dzhuman B. Regional quasigeoid determination: an application to arctic gravity project. *Geodynamics*, Vol. 1(18), 2015. Pp. 7–17.
- Marchenko A., Lopushansky A. Change in the zonal harmonic coefficient C20, Earth's polarflattening, and dynamical ellipticity from SLR data. *Geodynamics*. 2018. No. 2 (25). Pp. 5–14.
- Moritz H. Integral formulas and Collocation. *Man. Geod.* 1976, 1. Pp. 1–40.
- Sacher M., Ihde J. & Svensson R. (2006, June). Status of UELN and steps on the way to EVRS 2007. In *Report on the Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF), Riga* (Pp. 14–17).
- Sacher, M., Ihde, J., Liebsch, G. (2007). Status of EVRS2007. Presented at the Symposium of the IAG Sub-commission for Europe (EUREF) in London, June 6-9, 2007. In: *Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie*, Vol. 42. Pp. 53–57, Frankfurt am Main 2009.
- Sánchez Laura and Sideris Michael G. Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHR) *Geophys. J. Int.* (2017) 209, 570–586.
- Sansò F., Reguzzoni M., Barzaghi R. (2019). *Geodetic Heights*, Springer.
- Savchyn I., Vaskovets S. Local geodynamics of the territory of Dnister pumped storage power plant. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*, vol. 15, no. 1, 2018. P. 41.
- Savchyn I., Pronyshyn R. Differentiation of recent local geodynamic and seismic processes of technogenic-loaded territories based on the example of Dnister Hydro Power Complex (Ukraine). *Geodesy and Geodynamics*. Volume 11, Issue 5, September 2020. Pp. 391–400.
- Szelachowska M. and Krynski J. (2014). GDQM-PL13 – the new gravimetric quasigeoid model for Poland. *Geoinformation Issues*, 6(1), 5–19.
- Tretyak K. R. Modern geodynamics and geophysical fields of the Carpathians and adjacent territories [Text]: monograph / [K. R. Tretyak et. all]; for general ed. prof. K. R. Tretyak, prof. V. Yu. Maksimchuk, Corresponding Member NAS of Ukraine R. I. Kutas; NAS of Ukraine, Lviv Polytechnic National University, Carpathians. Department of the Institute of Geophysics. S. I Subbotin. – Lviv: Lviv Publishing House. Polytechnic University, 2015. – 418 p.
- Tretyak K., Vovk A. Differentiation of the rotational movements of the European continent's earth crust. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*. 2016. Vol. 13 No. 1 (181). Pp. 5–18.
- Tretyak K., Vovk A. Results of determination of horizontal deformations of the crust of Europe according to GNSS observations and their connection with tectonic structure. *Geodynamics*. 2014. No. 1 (16). Pp. 21–33.
- Tretyak K., Romanyuk V. Investigation of the relationship between modern vertical displacements of the earth's crust and seismic activity in Europe. *Geodynamics*. Lviv, 2014. No. 1. Pp. 7–20.
- Tretyak K., Romanyuk V. The research of interrelation between seismic activity and modern vertical movements of the European permanent GNSS-stations. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*, Czech Republic, 2018. Vol. 15, No. 2 (190). Pp. 143–164.
- Trimble DiNi Digital Level User Guide, 2017. P. 145.
- Tscherning C. C, Rapp R. H. (1974). Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models. Report Department of Geodetic Science, no. 208, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA
- Zayats O., Navodych M., Petrov S., Tretyak K. Precise tilt measurements for monitoring of mine fields at Stebnyk potassium deposit area. *Geodynamics*. Lviv. 2017. Issue 2(23). Pp. 25–33.

Ihor TREVOHO¹, Fedir ZABLOTSKYI², Andrzej PISKOREK³, Bohdan DZHUMAN², Andriy VOVK¹

¹ Department of Geodesy, Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandera Str., Lviv, 79013, Ukraine

² Department of Higher Geodesy and Astronomy, Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandera Str., Lviv, 79013, Ukraine, ph. +38 (068) 7632139, e-mail: teojuman@gmail.com

³ Geokart-International, Sp. z o.o., ul. Wita Stwosza 44, 35-113 Rzeszów, Poland.

ABOUT MODERNIZATION OF UKRAINIAN HEIGHT SYSTEM

Purpose. The purpose of this work is obtaining connections between the Baltic and European height systems based on the I class leveling between the Ukrainian and Polish control points of the base vertical networks and construction of the quasigeoid surface on the border area. **Method.** Full integration of the height system of Ukraine into the European vertical reference system (EVRS) consists of two stages: modernization of the height network of Ukraine through its integration into the United European leveling network UELN; construction and use as a regional vertical datum the model of high-precision quasigeoid, which will be consistent with the European geoid EGG2015. The analysis of methods of high-precision leveling in Ukraine and Poland, and also the analysis of methods of construction of quasigeoid models in these countries is performed. **Results.** For integrating the Ukrainian height system into the UELN/EVRS2000 system, the Ukrainian side performed I class geometric leveling along two lines: Lviv – Shehyni – Przemysl and Kovel – Yagodyn – Chelm with total length of 196 km. The root mean square systematic error on both lines of leveling was $s < 0,01$ mm/km. In turn, the mean square random error along the line Lviv – Shehyni – Przemysl is $h = 0,29$ mm/km, and along the line Kovel – Yagodyn – Chelm is $h = 0,27$ mm/km. For double control on the cross-border part, the Polish side performed high-precision leveling with a length of 33 km. The differences between the Ukrainian and Polish leveling in all sections are within the tolerance. The analysis of influence of geodynamic phenomena on control of high-precision leveling is carried out. GNSS-leveling was performed on all fundamental and ground benchmarks, as well as horizontal marks. These measurements were used to build a quasigeoid model for the border area of Ukraine. The MSE of the obtained quasigeoid model is about 2 cm, which corresponds to the accuracy of the input information. **Scientific novelty and practical significance.** The connection of the Ukrainian and European height systems will ensure Ukraine's integration into the European economic system, participation in international research of global ecological and geodynamic processes, study of the Earth's shape and gravitational field and mapping of Ukraine using navigational and remote-sensing satellite technologies. Calculation of a high-precision model of a quasigeoid on the Ukraine area in relation to the European height system, agreed with the European geoid EGG2015, will allow to obtain gravity-dependent heights using modern satellite technologies.

Key words: height system, quasigeoid model, leveling.

Надійшла 05.04.2021 р.