

Д. П. Ребот, В. Г. Топільницький

Кафедра систем автоматизованого проектування Національного університету

“Львівська політехніка”,

Кафедра проектування машин та автомобільного інжинірингу Національного університету

“Львівська політехніка”,

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ СИПКОГО МАТЕРІАЛУ У ВІБРАЦІЙНОМУ СЕПАРАТОРІ

© Ребот Д. П., Топільницький В. Г., 2022

<https://doi.org/>

Мета. Побудова математичної моделі руху сипкого матеріалу у вібраційному сепараторі. **Методика.** Побудовано розрахункову схему вібраційного сепаратора з двома ексцентричними вібраторами з незалежним приводом. На основі схеми прийнято вважати, що вібросепаратор здійснює тільки вертикальні коливання в площині обертання ексцентрикових вібраторів. Розглянуто циліндричний вібраційний сепаратор, завдяки можливості передачі вібрацій більшої сили на сито та значно ефективнішому використанню всієї поверхні просіву. Також побудовано математичну модель руху довільної точки руху середовища у вібраційному сепараторі. Для побудови математичної моделі використовуються методи нелінійної механіки та рівняння Лагранжа другого роду. За основу математичної моделі будь-якого руху точки в робочій ємності вібросепаратора взято закон руху центру мас. **Результати.** Отримана математична модель дає змогу дослідити вплив параметрів вібраційного сепаратора та характеристик сипкого матеріалу на ефективність і продуктивність процесу сепарації. Диференціальні рівняння, що описують рух геометричного центру контейнера сепаратора, і рівняння, що описують рух довільної точки шару сипкого матеріалу, дозволяють побудувати абсолютну траєкторію його руху та визначити вплив зміни амплітудно-частотних характеристик вібраційний сепаратор на власній частоті сипкого матеріалу. Також при підстановці необхідних заданих параметрів сепаратора в математичну модель отримуємо рівняння для визначення амплітуди і частоти будь-якої точки робочого контейнера. **Наукова новизна.** Використовуючи методи нелінійної механіки побудовано математичну модель руху довільної точки у вібраційному сепараторі, з врахуванням параметрів вібросепаратора та сипкого матеріалу. **Практична значущість.** Дана математична модель може у майбутньому застосовуватись у дослідженнях динамічних процесів при вібраційному транспортуванні та обробленні.

Ключові слова: вібраційний сепаратор, сипка сировина, математична модель, амплітуда, частота.

Вступ

Швидкий розвиток промисловості зумовлює потребу впровадження нового обладнання з метою оптимізації та автоматизації процесів виробництва. Також це стосується і машин вібраційної дії, а саме, вібраційних сепараторів, сит та грохотів, які застосовуються у всіх галузях промисловості. Таке обладнання необхідне для поділу сипкої сировини за фракціями, видалення сторонніх домішок, збагачення, відсортовування браку та інших операцій. На сьогодні існує велика кількість нових покращених сепараторів різних провідних виробників. Це, зокрема, Jubao Intelligent Manufacturing Co., Lighthouse Technologies, Kason Corporation, SWECO та ін. Вібраційні сита та сепаратори даних та інших фірм мають вдосконалену конструкцію, яка дозволяє проводити якісне відсортовування продукції, зменшує час простою на виробництві, експлуатаційні втрати та викиди пилу. Вони прості в експлуатації, малогабаритні, малощумні та мають високу ємність. На відміну від попередніх конструкцій, які створювалися з корпусами квадратної або прямокутної форми із зворотно-поступальним рухом сита, зараз впроваджуються сепаратори та сита із циліндричною формою робочого корпусу, що дозволяє збільшити ємність на одиницю площі сита.

Проте, незважаючи на вагомий вдосконалення, і надалі вібраційне обладнання для сепарації та виробничі процеси при сепарації продовжують досліджуватись із метою покращення конст-

рукційних та експлуатаційних властивостей, продуктивності праці та ефективності процесу переробки сировини. На вище перелічені показники впливає не лише конструкція вібраційного сепаратора, але й взаємодія його робочої поверхні із оброблювальною сипкою сировиною та процеси, які проходять в оброблюваній сировині під час сепарації.

Процес вібраційної сепарації залежить від багатьох показників, зокрема, виробничих характеристик та конструкційних параметрів вібраційного сепаратора, фізико-механічних характеристик сипкої сировини. Густина, маса, пружні властивості частинок шару завантаження, амплітуда та частота їх коливання, швидкість руху по ситі, їх взаємодія між собою, зі стінками та ситом сепаратора значною мірою впливають на ефективність процесу сепарації та його якість, швидкість проходження частинок сировини крізь отвори сита. Також, значний вплив має кут нахилу сита, частота зовнішнього збурення (коливання сита вібросепаратора) на ефективність розрихлення сировини та її сепарації. З іншого боку, на амплітуду та частоту коливань сита вібраційного сепаратора впливає маса сита та шару сировини, жорсткість пружинної підвіски, частота обертання віброзбуджувача та ін. Тобто існує певний взаємозв'язок між вище переліченими показниками та залежність продуктивності процесів сепарації від їх значень. Саме тому, дослідження взаємовпливу характеристик сепаратора та сипкої сировини є важливою задачею. Створення розрахункової та математичної моделі системи "вібросепаратор – сипка сировина" дадуть змогу підібрати параметри вібраційного сепаратора в залежності від характеристик сипкої сировини, яка підлягає сепарації. Це, своєю чергою, забезпечить максимально можливу інтенсивність процесу сепарації. Також дослідження різного типу динамічних процесів у вібросепараторах дасть змогу оптимізувати їх конструкцію та сам процес сепарації, підвищити їх використання на виробництві, а також, певною мірою, економічну вигоду в галузі експлуатації цих машин.

Аналіз літературних джерел

Незважаючи на впровадження нових більш вдосконалених та високоефективних моделей вібраційних сепараторів, для підвищення продуктивності та ефективності сепарації проводяться дослідження впливу параметрів вібросепаратора та характеристик сипких матеріалів на процес їх розділення. Зокрема, аналізується вплив кута нахилу сита та пружних, шорстких і геометричних властивостей частинок на швидкість їх сепарації [1, 2]. Також актуальними є дослідження взаємодії шару сипкої сировини із поверхнею контейнера та сита сепаратора. Зокрема, вплив сил тертя та сил інерції на проходження частинок крізь отвори сита, вплив амплітудо-частотних характеристик сита на шар сировини [3-5]. Також значна увага приділяється дослідженням руху сипкої сировини у вібросепараторах циліндричної форми [6]. Така форма все частіше використовується через можливість передачі на сито вібрації більшої сили, та значно ефективнішого використання всієї поверхні просіювання. З іншого боку, така конструкція, як і попередні забезпечує складний просторовий рух робочого контейнера сепаратора. З врахуванням останнього, через складність моделювання процесу сепарації та дослідження впливу на його ефективність параметрів шару сипкої сировини та контейнера сепаратора, розглядається, як правило, лише один випадок руху сепаратора [6, 7]. Водночас визначено, що для налипаючих частинок та важкопрохідних фракцій встановлення подвійних віброзбуджувачів на корпусі сепаратора значно підвищує процес розрихлення суміші та її сепарації. Це пов'язано з тим, що за наявності лише одного віброзбуджувача, розташування його на периферії сепаратора не дозволяє застосувати вплив вібрації на центр ваги сепаратора. Натомість, подвійні ексцентричні віброзбуджувачі генерують вібрацію по всьому об'єму корпусу сепаратора. Відповідно, саме така модель є перспективною і може бути використаною для побудови розрахункової схеми.

Враховуючи вищевказане, а також як показують попередні дослідження [8, 9], ефективність процесу сепарації залежить не лише від параметрів вібросепаратора, але від характеристик сипкої сировини та їх взаємодії між собою. Тому важливою задачею є побудова математичної моделі, яка дасть змогу описати цю взаємодію та в подальшому дослідити її з метою оптимізації процесу сепарації.

Мета

Метою роботи є побудова розрахункової схеми та математичної моделі руху будь-якої точки системи “вібросепаратор – сипка сировина”, які дадуть змогу описати залежність процесу сепарації від параметрів сепаратора та характеристик сипкої сировини.

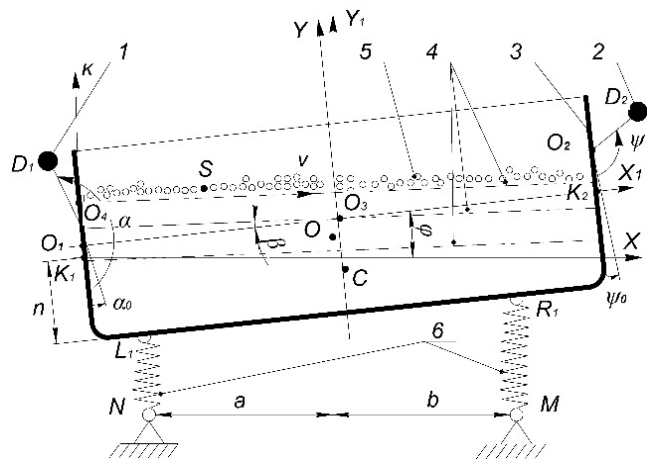
Методика проведення досліджень

Для створення розрахункової та на її основі математичної моделі системи “вібросепаратор – сипка сировина” потрібно розглянути різновид сепараторів, який широко використовується у промисловості та має ряд позитивних відмінностей від інших вібраційних сепараторів. Тобто, для побудови розрахункової моделі вибрано вібраційний сепаратор із двома незалежно-привідними ексцентричними віброзбудниками. Такий вібраційний сепаратор позитивно відрізняється можливістю реалізації коливань різної форми, відносно простотою конструкції та надійністю вузлів в процесі експлуатації, універсальністю для моделювання та впровадження отриманих результатів досліджень для експериментальних даних.

При побудові розрахункової моделі вібраційного сепаратора, вважатимемо, що його робочий контейнер здійснює тільки вертикальні коливання (рис. 1).

Рис.1. Розрахункова схема системи “вібросепаратор – сипка сировина”:
1, 2 – ексцентрикові віброзбудники;
3 – контейнер вібросепаратора; 4 – сита;
5 – шар завантаженої сипкої сировини;
6 – пружини

Fig. 1. Calculation scheme of the “vibroseparator – bulk raw material”:
system 1,2 – eccentric vibrators;
3 – vibration separator container;
4 – sieves; 5 – a layer of loaded loose raw materials;
6 – springs



Тут S – деяка точка елементарного перерізу шару сипкої сировини на ситі вібросепаратора; XOY ; $X_1O_1Y_1$ – відповідно, нерухома та рухома системи координат; O_1 і O_2 – центри обертального руху віброзбудників; φ – кут нахилу корпусу та сита вібросепаратора від початкового положення. Тоді $O_1D_1 = r_1$, $O_2D_2 = r_2$ – радіуси обертання лівого і правого віброзбудників; α_0 і ψ_0 – початкові фази віброзбудників у нерухомому положенні, а $\alpha = \omega_1 t$ та $\psi = \omega_2 t$ – кути повороту віброзбудників; NL_1 і MR_1 – довжини пружин (6) під час руху сита сепаратора; NL і MR – довжини даних пружин у початковому положенні; a, b – відстані від опор до осі OY .

Для дослідження руху вібросепаратора (довільної точки його робочого контейнера) побудуємо систему диференціальних рівнянь, які будуть враховувати всі параметри установки і описувати рух робочого контейнера вібросепаратора. При підстановці в неї необхідних заданих параметрів сепаратора, отримаємо рівняння для визначення амплітуди і частоти будь-якої точки робочого контейнера. Основою математичної моделі його руху буде закон руху центру мас. З врахуванням вищевказаного, положення центру мас системи опишеться рівняннями:

$$\begin{aligned} x_{ц.м.}(t) &= \frac{M_u x_u(t) + M_{D1} x_{D1}(t) + M_{D2} x_{D2}(t)}{M_u + M_{D1} + M_{D2}}, \\ y_{ц.м.}(t) &= \frac{M_u y_u(t) + M_{D1} y_{D1}(t) + M_{D2} y_{D2}(t)}{M_u + M_{D1} + M_{D2}}, \end{aligned} \quad (1)$$

де $x_u(t)$ і $y_u(t)$ – координати центра мас робочого контейнера вібросепаратора; $x_{Di}(t)$, $y_{Di}(t)$ – координати центрів мас відповідно першого і другого віброзбудників.

З (1) можна побачити, що координати, які описують центр мас механічної системи, є складними функціями кінематичних та геометричних показників контейнера, а також положення віброзбудників. З врахуванням останнього, за базову точку необхідно вибрати геометричний центр вібросепаратора.

Координати центру мас віброзбудників та контейнера вібросепаратора відносно $Y_1O_3X_1$ будуть мати вигляд:

1) для контейнера: $x_1 = 0$, $y_1 = -P$;

2) для першого ексцентрикового віброзбудника:

$$x_1^{D_1} = r_1 \sin(\omega_1 t + \alpha_0) - l_1, \quad y_1^{D_1} = k_1 - r_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_0);$$

3) для другого ексцентрикового віброзбудника:

$$x_2^{D_2} = r_2 \sin(\omega_2 t + \psi_0) + l_2, \quad y_2^{D_2} = k_2 - r_2 \cos(\omega_2 t + \psi_0),$$

де ω_1 , ω_2 – кутові швидкості обертання віброзбудників.

Центр мас віброзбудників та контейнера відносно YOX матиме наступні координати:

1) для контейнера:

$$\begin{aligned} x_c &= x_{o3} + P \sin \varphi, \\ y_c &= y_{o3} - P \cos \varphi; \end{aligned} \quad (2)$$

2) для першого ексцентрикового віброзбудника:

$$\begin{aligned} x_{D_1} &= x_{o3} + x_1^{D_1} \cos \varphi - y_1^{D_1} \sin \varphi = \\ &= x_{o3} + r_1 \sin(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) - l_1 \cos \varphi - u_1 \sin \varphi, \\ y_{D_1} &= y_{o3} + x_1^{D_1} \sin \varphi + y_1^{D_1} \cos \varphi = \\ &= y_{o3} - r_1 \cos(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) - l_1 \sin \varphi + u_1 \cos \varphi; \end{aligned} \quad (3)$$

3) для другого ексцентрикового віброзбудника:

$$\begin{aligned} x_{D_2} &= x_{o3} + x_2^{D_2} \cos \varphi - y_2^{D_2} \sin \varphi = \\ &= x_{o3} + r_2 \sin(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) + l_2 \cos \varphi - u_2 \sin \varphi, \\ y_{D_2} &= y_{o3} + x_2^{D_2} \sin \varphi + y_2^{D_2} \cos \varphi = \\ &= y_{o3} - r_2 \cos(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) + l_2 \sin \varphi + u_2 \cos \varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Враховуючи отримані залежності, необхідно зазначити, що зміни координат віброзбудників і центру мас вібросепаратора в часі складаються із геометричних даних системи і координат, які вказують центр контейнера (O_3), а значить є функціями, які описують останніх. Отже, за координати руху системи “вібросепаратор – сипка сировина” потрібно прийняти лінійні переміщення геометричного центру сепаратора x_{o3} , y_{o3} , а також кут повороту φ контейнера вібросепаратора відносно власного центра мас.

Використавши рівняння Лагранжа II роду, отримаємо диференціальне рівняння системи:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0, \quad (5)$$

де $L = T - (П + П_p)$ – функція-Лангранжиан; $T = T_k + T_{D_1} + T_{D_2}$ – кінетична енергія системи, що складається з суми кінетичних енергій контейнера сепаратора та енергії двох віброзбудників; $П$ – потенціальна енергія системи (контейнера сепаратора та віброзбудників); $П_p$ – потенціальна

енергія пружинної підвіски контейнера сепаратора; q_j – узагальнені координати, тобто $q_1 = x_{o3}$, $q_2 = y_{o3}$, $q_3 = \varphi$, а $\dot{q}_1 = \dot{x}_{o3}$, $\dot{q}_2 = \dot{y}_{o3}$, $\dot{q}_3 = \dot{\varphi}$, відповідно, їх узагальнені швидкості [9].

Кінетична енергія контейнера сепаратора:

$$T_k = \frac{M_k}{2} (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2, \quad (6)$$

де M_k – маса контейнера; I – момент інерції контейнера відносно точки O_3 .

Кінетична енергія ексцентриккових віброзбудників:

$$T_D = \frac{M_{D1}}{2} (\dot{x}_{D1}^2 + \dot{y}_{D1}^2) + \frac{M_{D2}}{2} (\dot{x}_{D2}^2 + \dot{y}_{D2}^2). \quad (7)$$

Віброзбудники вважаються матеріальними точками, в яких є зосереджена маса кожного з них, і, враховуючи це, для запису кінетичної енергії віброзбудників використовуються вирази для знаходження кінетичної енергії матеріальної точки.

Потенціальну енергію контейнера і віброзбудників можна записати у вигляді:

$$\Pi_D = M_{D1} g h_1 + M_{D2} g h_2 + M_K g h_3, \quad (8)$$

де h_1 , h_2 , h_3 – функції, які визначають вертикальні переміщення центрів мас контейнера та віброзбудників впродовж деякого проміжку часу роботи сепаратора, тобто:

$$\begin{aligned} h_1 &= y_{o3} + r_1 \cos \alpha_0 - r_1 \cos(\omega_1 t + \varphi + \alpha_0) - \\ &- l_1 \sin \varphi + u_1 \cos; \\ h_2 &= y_{o3} + r_2 \cos \psi_0 - r_2 \cos(\omega_2 t + \varphi + \psi_0) + \\ &+ l_2 \sin \varphi + u_2 \cos \varphi; \\ h_3 &= y_{o3} - P \cos \varphi \end{aligned} \quad (9)$$

Потенціальна енергія пружної підвіски сепаратора знаходиться з виразу:

$$\Pi_p = -\frac{C_1}{2} (\Delta_0^2 - \Delta_1^2) - \frac{C_2}{2} (\Delta_0^2 - \Delta_2^2), \quad (10)$$

де Δ_0 – початкова деформація пружин, $\Delta_0 = \frac{Mg}{C}$, для лівої підвіски – $\Delta_1 = WF_l - L_{np}$, для правої –

$$\Delta_2 = MQ_l - L_{np}$$

Лагранжیان даної механічної системи. з врахуванням (2-4), запишеться так:

$$\begin{aligned} L &= \frac{M_k}{2} (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 + \frac{M_{D1}}{2} (\dot{x}_{D1}^2 + \dot{y}_{D1}^2) + \\ &+ \frac{M_{D2}}{2} (\dot{x}_{D2}^2 + \dot{y}_{D2}^2) - \left(\frac{C_1}{2} \left((L_1 N - L_{np})^2 - \left(\frac{Mg}{c} \right)^2 \right) + \right. \\ &\left. + \frac{C_2}{2} \left((R_1 M - L_{np})^2 - \left(\frac{Mg}{c} \right)^2 \right) + \right) \\ &+ M_{D1} g h_1 + M_{D2} g h_2 + M_K g h_3. \end{aligned} \quad (11)$$

Продиференціювавши вирази та підставивши отримані похідні по кожній узагальненій координаті в рівняння Лагранжа II-го роду, зведемо їх:

$$\begin{cases} \ddot{x}_c + \omega^2 x_c = \mathcal{E}f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \\ \ddot{y}_c + \omega^2 y_c = \mathcal{E}f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \\ \ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2(t) \varphi = \mathcal{E}f_\varphi(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \ddot{x}_c, \ddot{y}_c). \end{cases} \quad (12)$$

Рівняння (12) і буде математичною моделлю руху робочого контейнера вібраційного сепаратора.

Результати досліджень та їх обговорення

Математична модель дає змогу дослідити різноманітні режими роботи вібросепаратора (вимкнення окремих віброзбудників, реверсування приводу, вплив сировини, яка сепарується, при збільшенні маси контейнера за рахунок збільшення маси завантаження), моделювати можливі нестационарні – резонансні режими, які можуть мати місце при роботі вібросепаратора. Використовуючи результати, отримані вище, в рамках отриманих асимптотичних розв'язків, можна побудувати траєкторію руху довільної точки Р сировини, яка сепарується відносно нерухомої системи координат в площині обертання віброзбудників.

Закон руху поперечного перерізу довільного шару сипкої сировини, що сепарується (наприклад, точки S (рис. 1) – елементарної частинки шару сировини) відносно заданої системи координат XOY було знайдено з таких міркувань:

а) рух точки S у системі координат νO_4K , пов'язаної з досліджуваним шаром середовища можна представити рівняннями:

$$\begin{aligned}x_{s04}(t) &= \nu + u(\xi, t), \\y_{s04}(t) &= 0,\end{aligned}\tag{13}$$

де $\nu = O_4P$ – положення елемента шару в початковий момент часу, $u(\nu, t)$ – закон руху коливань шару сировини. Відповідно, рівняння руху точки S відносно системи координат $X_1O_3Y_1$, пов'язаної з контейнером сепаратора, матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}x'_{s03}(t) &= -w + (\nu + u(\nu(t)))\cos\beta, \\y'_{s03}(t) &= q + (\nu + u(\nu(t)))\sin\beta,\end{aligned}\tag{14}$$

де $w = KO_3$, $q = KO_4$, β – кут нахилу сита сепаратора до дна контейнера. Дані параметри вибираються з геометричних міркувань, із врахуванням того, траєкторію руху якого шару чи точки сипкої сировини контейнера сепаратора необхідно дослідити.

Враховуючи наведені вище міркування, рух елементарної частинки середовища S відносно системи координат XOY можна описати такими рівняннями:

$$\begin{aligned}x_{r1}(t) &= x_{03c}(t) - w \cos \varphi(t) - q \sin \varphi(t) + \\&+ (\nu + u(\nu, t)) \cos (\varphi(t) + \beta), \\y_{r1}(t) &= y_{03c}(t) - w \sin \varphi(t) + q \cos \varphi(t) + \\&+ (\nu + u(\nu, t)) \sin (\varphi(t) + \beta),\end{aligned}\tag{15}$$

де

$$x_{03c}(t) = x_{03}(t) + P \sin(t), \quad y_{03c}(t) = y_{03}(t) - P \cos(t)$$

– координати точки M_c (центра мас середовища відносно системи координат XOY), $x_{03}(t)$, $y_{03}(t)$, $\varphi(t)$ – відповідно, координати геометричного центра робочого контейнера сепаратора та кут його повороту під час руху (кут, на який обертаються системи координат $X_1O_3Y_1$ відносно XOY (вирази для знаходження цих координат наведено в 13).

У підсумку матимемо:

$$\begin{aligned}x_S(t) &= x_{03}(t) + P \sin \varphi(t) - w \cos \varphi(t) - q \sin \varphi(t) + \\&+ (\nu + u(\nu, t)) \cos (\varphi(t) + \beta), \\y_S(t) &= y_{03}(t) - P \cos \varphi(t) - w \sin \varphi(t) + q \cos \varphi(t) + \\&+ (\nu + u(\nu, t)) \sin (\varphi(t) + \beta),\end{aligned}\tag{16}$$

де $P = O_3C$ – відстань від геометричного центру контейнера до центру мас середовища.

Таким чином, за допомогою системи рівнянь 16, використовуючи систему рівнянь 13 – опису руху геометричного центру контейнера сепаратора, та рівняння, які описують відносний колильний

рух довільного шару (його поперечного перерізу) сировини у сепараторі, можна побудувати абсолютну траєкторію руху та визначити амплітуду коливань системи шар сировини – контейнер сепаратора, а також будь-якої його точки, визначити вплив параметрів системи на амплітудні та амплітудно-частотні характеристики сипкої сировини. Отже, систему рівнянь (16) можна назвати абсолютною моделлю руху системи “вібросепаратор – сипка сировина”.

Висновки

Побудовані розрахункова схема та математична модель системи “вібросепаратор – сипка сировина” дають змогу дослідити вплив різних параметрів вібраційного сепаратора та шару сипкої сировини на процес сепарації та відповідно проводити їх регулювання для підвищення ефективності процесу. Також дані моделі можуть бути використані в процесах вібраційної обробки та транспортування.

Список літератури

1. Лукьяненко В. М. Сепарация трудноразделимых семенных смесей. III *Международная научно-техническая конференция “Сельскохозяйственные машины”*. Харьков. XXIII Вип. 1. - 2015 г. – с. 95-98.
2. Топільницький В. Г., Ребот Д.П. та ін. Modeling the Dynamics of Vibratory Separator of the Drum Type with Concentric Arrangement of Sieves // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, vol. 2, no. 7, 2017, pp. 26-35, <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.956153>.
3. T. B. Linhares, C. B. Santos Vimieiro Analysis of the dynamic forces acting on a vibrating screen and its support structure using a scale model. *Measurement*. 2021. Vol. 176.
4. Ray Singh (2004) Vibratory separators still make the grade for screening dry bulk powders. *Filtration and Separation*. Vol.41. Iss.1. 20-21. [https://doi.org/10.1016/S0015-1882\(04\)00107-7](https://doi.org/10.1016/S0015-1882(04)00107-7)
5. Котов Б.І., Деревенько І.А., Степаненко С.П. Дослідження ефективності сепарації зернових матеріалів на ступінчасто-конічному решеті вібровідцентрових машин. *Вібрації в техніці та технологіях*. Вінниця. 2017р. Вип.2(85). с. 99-102.
6. Топільницький В.Г., Кусий Я.М., Ребот Д.П. Модель опису технологічного середовища оброблювальних систем вібраційного типу. *Вібрації в техніці та технологіях*. Вінниця. Вип.1(88). - с. 5 - 11.
7. Омелянов О.М. Обґрунтування впливу механічних коливань на процес обробки сипкої маси. *Вібрації в техніці та технологіях*. Вінниця. -2019. - Вип.2(93). – с. 68-74.
8. Стоцько З.А., Ребот Д.П., Топільницький В.Г. Визначення впливу властивостей сипкого середовища на ефективність сепарації. *Вісник НУЛП Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні*. Львів. 2018. – Вип.891. – с. 60 – 65.
9. З.А. Стоцько, В.Г. Топільницький, Я.М. Кусий Математична модель опису динаміки вібраційного сепаратора з дебалансним приводом. *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні*. 2013. Вип. 47. - с.28-36 <https://doi.org/10.4274/turkderm.47.s5>

D. P. Rebot, V. G. Topilnytskyi

Computer-Aided Design Department, Lviv Polytechnic National University
Department of Designing and Operation of Machines, Lviv Polytechnic National University

MATHEMATICAL MODEL OF MOVEMENT OF BULK MATERIAL IN A VIBRATORY SEPARATOR

Aim. The aim is to construct the mathematical model of the movement of loose material in a vibrating separator. **Method.** The calculation scheme of the vibration separator with two eccentric vibrators with an independent drive was built. Based on the scheme, it is assumed that the vibration separator performs only vertical oscillations in the plane of rotation of the eccentric vibrators. A cylindrical vibrating separator was considered, due to the possibility of transmitting vibrations of greater force to the sieve and significantly more efficient use of the entire screening surface. A mathematical model of the motion of an arbitrary point of motion of the medium in the vibrating separator was also constructed. The methods of nonlinear mechanics and Lagrange equation of the second kind are

used to build a mathematical model. The basis of the mathematical model of any movement of a point in the working capacity of the vibration separator is the law of movement of the centre of mass. **Results.** The obtained mathematical model makes it possible to investigate the influence of the parameters of the vibrating separator and the characteristics of the loose material on the efficiency and productivity of the separation process. The differential equations describing the movement of the geometric centre of the separator container and the equations describing the movement of an arbitrary point of the layer of loose material make it possible to construct the absolute trajectory of its movement and determine the effect of a change in the amplitude-frequency characteristics of the vibrating separator on the natural frequency of the loose material. Also, when substituting the necessary specified parameters of the separator into the mathematical model, we get equations for determining the amplitude and frequency of any point of the working container. **Scientific novelty.** Using the methods of nonlinear mechanics, a mathematical model of the movement of an arbitrary point in a vibrating separator was built, taking into account the parameters of the vibrating separator and the loose material. **Practical significance.** This mathematical model can be used in the future in the study of dynamic processes during vibration transportation and processing.

Key words: vibrating separator, loose raw material, mathematical model, amplitude, frequency.

References

1. Lukianenko V.M. Separatsiya trudnorazdelymykh semennykh smesei. *III Mezhdunarodnaia nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya "Selskokhoziaistvennye mashyny"*. Kharkov. KhKhIII Vyp. 1. - 2015 h. – s. 95-98. [In Russian]
2. Topilnyskyi V.G., Rebot D.P. ta in. Modeling the Dynamics of Vibratory Separator of the Drum Type with Concentric Arrangement of Sieves // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, vol. 2, no. 7, 2017, pp. 26-35, <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.956153>.
3. T. B. Linhares, C. B. Santos Vimieiro Analysis of the dynamic forces acting on a vibrating screen and its support structure using a scale model. *Measurement*. 2021. Vol. 176.
4. Ray Singh (2004) Vibratory separators still make the grade for screening dry bulk powders. *Filtration and Separation*. Vol.41. Iss.1. 20-21. [https://doi.org/10.1016/S0015-1882\(04\)00107-7](https://doi.org/10.1016/S0015-1882(04)00107-7)
5. Kotov B.I., Derevenko I.A., Stepanenko S.P. Doslidzhennia efektyvnosti separatsii zernovykh materialiv na stupinchasto-konichnomu resheti vibrovidtsentrovnykh mashyn. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. Vinnytsia. 2017r. Vyp.2(85). s. 99-102. [In Ukrainian]
6. Topilnyskyi V.H., Kusi Ya.M., Rebot D.P. Model opysu tekhnolohichnoho seredovyscha obrobliuvanykh system vibratsiinoho typu. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. Vinnytsia. Vyp.1(88). – s. 5 – 11. [In Ukrainian]
7. Omelianov O.M. Obhruntuvannia vplyvu mekhanichnykh kolyvan na protses obrobky sypkoi masy. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. Vinnytsia. -2019. - Vyp.2(93). – s. 68-74. [In Ukrainian]
8. Stotsko Z.A., Rebot D.P., Topilnyskyi V.H. Vyznachennia vplyvu vlastyvostei sypkoho seredovyscha na efektyvnist separatsii. *Visnyk NULP Optymizatsiia vyrobnychkykh protsesiv i tekhnichniy kontrol u mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni*. Lviv. 2018. – Vyp.891. – s. 60 – 65. [In Ukrainian]
9. Z.A. Stotsko, V.H. Topilnyskyi, Ya.M. Kusi Matematychna model opysu dynamiky vibratsiinoho separatora z debalansnym pryvodom. *Avtomatyzatsiia vyrobnychkykh protsesiv u mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni*. 2013. Vyp. 47. - s.28-36, <https://doi.org/10.4274/turkderm.47.s5> [In Ukrainian]