

## ФОРМУВАННЯ ВИСОКОЕФЕКТИВНОЇ ДИСКРЕТНОЇ ТРИМАСОВОЇ МІЖРЕЗОНАНСНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ З ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ПРИВОДОМ

Ó Ланець О. С., Майструк П. В., Боровець В.М., Майструк В. В., Качмар Р.Я. 2021

**Мета** полягає в обґрунтуванні інерційно-жорсткісних та силових параметрів високоефективної дискретної тримасової міжрезонансної коливальної системи вібраційної машини з електромагнітним приводом та у формуванні її математичної моделі з врахуванням приводу. **Актуальність.** Незважаючи на широку поширеність у промисловості одно- та двомасових вібраційних машин, їх тримасові аналоги у міжрезонансній зоні коливань мають значно вищий динамічний потенціал. Нові підходи до розрахунку і проектування тримасових міжрезонансних вібраційних машин сприяли б їх масовому впровадженню на підприємствах різних галузей промисловості в якості технологічного обладнання. **Методика.** Розглядається математична модель тримасової міжрезонансної коливальної системи вібраційної машини з електромагнітним приводом у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь. На її основі формуються залежності для визначення необхідних інерційно-жорсткісних та силових параметрів високоефективної вібраційної машини. Виходячи з відомих уже силових параметрів системи формуються необхідні при проектуванні вібраційної машини параметри електромагнітного приводу. Встановлені вище параметри закладаються в математичну модель вібраційної машини. Досліджуються часові залежності руху коливальних мас з врахуванням процесів, що протікають в електромагнітному вібробуджувачі. **Результати.** Обґрунтовано інерційно-жорсткісні, силові параметри коливальної системи та сформована математична модель тримасової міжрезонансної коливальної системи, що враховує електромагнітні процеси в приводі. **Наукова новизна.** Сформована математична модель тримасової міжрезонансної коливальної системи вібраційної машини з врахуванням процесів, що протікають в електромагнітному приводі, де силова дія електромагніту формується через струм в котушці вібробуджувача. **Практична значущість.** Запропонована методика розрахунків тримасових міжрезонансних вібраційних машин з електромагнітним приводом може бути використана під час проектування високоефективного вібраційного технологічного обладнання.

**Ключові слова:** тримасова міжрезонансна коливальна система, інерційно-жорсткісні параметри, електромагнітний привод.

### *Вступ.*

Вібраційне технологічне обладнання набуло значного поширення у промисловості. Проте одно- та двомасові вібраційні машини, які найчастіше використовуються на даний момент, не є високоефективними рішеннями в плані енергоефективності. Тримасові вібраційні машини здатні споживати значно менше енергії при виконанні аналогічних завдань. В таких машинах енергоефективні режими роботи досягаються у міжрезонансних зонах коливань. Проте суттєвим недоліком тримасових вібраційних машин є складність їх конструкції. Наявність додаткової коливальної маси зумовлює більшу кількість елементів вібраційної машини, які можуть вийти з ладу, та для налаштування яких необхідно більше ресурсів. Однак, слід зазначити, що існуючі методики проектування тримасових міжрезонансних вібраційних машин не є досконалими. Існує потреба детальнішого вивчення даної тематики. Дослідження особливостей роботи тримасових міжрезонансних вібраційних машин із подальшим встановленням методики їх проектування дозволило б удосконалити не тільки показники енергоефективності даного типу обладнання, але також і експлуатаційні характеристики, такі як надійність, ремонтпридатність, легкість переналагодження.

Тож, в даній статті автори спробують сформулювати методику розрахунку тримасових міжрезонансних вібраційних машин із врахуванням особливостей електромагнітного приводу.

**Аналіз літературних джерел.**

Конструкції тримасових вібраційних машин розглядаються вже досить давно [1]. Одна з найцікавіших та найкорисніших тем, пов'язаних з тримасовими вібраційними машинами, полягає у застосуванні теоретичних знань у процесах розрахунку, проектування, виготовлення та експлуатації даного типу вібраційного обладнання [2 – 4]. Зокрема, важливим питанням є особливості роботи тримасових вібраційних машин у міжрезонансній зоні коливань [5], адже досліджено, що в даному режимі роботи тримасових вібраційних машин існують значні динамічні підсилення у порівнянні з аналогічними одно- та двомасовими вібраційними машинами. Застосування даного типу вібраційного обладнання досить перспективне у будівельній, хімічній, гірничодобувній, харчовій та інших галузях промисловості.

В якості приводу тримасових міжрезонансних вібраційних машин пропонувалося використовувати кривошипно-шатунний механізм [6]. Проте, недоліком такої конструкції є необхідність використання керованого механізму, який би забезпечував безпроблемне входження коливальної системи в міжрезонансну зону. Крім того, вагомим недоліком такого збурення є інтенсивна руйнація кривошипно-шатунного механізму, у якому містяться прецизійні рухомі з'єднання.

Вище згадані недоліки відсутні у вібраційних машинах з електромагнітним приводом. Однак під час проектування такого типу обладнання також виникають деякі складнощі. Зокрема, існує можливість биття якоря об осердя з котушками електромагнітного віброзбуджувача.

Зважаючи на перспективність розробок міжрезонансних вібраційних машин та вагомі переваги електромагнітного приводу, доцільним є розроблення підходів у створенні енергоефективних тримасових міжрезонансних коливальних систем вібраційних машин з електромагнітним приводом.

**Мета.**

Обґрунтування інерційно-жорсткісних та силових параметрів вискоефективної дискретної тримасової міжрезонансної коливальної системи вібраційної машини з електромагнітним приводом та формування її математичної моделі з врахуванням приводу.

**Методика проведення досліджень.**

Відомі [5] методи аналізу дискретної тримасової міжрезонансної коливальної системи дозволяють однозначно встановити її ефективність функціонування. Розглянемо тримасову міжрезонансну систему (рис. 1).

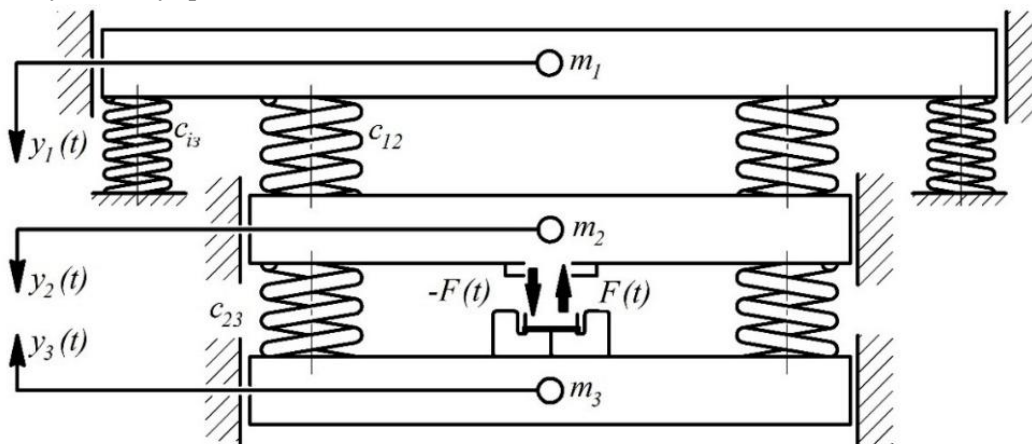


Рис. 1. Структурна схема дискретної тримасової механічної коливальної системи вібраційної машини (вібростола) з електромагнітним приводом

Fig. 1. Block diagram of a discrete three-mass mechanical oscillating system of a vibrating machine (vibrating table) with an electromagnetic drive

Активна, проміжна та реактивна маси з інерційними параметрами відповідно  $m_1$ ,  $m_2$  та  $m_3$ , попарно з'єднані між собою системами пружних вузлів із жорсткостями відповідно  $c_{12}$  та  $c_{23}$ . Маса  $m_1$ ,  $m_2$  та  $m_3$  здійснюють прямолінійні коливання вздовж вертикальної осі  $Oy$  за узагальненими координатами відповідно  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  та  $y_3(t)$ .

Система диференціальних рівнянь руху за лінійними координатами для тримасової МКС набуде вигляду [2]:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1(t) + c_{12}(y_1(t) - y_2(t)) + c_{13}y_1(t) = 0; \\ m_2 \ddot{y}_2(t) + c_{12}(y_2(t) - y_1(t)) + c_{23}(y_2(t) - y_3(t)) = -F(t); \\ m_3 \ddot{y}_3(t) + c_{23}(y_3(t) - y_2(t)) = F(t). \end{cases} \quad (1)$$

Система рівнянь (1) є вихідною для оцінки параметрів високоефективної міжрезонансної тримасової дискретної коливальної системи.

Технологічно необхідно, щоб робочий режим вібростола знаходився на частоті вимушених коливань в околі  $\omega = 50 \text{ Гц}$ , в такому випадку електромагніти, що є приводом даної вібростанини, можна живити із звичайної мережі. Також відомо, що активна маса становить  $m_1 = 118 \text{ кг}$ , а проміжна –  $m_2 = 45 \text{ кг}$ . Використовуючи відомий алгоритм розрахунку дискретної тримасової механічної коливальної системи [2], знайдемо область допустимих значень реактивної маси  $m_3$  за виразом:

$$0 < m_3 < \frac{-m_2(m_1 + m_2)(1 - L^2)^2}{m_2(1 - L^2)^2 - 4m_1L^2}, \quad (2)$$

де  $L = \frac{W_{na1}}{W_{na2}}$  – співвідношення власних колових частот системи. Приймаємо значення власних колових частот  $W_{na1} = 308 \text{ рад/с}$  та  $W_{na2} = 333 \text{ рад/с}$ . Отже, підставивши дані у вираз (2), визначимо, що реактивна маса може знаходитись у діапазоні  $0 < m_3 < 0,38 \text{ кг}$ .

Враховуючи вищенаведені умови, приймаємо  $m_3 = 0,2 \text{ кг}$ . Встановимо жорсткість  $c_{12}$  використовуючи вираз [2]:

$$c_{12} = \frac{(m_2 + m_3)m_1 W_{na2}^2 \left( (m_1 + m_2 + m_3)m_2 W_{na2}^2 (L^2 - 1) - H \right)}{(m_1 + m_2 + m_3) \left( (m_1 + m_2 + m_3)m_2 W_{na2}^2 (L^2 - 1) + (-H - 2m_1 m_3 W_{na2}^2) \right)}, \quad (3)$$

де  $H = \sqrt{(m_1 + m_2 + m_3)m_2 W_{na2}^4 \left( (m_1 + m_2 + m_3)m_2 (L^2 - 1)^2 - 4m_1 m_3 L^2 \right)}$ . Підставивши всі параметри у вираз (3), визначаємо, що  $c_{12} = 3,575 \times 10^6 \text{ Н/м}$ .

Жорсткість  $c_{23}$  знаходиться із виразу [2]:

$$c_{23} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)m_2 W_{na2}^2 (L^2 + 1) - H}{2(m_2 + m_3)(m_1 + m_2 + m_3)} \times m_3, \quad (4)$$

і при наявних параметрах системи становить  $c_{23} = 9,579 \times 10^3 \text{ Н/м}$ .

Амплітудне значення сили збурення  $F_{02}$  для двомасової коливальної системи, виражене через амплітуду коливань  $Y_1$  активної маси (робочого органу), визначається з використанням виразу [2]:

$$F_{02} = Y_1 \times \frac{m_1 \times m_2 \times \omega^2 - m_1 \times c - m_2 \times c}{m_2}, \quad (5)$$

де  $c$  – жорсткість пружного вузла двомасової коливальної системи, яку можна знайти з рівняння [2]:

$$c = \frac{m_1 \times m_2}{m_1 + m_2} \times W_{na}^2. \quad (6)$$

Амплітудне значення сили збурення  $F_{03}$  для тримасової коливальної системи, виражене через амплітуду коливань  $Y_1$  робочого органу, можна визначити згідно виразу [2]:

$$F_{03} = - Y_1 \times \frac{m_1 \times m_2 \times m_3 \times \omega^4 - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_2 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_1 \times m_2 \times \omega^2 \times c_{23} + \ddot{\theta} + m_1 \times c_{12} \times c_{23} + m_2 \times c_{12} \times c_{23} + m_3 \times c_{12} \times c_{23} - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{23}}{m_3 \times c_{12}}. \quad (7)$$

Для встановлення коефіцієнта додаткового динамічного підсилення коливань  $D$  в тримасовій міжрезонансній коливальній системі отримаємо наступну залежність:

$$D = - \frac{(m_3 \times c_{12}) \times (m_1 \times m_2 \times \omega^2 - (m_1 + m_2) \times c)}{m_1 \times m_2 \times m_3 \times \omega^4 - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_2 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_1 \times m_2 \times \omega^2 \times c_{23} + \ddot{\theta} + m_1 \times c_{12} \times c_{23} + m_2 \times c_{12} \times c_{23} + m_3 \times c_{12} \times c_{23} - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{23}} \times m_2. \quad (8)$$

Тож, розроблювана нами коливальна система буде ефективнішою порівняно з двомасовою резонансною в 21 раз. Згідно з поставленою умовою потрібно забезпечити коливальний рух робочого органу з перевантаженням  $\zeta = 4g$ , де  $g = 9,81 м / с^2$  – прискорення вільного падіння. Перевантаження на робочому органі вібраційної машини можна визначити як:

$$\zeta = \frac{Y_1 \times \omega^2}{g}.$$

(9)

Підставивши вираз (9) в (7), визначимо зусилля, яким із частотою  $W = 314 \text{ рад} / \text{с}$  необхідно збурити тримасову міжрезонансну коливальну систему для забезпечення перевантаження на робочому органі  $\zeta = 4g$ :

$$F_{03} = - \zeta \times g \times \frac{m_1 \times m_2 \times m_3 \times \omega^4 - m_1 \times m_3 \times W^2 \times c_{12} - m_2 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_1 \times m_2 \times \omega^2 \times c_{23} + \ddot{\theta} + m_1 \times c_{12} \times c_{23} + m_2 \times c_{12} \times c_{23} + m_3 \times c_{12} \times c_{23} - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{23}}{\omega^2 \times m_3 \times c_{12}} = 27,5 \text{ Н}. \quad (10)$$

Із системи рівнянь (1) знайдемо залежності для визначення амплітуд коливань мас тримасової міжрезонансної МКС:

$$Y_1 = \frac{- m_3 \times F_{03} \times c_{12}}{m_1 \times m_2 \times m_3 \times \omega^4 - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_2 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_1 \times m_2 \times \omega^2 \times c_{23} + \ddot{\theta} + m_1 \times c_{12} \times c_{23} + m_2 \times c_{12} \times c_{23} + m_3 \times c_{12} \times c_{23} - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{23}};$$

$$Y_2 = \frac{m_3 \times F_{03} \times (m_1 \times \omega^2 - c_{12})}{m_1 \times m_2 \times m_3 \times \omega^4 - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_2 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_1 \times m_2 \times \omega^2 \times c_{23} + \ddot{0}} + \frac{m_1 \times c_{12} \times c_{23} + m_2 \times c_{12} \times c_{23} + m_3 \times c_{12} \times c_{23} - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{23}}{\ddot{0}}; \quad (11)$$

$$Y_3 = \frac{-F \times (m_1 \times m_2 \times \omega^2 - m_1 \times c_{12} - m_2 \times c_{12})}{m_1 \times m_2 \times m_3 \times \omega^4 - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_2 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_1 \times m_2 \times \omega^2 \times c_{23} + \ddot{0}} + \frac{m_1 \times c_{12} \times c_{23} + m_2 \times c_{12} \times c_{23} + m_3 \times c_{12} \times c_{23} - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{23}}{\ddot{0}}$$

Будуємо амплітудно-частотну характеристику тримасової міжрезонансної механічної коливальної системи (рис. 2) з використанням вище встановлених параметрів та виразів (11).

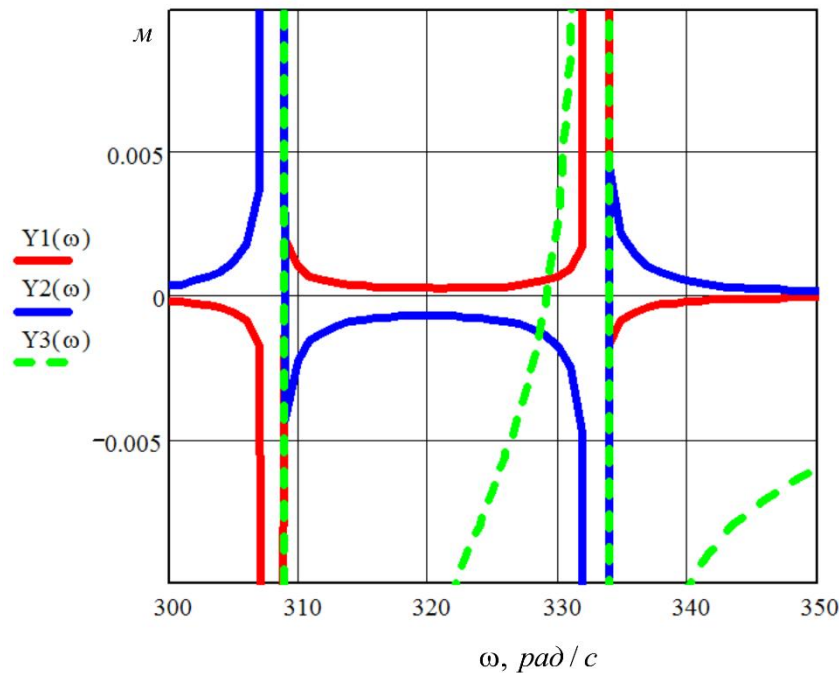


Рис. 2. Амплітудно-частотна характеристика тримасової міжрезонансної МКС  
 Fig. 2. Amplitude-frequency characteristic of three-mass inter-resonance MOS

На рис. 2 видно два резонансних піки, які знаходяться на частотах  $\omega_{na1} = 308 \text{ рад/с}$  та  $\omega_{na2} = 333 \text{ рад/с}$ , що і закладалося в математичну модель розглянутої тримасової міжрезонансної коливальної системи. Активна та проміжна коливальні маси в міжрезонансній зоні мають сідлоподібну характеристику, що дозволяє мінімізувати вплив маси завантаження на амплітуду коливань робочого органу. Реактивна маса ж в свою чергу має стрімкоподібну характеристику на частоті вимушених коливань  $\omega = 314 \text{ рад/с}$ . Це унеможливило реалізацію тримасових міжрезонансних вібраційних машин з електромагнітним приводом з дискретною реактивною коливальною масою.

Амплітуда коливань активної маси на частоті вимушених коливань  $\omega = 314 \text{ рад/с}$ , згідно залежності (11)

$$Y_1 = \frac{-m_3 \times F_{03} \times c_{12}}{m_1 \times m_2 \times m_3 \times \omega^4 - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_2 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_1 \times m_2 \times \omega^2 \times c_{23} + \ddot{0}} = 0,0004 \text{ м}, \quad (12)$$

$$+ \frac{m_1 \times c_{12} \times c_{23} + m_2 \times c_{12} \times c_{23} + m_3 \times c_{12} \times c_{23} - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{23}}{\ddot{0}}$$

що відповідає перевантаженню  $\zeta = 4g$  і підтверджено амплітудно-частотною характеристикою системи (рис. 2).

Для підтвердження енергоефективності синтезованої тримасової коливальної системи порівняно з двомасовою визначимо, яке зусилля повинна розвивати аналогічна двомасова резонансна коливальна система для забезпечення перевантаження на робочому органі  $\zeta = 4g$  на частоті вимушених коливань  $W = 314 \text{ рад/с}$  з ідентичними інерційними параметрами активної та проміжної (реактивної) мас. Підставивши рівняння (9) в (5), сила збурення для двомасової МКС становитиме:

$$F_{02} = \zeta \times g \times \frac{m_1 \times m_2 \times \omega^2 - m_1 \times c - m_2 \times c}{m_2 \times \omega^2} = 577,3 \text{ Н}. \quad (13)$$

З рівняння (13) стає очевидним твердження, що для роботи двомасової вібраційної машини з електромагнітним приводом необхідна набагато більша збурювальна сила електромагнітів. Це підтверджує, що коефіцієнт додаткового динамічного підсилення коливань в розроблюваній системі становитиме:

$$D = \frac{F_{02}}{F_{03}} = \frac{577,3 \text{ Н}}{27,5 \text{ Н}} \gg 21. \quad (14)$$

Амплітудно-частотна характеристика двомасової резонансної механічної коливальної системи із закладеною силою збурення  $F_{02} = 577,3 \text{ Н}$  показано на рис. 3.

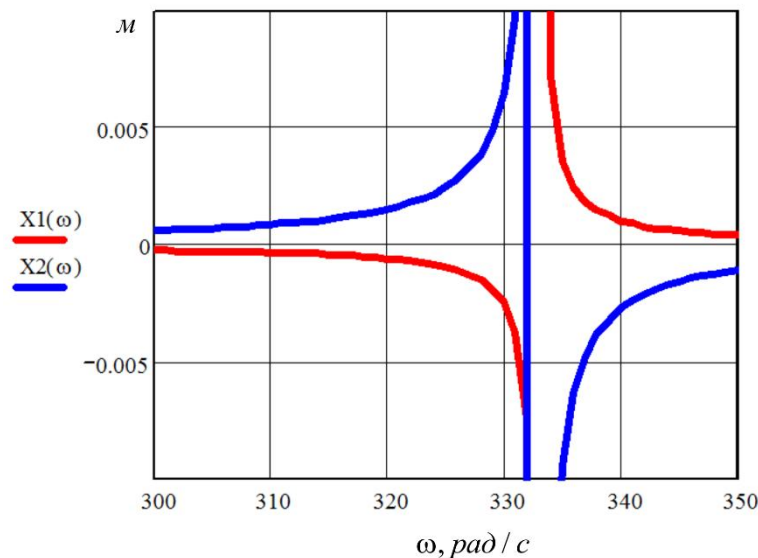


Рис. 3. Амплітудно-частотна характеристика двомасової резонансної МКС  
 Fig. 3. Amplitude-frequency characteristic of two-mass resonant MOS

На рис. 3 помітно, що активна маса на частоті вимушених коливань  $W = 314 \text{ рад/с}$  має таку ж амплітуду, як і у випадку тримасової міжрезонансної МКС, проте за значно вищих збурювальних сил.

Побудуємо часові залежності руху коливальних мас розроблювальної системи з врахуванням процесів, що протікають в електромагнітному вібробуджувачі. В системі рівнянь (1) міститься функція збурення від електромагнітного приводу. Спробуємо її знайти через параметри електромагніту, що наведено на рис. 4.

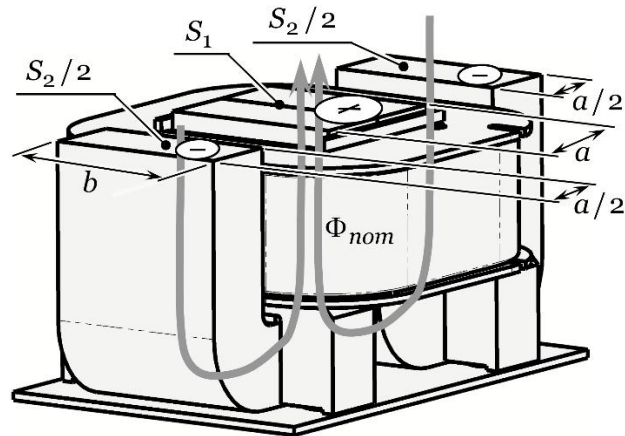


Рис. 4. Ш-подібне осердя з котушкою електромагніту, де  $a = 0,021\text{ м}$  - ширина полюсів магнітопроводу,  $b = 0,045\text{ м}$  - товщина полюсів магнітопроводу,  $S_1 = S_2 = a \times b = 0,000945\text{ м}^2$  - площа полюсів магнітопроводу. Сіримі стрілками показаний напрям магнітного потоку  $F_{nom}$

Fig. 4. W-shaped core with an electromagnet coil, where  $a = 0,021\text{ m}$  - the width of the poles of the magnetic circuit,  $b = 0,045\text{ m}$  - the thickness of the poles of the magnetic circuit,  $S_1 = S_2 = a \times b = 0,000945\text{ m}^2$  - the area of the poles of the magnetic circuit. The gray arrows show the direction of the magnetic flux  $F_{fl}$

Оскільки у вибраному нами Ш-подібному електромагніті два полюси, через які проходить один і той самий магнітний потік  $F_{nom}$ , провідність полюсів магнітопроводу, виходячи з рис. 4, становитиме:

$$G_1 = G_2 = \mu_0 \frac{a \times b}{\delta_0} = 5,94 \times 10^{-7} \text{ Гн}, \tag{15}$$

де  $\mu_0 = 4 \times \pi \times 10^{-7} \text{ Гн/м}$  – магнітна постійна пустоти;  $\delta_0 = D = 0,002\text{ м}$  – величина зведеного повітряного проміжку між статором і осердям електромагніту.

Коефіцієнт втрат, що враховує потоки випуклості електромагнітного поля можна знайти з виразу:

$$k_p = 1,6 + (170 \times D)^2 = 1,72. \tag{16}$$

Індуктивність котушки електромагніту:

$$L = 2k_p \times f^2 \frac{G_1 \times G_2}{G_1 + G_2} = 0,3 \text{ Гн}, \tag{17}$$

де  $f = 540$  – кількість витків котушки.

Для встановлення часової залежності зміни напруги опишемо функцію зміни напруги за допомогою ряду Фур'є:

$$U(t) = \frac{U}{\pi} + \frac{U}{2} \times \sin(\omega t) - \frac{2U}{\rho} \times \left[ \frac{\cos(2\omega t)}{1 \times 3} + \frac{\cos(4\omega t)}{3 \times 5} + \frac{\cos(6\omega t)}{5 \times 7} + \frac{\cos(8\omega t)}{7 \times 9} + \dots \right] \tag{18}$$

або умови:

$$U(t) = \begin{cases} U(t), & \text{при умові } U(t) > 0; \\ 0, & \text{при умові } U(t) \leq 0, \end{cases} \tag{19}$$

де  $U = 60\text{ В}$  – амплітудне значення напруги.

Із рівняння (18) та умови (19), підставивши відповідне амплітудне значення напруги, отримуємо графік залежності зміни напруги в часі, що зображено на рис. 5.

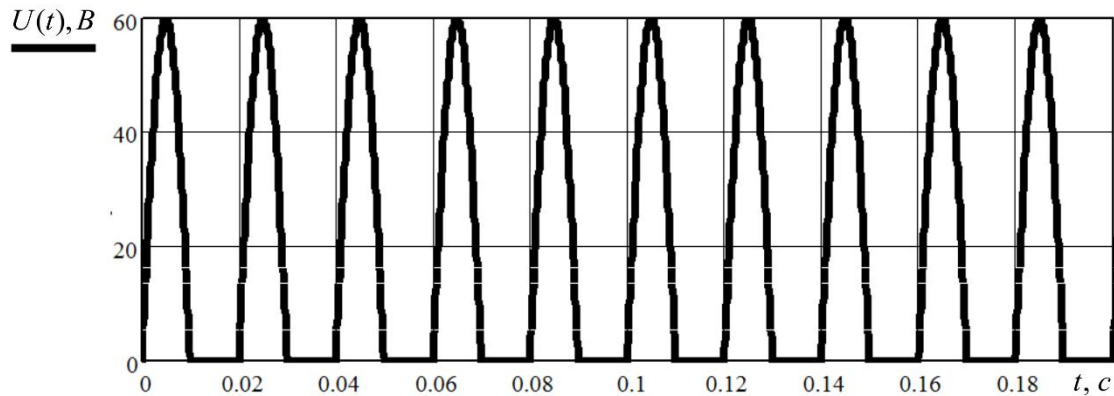


Рис. 5. Графік залежності зміни напруги в часі  
 Fig. 5. Graph of voltage change over time

На рис. 5 видно, що згідно закладеної умови, напруга протікає тільки у додатній півперіод із встановленим амплітудним значенням 60В.

Для опису закону зміни сили струму  $i(t)$ , що протікає (комутується) в котушці вібробудувача, використаємо умову:

$$i(t) = \begin{cases} k(t) = Z(t) \times Q(t) + L(t) - \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} \times (N(t) + F(t)) \times \frac{\ddot{\theta}}{\theta}, & \text{при } k(t) \geq 0; \\ 0, & \text{при } k(t) < 0 \end{cases} \quad (20)$$

де:

$$Z(t) = \frac{A}{D} - \frac{A}{D} \times \sin(\omega t + \alpha) \times \frac{\ddot{\theta}}{\theta} \times e^{-\frac{A}{D} \times \frac{R}{\omega L} \times \cos(\omega t + \xi)}, \quad (21)$$

$$X(t) = \frac{\sin(\alpha) \times (R \times \cos(\omega t) + \omega \times L \times \sin(2\pi t))}{\omega \times L}, \quad (22)$$

$$Q(t) = \frac{\omega L}{\omega^2 L^2 + R^2} \times \frac{\cos(\alpha) \times (R \times \sin(\omega t) - \omega \times L \times \cos(\omega t))}{\omega \times L} + X(t) \times \frac{\ddot{\theta}}{\theta} + \frac{A \times \sin(\alpha - \xi)}{2 \times D \times \omega \times L}, \quad (23)$$

$$O(t) = \frac{\sin(\alpha + \xi) \times (R \times \cos(2\omega t) + 2 \times \omega \times L \times \sin(2\omega t))}{2 \times \omega \times L}, \quad (24)$$

$$L(t) = \frac{A \times R}{D \times (4\omega^2 L^2 + R^2)} \times \frac{\cos(\alpha + \xi) \times (R \times \sin(2\omega t) - 2 \times \omega \times L \times \cos(2\omega t))}{2 \times \omega \times L} + O(t) \times \frac{\ddot{\theta}}{\theta} \quad (25)$$

$$N(t) = \frac{\omega L}{\omega^2 L^2 + R^2} \times \frac{\cos(\alpha) \times R + \frac{R \times \sin(\alpha) \times \ddot{\theta}}{\omega \times L} + \frac{A \times \sin(\alpha - \xi)}{2 \times D \times \omega \times L}}{\theta}, \quad (26)$$

$$F(t) = \frac{A \times R}{D \times (4\omega^2 L^2 + R^2)} \times \frac{\cos(\alpha + \xi) \times R + \frac{R \times \sin(\alpha + \xi) \times \ddot{\theta}}{2 \times \omega \times L}}{\theta} \quad (27)$$

В рівняннях (21)-(27)  $R=14,9 \text{ Ом}$  - опір котушки,  $A=0,001 \text{ м}$  - відносна максимальна амплітуда коливань,  $\xi = -\pi/4 \text{ рад}$  - кут зсуву фаз між переміщенням та зусиллям,  $\alpha = 0 \text{ рад}$  - кут,



що відображає відкривання тиристором напруги на затискачах обмотки вібробуджувача з запізненням (в даному випадку він дорівнює нулю, тому що напруга подається через діод).

Підставивши всі необхідні параметри у рівняння (21)-(27), та в умову (20), отримуємо графік залежності зміни сили струму, що протікає в обмотці вібробуджувача, від часу (рис. 6).

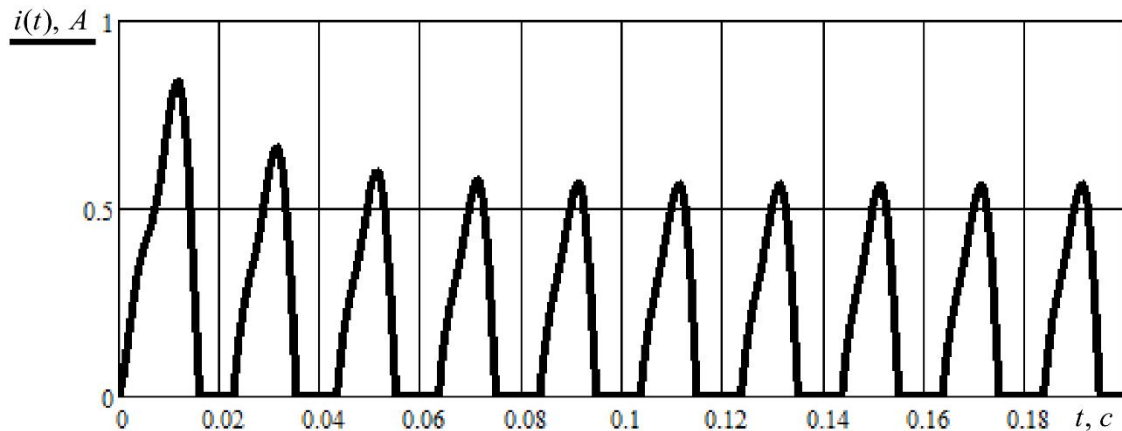


Рис. 6. Графік залежності зміни сили струму в часі

Fig. 6. Graph of the change in current over time

Судячи з графіку (рис. 6), який відповідає умові (20), видно, що при старті системи спостерігаються пускові струми.

Зіставивши разом графіки змін напруги та сили струму, отримаємо графік, на якому видно зміщення сили струму відносно напруги (рис. 7).

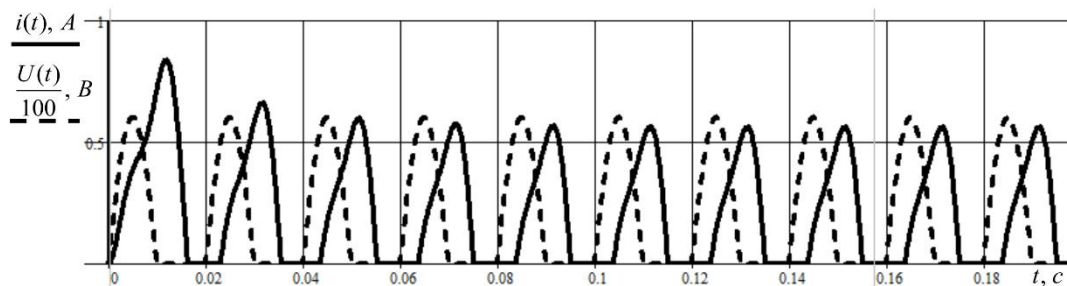


Рис. 7. Графік залежності змін сили струму та напруги в часі

Fig. 7. Graph of the dependence of changes in current and voltage over time

Аналізуючи рис. 7, отриманий по проходженню перехідних процесів, очевидно, що між силою струму та напругою є зсув фаз.

Закони зміни провідності робочого повітряного проміжку між осердям з котушкою і якорем вібробуджувача на першому та другому полюсах визначаються із рівняння:

$$G_{маз1}(t) = G_{маз2}(t) = \frac{\mu_0 \times a \times b}{D - A \times \sin(\omega t + \xi)}. \quad (28)$$

Закон зміни сумарної провідності робочого повітряного проміжку між осердям з котушкою і якорем вібробуджувача визначимо з виразу:

$$G_{маз}(t) = 2k_p \frac{G_{маз1}(t) \times G_{маз2}(t)}{G_{маз1}(t) + G_{маз2}(t)}. \quad (29)$$

Сила збурення першого електромагніту може бути встановлена з виразу [2]:

$$F_1(t) = F_{маз1}(t)^2 \frac{dG_{маз}(t)}{d\delta}, \quad (30)$$

де  $F_{маз1}(t) = f \times i(t)$  – магніторушійна сила, яка затрачається в повітряному робочому проміжку між осердям з котушкою та якорем першого електромагніту, і є функцією струму.

Підставляючи вираз (29) у рівняння (30) та продиференціювавши, отримаємо залежність:

$$F_1(t) = (f \times i(t))^2 \frac{dG_{маз}(t)}{dd} = - \frac{(f \times i(t))^2 \frac{\partial}{\partial \delta} \times a \times b}{k_p \frac{\partial}{\partial \delta} \times (D - A \sin(\omega t + \alpha))^2 \frac{\partial}{\partial \delta}} \quad (31)$$

Вираз (31) дає наближений результат, проте достатній для оцінки характеру тягового зусилля віброзбуджувача. Підставивши вже відомі параметри електромагніту, побудуємо графік зміни сили збурення першого електромагніту в часі (рис. 8).

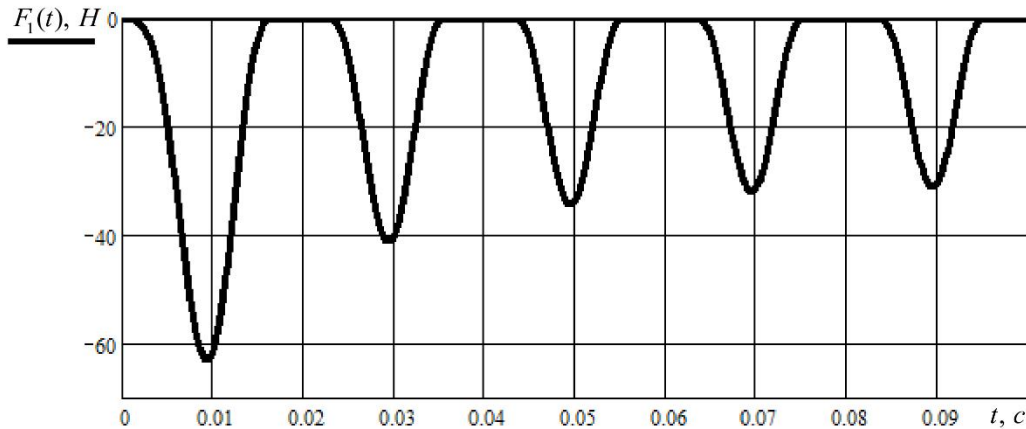


Рис. 8. Графік зміни сили збурення першого електромагніту в часі  
 Fig. 8. Graph of change of perturbation force of the first electromagnet in time

На рис. 8 видно, що при запуску електромагніту його тягове зусилля набуває максимальних значень та з часом стабілізується.

Відповідно, для другого електромагніту сила збурення становитиме:

$$F_2(t) = F_{маз2}(t)^2 \frac{dG_{маз}(t)}{d\delta}, \quad (32)$$

де  $F_{маз2}(t) = f \times i \frac{\partial}{\partial \delta} - \frac{p \ddot{\alpha}}{w \ddot{\alpha}}$  – магніторушійна сила другого електромагніту.

Підставляючи вираз (29) у рівняння (32) та продиференціювавши, отримаємо залежність:

$$F_2(t) = \frac{\frac{\partial}{\partial \delta} \times \frac{\partial}{\partial \delta} - \frac{p \ddot{\alpha}^2}{w \ddot{\alpha}}}{k_p \frac{\partial}{\partial \delta}} \frac{dG_{маз}(t)}{dd} = - \frac{\frac{\partial}{\partial \delta} \times \frac{\partial}{\partial \delta} - \frac{p \ddot{\alpha}^2}{w \ddot{\alpha}}}{k_p \frac{\partial}{\partial \delta}} \times \frac{a \times b}{(D - A \sin(\omega t + \alpha))^2 \frac{\partial}{\partial \delta}} \quad (33)$$

Графік зміни сили збурення другого електромагніту в часі зображено на рис. 9.

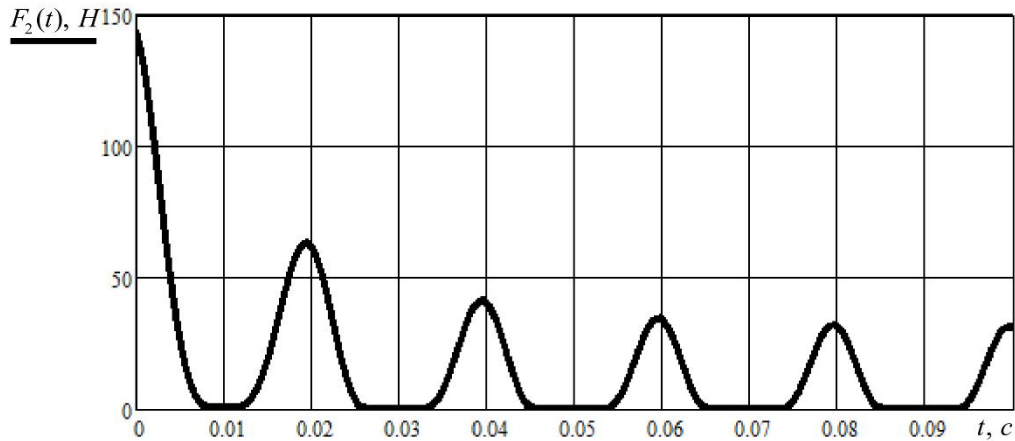


Рис. 9. Графік зміни сили збурення другого електромагніту в часі  
 Fig. 9. Graph of change of perturbation force of the second electromagnet in time

Рис. 9 показує наявність зміщення фази другого електромагніту на  $\pi$  рад. Це дозволяє електромагнітам збурювати реактивну масу поперемінно.

Сумарна сила збурення вібраційної машини є сумою сил збурення першого та другого електромагнітів:

$$F(t) = F_1(t) + F_2(t). \quad (34)$$

Отож, просумувавши два графіка зміни сили збурення першого та другого електромагнітів, отримаємо графік зміни результуючої сили збурення вібраційної машини електромагнітним приводом (рис. 10).

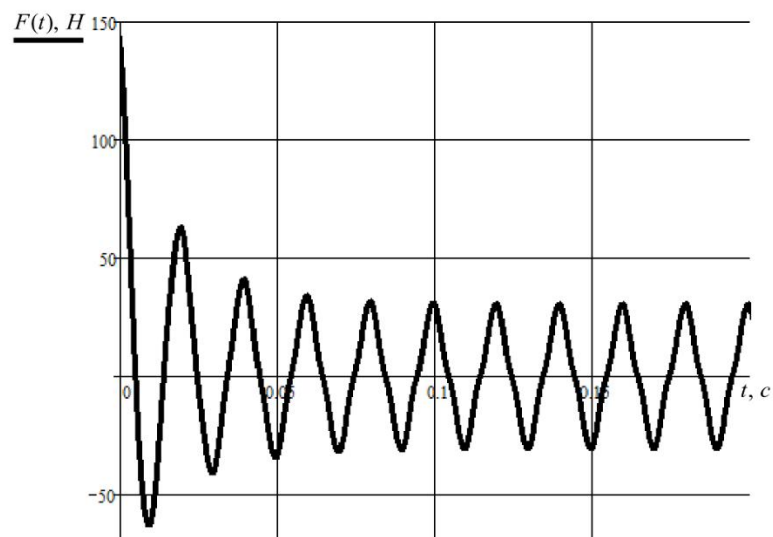


Рис. 10. Графік зміни результуючої сили збурення вібраційної машини в часі  
 Fig. 10. Graph of changes in the resulting perturbation force of the vibratory machine over time

Власне, з даного графіку можна переконатись, що закон зміни результуючої сили збурення близький до синусоїдального.

Підставивши результуючу силу збурення електромагнітів з виразу (36) у рівняння, що описує рух активної маси вібраційної машини (вираз (11)), отримаємо наступну залежність:

$$Y_1(t) = \frac{-m_3 \times F(t) \times c_{12}}{m_1 \times m_2 \times m_3 \times \omega^4 - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_2 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{12} - m_1 \times m_2 \times \omega^2 \times c_{23} + \ddot{\varnothing} + m_1 \times c_{12} \times c_{23} + m_2 \times c_{12} \times c_{23} + m_3 \times c_{12} \times c_{23} - m_1 \times m_3 \times \omega^2 \times c_{23}} \quad (35)$$

Вираз (35) дозволяє побудувати графік, що демонструє коливання активної маси високоефективної міжрезонансної вібраційної машини з урахуванням характеристик електромагнітного приводу (рис. 11).

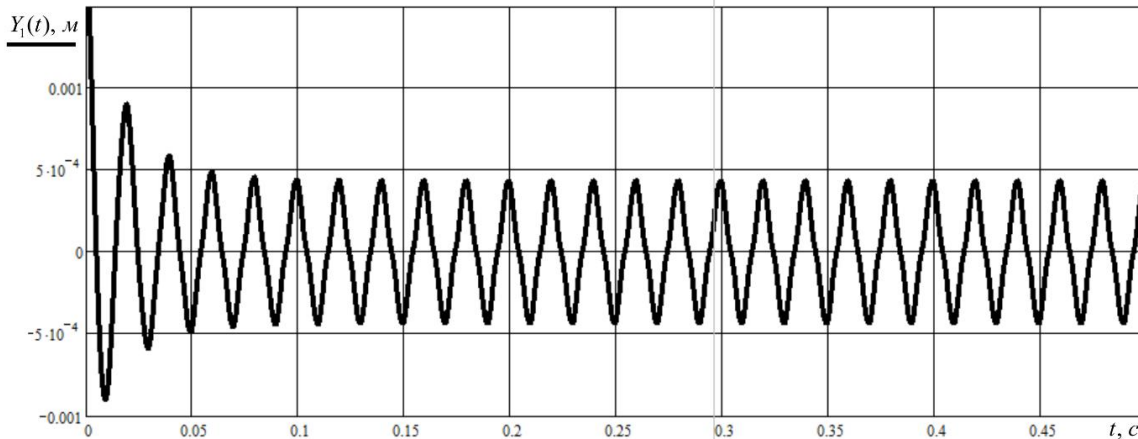


Рис. 11. Амплітуда коливань активної маси високоефективної міжрезонансної вібраційної машини з електромагнітним приводом

Fig. 11. The amplitude of oscillations of the active mass of a high-efficiency inter-resonance vibratory machine with an electromagnetic drive

Як видно з рис. 11, отримані параметри тримасової міжрезонансної вібраційної машини, зокрема характеристики електромагнітного приводу, забезпечують необхідну амплітуду коливань робочого органу 0,4 мм.

**Висновки.**

Розроблена математична модель тримасової міжрезонансної вібраційної машини, що враховує процеси в електромагнітному приводі, адекватно описує коливальні процеси в системі. Встановлена знакозмінна сила збурення електромагнітних віброзбуджувачів через струми, що протікають в котушках, дозволяє враховувати електромагнітні процеси. Усе це надає доволі адекватну картину функціонування МКС. Представлені результати свідчать про перспективність тримасових міжрезонансних вібраційних машин з електромагнітним приводом. Проте виконання їх у вигляді звичайних дискретних МКС спричинить величезні амплітуди коливань реактивної маси, що недопустимо у вібраційних машинах з електромагнітним приводом. Пропонується виконувати реактивну масу як континуальну ділянку.

**Список літератури**

1. William R. Brown, “Three Mass Electromagnetic Feeder,” US Patent 4,378,064, March 29, 1983.
2. Ланець Олексій. Основи розрахунку та конструювання вібраційних машин. Книга 1. Теорія та практика створення вібраційних машин з гармонійним рухом робочого органу: навч. Посібник / О. Ланець. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2018. – 612 с. <http://irbis-nbuv.gov.ua/ASUA/0005735>
3. Корендій В. М., Качур О. Ю., Дмитерко П. Р., Новицький Ю. Я. Моделювання роботи тримасового вібротранспортера з напрямленими коливаннями робочого органу // 14-й Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові : матеріали симпозіуму, Львів, 23–24 травня 2019 р. – Львів : Кінпатрі ЛТД. – С. 136 – 138. <http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/46544>

4. Korendiy Vitaliy, Kachur Oleksandr, Novitskyi Yurii, Mazuryk V., Sereda V. Substantiation of parameters and modelling the operation of three-mass vibratory conveyer with directed oscillations of the working element// *Industrial Process Automation in Engineering and Instrumentation*, vol. 53, 2019, pp. 84 – 100. DOI: <https://doi.org/10.23939/istcipa2019.53.084>

5. Ланець О. С. Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): монографія / О. С. Ланець. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с. <https://vlp.com.ua/node/493>

6. Ланець О., Качур О. Виявлення шляхів подальшого вдосконалення високоєфективних міжрезонансних коливальних систем// *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні*, вип. 51, 2017. – С.62 – 65. <http://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2019/mar/15676/lanets1.pdf>

**O. S. Lanets, P. V. Mastruk, V. M. Borovets, V. V. Mastruk, R. Ya. Kachmar**  
Lviv Polytechnic National University

### **FORMATION OF HIGH-EFFICIENT DISCRETE THREE-MASS INTER-RESONANCE OSCILLATION SYSTEM OF THE VIBRATORY MACHINE WITH THE ELECTROMAGNETIC DRIVE**

*Ó Lanets O. S., Mastruk P. V., Borovets V. M., Mastruk V. V., Kachmar R. Ya. 2021*

**Goal.** It consists in substantiating the inertial-rigid and force parameters of a high-efficient discrete three-mass inter-resonance oscillation system of a vibratory machine with an electromagnetic drive and in forming its mathematical model taking into account the drive. **Significance.** Despite the widespread use of one- and two-mass vibratory machines in the industry, their three-mass analogs in the inter-resonance oscillation zone have significant dynamic potential. New approaches to the calculation and design of three-mass inter-resonance vibratory machines would facilitate their mass introduction in enterprises of various industries as technological equipment. **Method.** A mathematical model of a three-mass inter-resonance oscillatory system of a vibrating machine with an electromagnetic drive in the form of a system of linear differential equations is considered. Based on it, dependencies are formed to determine the required inertial-rigid and force parameters of a highly efficient vibratory machine. Based on the already known power parameters of the system is a technique for establishing the necessary parameters for the design of the vibratory machine electromagnetic drive. The above parameters are embedded in the mathematical model of the vibratory machine. The time dependences of the motion of oscillating masses are investigated taking into account the processes occurring in the electromagnetic vibrator. **Results.** Inertial-rigid, force parameters of the oscillatory system are substantiated. A mathematical model of a three-mass inter-resonance oscillatory system is formed, which takes into account electromagnetic processes in the drive. **Scientific novelty.** A mathematical model of a three-mass inter-resonance oscillatory system of a vibratory machine is formed, taking into account the processes occurring in the electromagnetic drive, where the force action of the electromagnet is formed through the current in the coil of the vibrating exciter. **Practical significance.** The proposed method of calculations of three-mass inter-resonance vibratory machines with electromagnetic drive can be used in the design of high-efficiency vibratory process equipment.

**Key words:** three-mass inter-resonance oscillation system, inertial-rigid parameters, electromagnetic drive.

#### **References**

1. William R. Brown, “Three Mass Electromagnetic Feeder,” US Patent 4,378,064, March 29, 1983.
2. Lanets’ Oleksiy. *Osnovy rozrakhunku ta konstruyuvannya vibratsiynykh mashyn*. Knyha 1. Teoriya ta praktyka stvorennya vibratsiynykh mashyn z harmoniynym rukhom robochoho orhana: navch. Posibnyk / O. Lanets’. – Lviv: Lviv Polytechnic Publishing House, 2018. – 612 p. [in Ukrainian]. <http://irbis-nbuv.gov.ua/ASUA/0005735>
3. Korendiy V. M., Kachur O. Yu., Dmyterko P. R., Novitskyi Yu. Ya. *Modelyuvannya roboty trymasovoho vibrotransportera z napryamlenymy kolyvannyamy robochoho orhana* // Proc. 14-th International Symposium of Ukrainian Mechanical Engineers in Lviv, Lviv, Ukraine, 23–24 May 2019, pp. 136–138. [in Ukrainian]. <http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/46544>

4. Korendiy Vitaliy, Kachur Oleksandr, Novitskyi Yurii, Mazuryk V., Sereda V. Substantiation of parameters and modelling the operation of three-mass vibratory conveyer with directed oscillations of the working element// Industrial Process Automation in Engineering and Instrumentation, vol. 53, 2019, pp. 84 – 100. DOI: <https://doi.org/10.23939/istcipa2019.53.084>

5. Lanets' O. S. Vysokoefektyvni mizhrezonansni vibratsiyni mashyny z elektromahnitnym pryvodom (Teoretychni osnovy ta praktyka stvorennya): monohrafiya / O. S. Lanets'. – Lviv: Lviv Polytechnic Publishing House, 2008. – 324 p. [in Ukrainian]. <https://vlp.com.ua/node/493>

6. Lanets' O., Kachur O. Vyyavlennya shlyakhiv podal'shoho vdoskonalennya vysokoefektyvnykh mizhrezonansnykh kolyval'nykh system// Industrial Process Automation in Engineering and Instrumentation, Vol. 51, 2017. – pp. 62 – 65. [in Ukrainian]. <http://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2019/mar/15676/lanets1.pdf>