



ПРОГРАМНА СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ ПОВЕДІНКИ ВІДМОВСТІЙКИХ СИСТЕМ МАЖОРИТАРНОГО ТИПУ З ПРАВИЛОМ ГОЛОСУВАННЯ {3 із 5}

Б. Волочій¹, В. Якубенко¹, Ю. Сальник², П. Чернишук¹

¹ Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна

² Національна академія сухопутних військ імені Гетьмана Петра Сагайдачного, вул. Героїв Майдану, 32, Львів, 79026, Україна

Відповідальний за рукопис: Богдан Волочій (e-mail: bohdan.y.volochii@lpnu.ua).

(Подано 16 листопада 2021)

Програмна стохастична модель експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу призначена для інформаційної технології проектування комунікаційних або технологічних систем об'єктів критичної інфраструктури. В запропонованій програмній стохастичній моделі відмовостійкої системи мажоритарного типу крім показників надійності модулів ядра та мажоритарного елемента (інтенсивності відмов), показників функціональності засобу контролю і комутаційного пристрою, обмеження на кількість резервних модулів, враховано ефект старіння (вичерпання експлуатаційного ресурсу) модулів ядра. Оскільки старіння модулів відповідає зростанню інтенсивності відмов після певної тривалості їх експлуатації, використано метод урахування цього зростання в стохастичній моделі. Метод ґрунтується на гіпотезі про те, що перша відмова будь-якого модуля в ядрі мажоритарної структури “сигналізує” про близькість вичерпання експлуатаційного ресурсу й інших модулів ядра. Тому не можна вважати, що після заміни несправного модуля резервним модулем, що залишилися у ядрі, мають початковий ресурс працездатності. Розроблено структурно-автоматну модель експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу із правилом голосування {3 із 5}, яка є складовою програмної стохастичної моделі. Здійснено валідаційні дослідження програмної стохастичної моделі.

Ключові слова: надійність; відмовостійка система; надійнісне проектування; мажоритарна структура; ковзне резервування.

1. Вступ

Відмовостійкі системи мажоритарного типу (ВСМТ), які експлуатуються тривалий час без технічного обслуговування, поряд із відомою перевагою щодо маскування відмов, мають істотний недолік. Експлуатаційний ресурс усіх модулів ядра спрацьовується від початку експлуатації відмовостійкої системи, тобто спостерігається ефект старіння модулів упродовж їх тривалої експлуатації. Відомо, що збільшити тривалість безвідмовної роботи ВСМТ можливо із використанням резервних модулів.

Стохастичні моделі експлуатаційної надійнісної поведінки ВСМТ відомі [1, с. 92–111; 2–4]. Однак ці моделі не враховують ту обставину, що перша відмова будь-якого модуля в ядрі повідомляє про те, що ресурс решти модулів також спрацьовано. Тому після заміни несправного модуля в ядрі резервним модулем неправильно вважати, що середнє значення тривалостей роботи до відмови для решти модулів ядра дорівнюватиме початковому значенню. Відповідно в моделі

необхідно враховувати зростання значення інтенсивності відмов модулів, що залишились працювати в ядрі після відмови будь-якого модуля. Зауважимо, що для підключеного (нового) резервного модуля значення інтенсивності відмов має бути початковим. Отже, для проєктування ВСМТ необхідно мати стохастичну модель її експлуатаційної поведінки, в якій враховано ефект старіння модулів.

Урахування в стохастичних моделях експлуатаційної надійнісної поведінки ВСМТ ефекту старіння модулів ядра – важлива проблема. На необхідність враховувати ефект старіння вказано в стандартах [5; 6], у директивних документах [7; 8], у статтях [9; 10].

Важливим у проєктуванні ВСМТ є завдання надійнісного синтезу показників та параметрів складових відмовостійкої системи, достовірність яких визначає:

- 1) гарантоване забезпечення заданого терміну неперервної безвідмовної роботи відмовостійкої системи без технічного обслуговування;
- 2) виконання вимог щодо обмеження маси та об'єму для реалізації відмовостійкої системи, на які впливає кількість резервних модулів.

Для розв'язання таких задач необхідно мати стохастичну модель експлуатаційної надійнісної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу, яка забезпечує отримання показників її надійності із високою достовірністю значень. Достовірність значень показників надійності залежить від ступеня адекватності моделі. Ступінь адекватності моделі визначає, що в ній враховані: інтенсивності відмов модулів ядра та мажоритарного елемента; показники функціональності засобу контролю і діагностики, комутувального пристрою; обмеження на кількість резервних модулів. Разом із цим у моделі має бути враховано ефект старіння модулів ядра під час їх експлуатації. Зазначимо, що врахування у моделі ефекту старіння модулів ядра забезпечує зростання значення показника їх надійності “інтенсивність відмов”.

2. Інформація про відомі стохастичні моделі експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу

Незважаючи на широке використання ВСМТ, залишаються актуальними завдання розроблення стохастичних моделей їх експлуатаційної поведінки, призначених для розв'язання задач надійнісного синтезу показників та параметрів складових відмовостійкої системи.

Стохастичні моделі експлуатаційної надійнісної поведінки інформаційно-керуючих систем з дворівневою і багаторівневою мостиковою мажоритарною структурою описано в статті [9]. У цих моделях враховано особливості розподіленої реалізації мажоритарних елементів за багатоканальної організації системи. Завдяки цьому запропоновані моделі порівняно з прототипами забезпечують підвищення достовірності оцінювання безвідмовності інформаційно-керуючих систем.

Формули для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи систем, в яких інтенсивність відмов окремих модулів є функцією часу, наведено в монографії [10]. Під час виведення цих формул для тривалостей безвідмовної роботи системи використано закон розподілу Вейбулла.

Імітаційну модель для оцінювання показників надійності мажоритарно-резервованих систем, з урахуванням версійного резервування програмного засобу та з експоненційним законом розподілу інтервалів часу між відмовами апаратного та програмного засобів наведено в статті [11].

Формула (1) для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ із правилом голосування {2 із 3} і з довільною кількістю резервних модулів, подана в монографії [12, с. 26], має такий вигляд:

$$R_{\text{hybrid}}(t) = R_{\text{voter}}(t)R_{\text{rec}}(t)\left\{1 - mR(t)[1 - R(t)]^{m-1} - [1 - R(t)]^m\right\}, \quad (1)$$

де $R_{\text{voter}}(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи мажоритарного елемента; $R_{\text{rec}}(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи комутувального пристрою; $R(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи модуля ядра; m – загальна кількість модулів у ВСМТ ($m = 3 + k$, k – кількість резервних модулів).

Перелік показників надійності складових ВСМТ у формулі (1) з правилом голосування {2 із 3} свідчить про те, що достовірність показника надійності відмовостійкої системи із наявним ста-

рінням модулів ядра та резервними модулями невисока. Це зумовлено тим, що інтенсивність відмов модулів ядра не змінюється залежно від тривалості їх експлуатації.

Разом із цим, у формулі (1) не враховано показник функціональності засобу контролю та діагностики, який визначає використання (підключення) резервних модулів.

Формула (2) для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ із правилом голосування {2 із 3}, в якій враховано різні значення показника надійності для кожного з трьох модулів ядра, наведена в монографії [13, с. 51]

$$R_{TMR} = R_1 R_2 R_3 + (1 - R_1) R_2 R_3 + R_1 (1 - R_2) R_3 + R_1 R_2 (1 - R_3), \quad (2)$$

де R_1, R_2, R_3 – ймовірності безвідмовної роботи першого, другого і третього модулів ядра.

Однак у цій формулі не враховані: показники функціональності засобу контролю та діагностики; наявність резервних модулів; ефект старіння модулів ядра.

Формули для визначення коефіцієнта готовності та ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ з правилом голосування {2 із 3} наведено в статті [14]. Однак у запропонованих формулах не враховано ефект старіння модулів ядра і прийнято припущення (умову), що мажоритарний елемент є абсолютно надійним.

Формули для розрахунку середнього значення тривалості безвідмовної роботи ВСМТ, в яких враховано лише інтенсивність відмов модулів ядра, містяться в монографії [15].

Стохастичну модель експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу з правилом голосування {3 із 5} у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь, яка має 51 рівняння, описано в статті [16]. У моделі, разом із показниками надійності модулів ядра та мажоритарного елемента, враховано: ненадійну роботу засобу контролю та діагностики і комутувального пристрою; наявність резервних модулів; параметри стратегії технічного обслуговування.

Стохастичну модель експлуатаційної поведінки обслуговуваних відмовостійких програмно-апаратних систем мажоритарного типу із правилом голосування {2 із 3} подано в статті [17]. В моделі враховано автоматичне перезавантаження програмного забезпечення після збою під час експлуатації програмно-апаратної системи та використання ковзного резервування. Показано, що неврахування збоїв у роботі програмно-апаратних модулів та наявності (необхідності) автоматичного перезавантаження програмного засобу призводить до заниження значення коефіцієнта простою відмовостійкої системи.

Для інформаційної технології проектування відмовостійких систем у статті [18] запропоновано стохастичні моделі експлуатаційної поведінки необслуговуваних та обслуговуваних відмовостійких систем зі складними мажоритарними структурами, а саме:

а) стохастичну модель експлуатаційної поведінки необслуговуваних відмовостійких систем мажоритарного типу з реконфігурацією структури, в якій враховано: адаптивну зміну правила прийняття рішення; обмеження на кількість резервних модулів; надійність мажоритарного елемента; надійність комутувального пристрою;

б) дві стохастичні моделі експлуатаційної поведінки необслуговуваних відмовостійких систем із дворівневим принципом мажоритарного голосування;

в) стохастичну модель експлуатаційної поведінки обслуговуваних відмовостійких систем з фіксованим правилом голосування, яка дає змогу виконувати дослідження із різними варіантами підключення в ядро резервних модулів та різними значеннями параметрів стратегії технічного обслуговування.

Підхід до розроблення стохастичної моделі ВСМТ із правилом голосування {2 із 3} для урахування старіння модулів ядра під час її експлуатації запропоновано в статтях [19, 20]. За цим підходом розроблено стохастичну модель експлуатаційної поведінки ВСМТ із правилом голосування {2 із 3}, в якій враховано зростання інтенсивності відмов (ефект старіння) модулів, що продовжують працювати після відмови одного із модулів ядра, та наявність не більше ніж шести резервних модулів. Наявність у моделі обмеження на кількість резервних модулів без можливості збільшення їх кількості обмежує її використання. Наприклад, якщо треба визначити кількість резервних модулів для заданої тривалості експлуатації ВСМТ без технічного обслуговування.

Отже, на основі аналізування публікацій за темою дослідження зроблено висновок про те, що актуальним є завдання розроблення стохастичної моделі експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу із правилом голосування $\{3 \text{ із } 5\}$, в якій враховано: старіння модулів ядра; забезпечення можливості довільної зміни кількості резервних модулів; реальну надійність мажоритарного елемента; показники функціональності засобу контролю та діагностики модулів ядра і комутувального пристрою для підключення в ядро резервних модулів.

3. Спосіб урахування у стохастичній моделі експлуатаційної поведінки відмовостійких систем зростання інтенсивності відмов програмно-апаратних модулів ядра

Поставлене завдання вирішено для ВСМТ із правилом голосування $\{3 \text{ із } 5\}$, в ядрі якої міститься п'ять програмно-апаратних модулів (ПАМ) і мажоритарний елемент (МЕ) (рис. 1). Надійність такої ВСМТ підвищують введенням у її структуру ковзного резерву, що складається із кількох додаткових ПАМ. Ці ПАМ не задіяні (холодний резерв) і підключаються за допомогою комутувального пристрою (КП) замість несправних ПАМ ядра, виявлених засобом контролю і діагностики (ЗКІД). Їх кількість визначають, ураховуючи надійність ПАМ та задану тривалість безвідмовної роботи ВСМТ.

Процедура контролю завершується успішно, якщо сигнал на виході МЕ та на виході одного з ПАМ не збігається, засіб контролю і діагностики фіксує появу несправної ПАМ і подає сигнал на КП. З цього моменту розпочинається процедура перемикавання, якщо ще не використані всі резервні ПАМ.

Якщо процедура контролю завершена неуспішно, на КП сигнал не надійде. Однак ВС може продовжувати функціонувати, за умови, що в ядрі на поточний момент часу справно функціонують три і більше ПАМ.

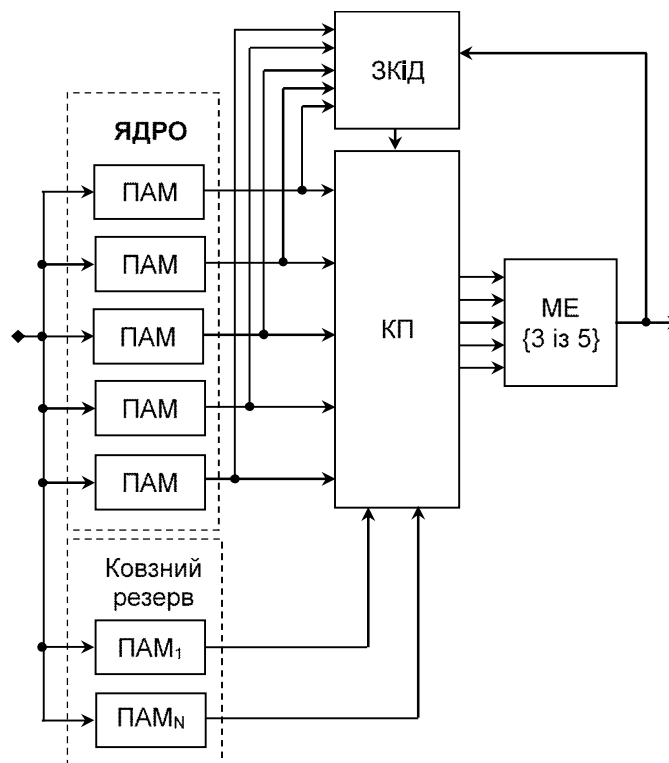


Рис. 1. Структурна схема відмовостійкої системи мажоритарного типу з правилом голосування $\{3 \text{ із } 5\}$ та з ковзним резервом

Під час експлуатації ВСМТ всі працездатні ПАМ ядра починають роботу одночасно. В результаті з часом їх експлуатаційний ресурс вичерпується. Перша відмова одного з модулів ядра ВСМТ свідчить про те, що його ресурс вичерпано і через деякий час слід очікувати відмов другого,

третього, четвертого і п'ятого модулів ядра. Вважаємо, що після відмови першого модуля для решти модулів розпочинається перший етап старіння. Тому показник їх надійності “середнє значення тривалості безвідмовної роботи” буде істотно зменшеним. Правильним рішенням під час моделювання ВСМТ буде врахувати наслідки старіння, збільшивши інтенсивність відмов ПАМ, що залишилися в ядрі. Розглянемо, як враховано це у розробленій моделі. Від початку експлуатації ВСМТ і до моменту відмови першого модуля інтенсивність відмов усіх модулів ядра позначимо λ_1 .

Після відмови першого модуля значення інтенсивностей відмов для другого, третього, четвертого та п'ятого модулів зростає, в моделі їх позначено λ_2 . Разом з цим, в ядро мажоритарної структури замість непрацездатного входить перший резервний ПАМ, інтенсивність відмов якого має початкове значення λ_1 .

Після відмови другого модуля розпочався другий етап старіння для третього, четвертого та п'ятого модулів. Тому значення інтенсивності відмов цих ПАМ зростає, в моделі отримає позначення λ_3 . Разом із цим в ядро ВСМТ замість непрацездатного вмикається другий резервний ПАМ, початкове значення інтенсивності відмов якого λ_1 .

Зауважимо, що при цьому інтенсивність відмов резервного модуля, введеного в ядро першим, не збільшуємо. Таке рішення зумовлено тим, що середнє значення тривалості безвідмовної роботи чотирьох модулів першої п'ятірки після відмови першого модуля є значно меншим, ніж тривалість безвідмовної роботи нового модуля. З аналогічним обґрунтуванням не збільшуємо інтенсивність відмов цього резервного модуля і після відмови третього та четвертого модулів першої п'ятірки.

Після відмови третього модуля розпочинається третій етап старіння для четвертого та п'ятого модулів. Тому значення інтенсивності відмов цих ПАМ зростає, у моделі буде позначено λ_4 . Разом з цим у ядро ВСМТ замість непрацездатного буде увімкнено третій резервний ПАМ. Інтенсивність відмов цього модуля має початкове значення λ_1 .

Після відмови четвертого та п'ятого ПАМ в ядрі залишається відповідно 4 і 3 справних ПАМ і відмовостійка система із правилом голосування {3 із 5} зберігає працездатність. Зауважимо, що і після цих подій всі три резервні модулі, які входять в ядро, мають початкове значення інтенсивності відмов.

На рис. 2 подано часову діаграму функціонування ВСМТ із правилом голосування {3 із 5} та трьома резервними модулями і безвідмовними на інтервалі часу експлуатації ЗКіД, КП і МЕ.

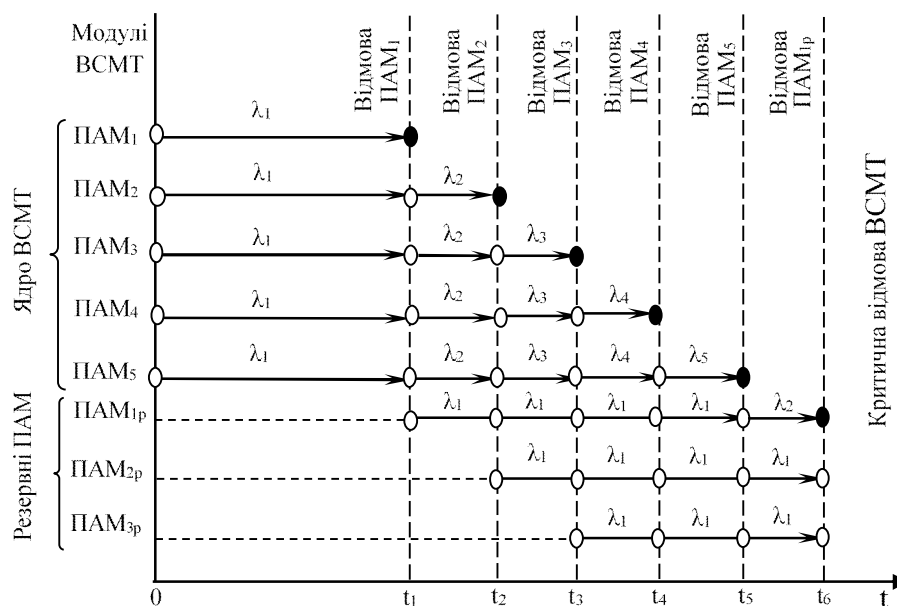


Рис. 2. Відображення ефекту старіння ПАМ у стохастичній моделі експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу з правилом голосування {3 із 5} та трьома резервними ПАМ: о – подія початок або продовження роботи ПАМ; • – подія відмова ПАМ; $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_4$

Згідно з таким відображенням ефекту старіння ПАМ у стохастичній моделі експлуатаційної надійнісної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу розроблено опорний граф станів і переходів.

4. Розроблення дискретно-неперервної стохастичної моделі експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу із правилом прийняття рішення {3 із 5}

Процес старіння модулів у ядрі ВСМТ типу відображає залежність середнього значення інтенсивності відмов модулів від тривалості експлуатації. Характерна особливість цієї залежності в тому, що на великому інтервалі часу інтенсивність відмов модулів низька і постійна. Але після деякої тривалості експлуатації інтенсивність відмов починає зростати. Крутизна цього зростання може бути різною. І цілком логічно інтерпретувати різні крутизни зростання інтенсивності відмов як різні “швидкості старіння модулів ядра”.

Для розроблення дискретно-неперервної стохастичної моделі експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу із правилом голосування {3 із 5} використано технологію моделювання, подану в монографії [18] та удосконалену в статтях [19; 20; 21].

Згідно із технологією сформовано опорний граф станів і переходів експлуатаційної поведінки відмовостійких систем на основі її базових подій і вектора станів. Для цього задано параметри ВСМТ, визначено базові події, які враховували би всі процеси і процедури, закладені в експлуатаційній поведінці ВСМТ, та призначено компоненти вектора станів відмовостійких систем.

У розробленій моделі експлуатаційної поведінки враховано такі *параметри і показники надійності та функціональності складових ВСМТ*:

- M – початкова кількість справних ПАМ у ядрі ВСМТ;
- N – початкова кількість справних ПАМ ковзного резерву;
- K – коефіцієнт зростання інтенсивності відмов ПАМ;
- $\lambda_{ПАМ_1}$ – значення інтенсивності відмов ПАМ, які експлуатуються з початку роботи ВСМТ

та ПАМ ковзного резерву з моменту його введення в ядро ВСМТ;

- $\lambda_{ПАМ_2}$ – значення інтенсивності відмов ПАМ на першому етапі старіння;
- $\lambda_{ПАМ_3}$ – значення інтенсивності відмов ПАМ на другому етапі старіння;
- $\lambda_{ПАМ_4}$ – значення інтенсивності відмов ПАМ на третьому етапі старіння;
- $\lambda_{ПАМ_5}$ – значення інтенсивності відмов ПАМ на четвертому етапі старіння;
- $\lambda_{МЕ}$ – середнє значення інтенсивності відмови МЕ;
- $P_{у.к.}$ – ймовірність успішного виконання процедури контролю і діагностики;
- $P_{у.л.}$ – ймовірність успішного виконання процедури перемикавання КП.

Для визначення базових подій сформовано табл. 1, в якій відображено всі події експлуатаційної надійнісної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу із правилом голосування {3 із 5}.

Згідно із технологією моделювання [18] базовими подіями є всі події, вказані в табл. 1 у колонці ПОДІЯ – “закінчення”. Під час розроблення моделі ураховано, що:

1) шість базових подій, що представляють відмови різних ПАМ, є фактично однією базовою подією “Відмова ПАМ в ядрі”. Позначення цієї базової події – БП1;

2) для базової події “Відмова МЕ” використано позначення БП2;

3) тривалість процедури контролю і діагностики та тривалість процедури вимкнення несправного ПАМ та підімкнення резервного істотно менші від середнього значення тривалості безвідмовної роботи ПАМ і МЕ. Тому в розробленій моделі вважають, що тривалості цих процедур дорівнюють нулю. Однак відповідні базові події цих процедур є зведеними з БП1, їх позначення ЗвБП3 та ЗвБП4.

Вектор станів у розробленій моделі подано такими компонентами:

$V1$ – відображає поточне значення кількості працездатних ПАМ у ядрі, які експлуатуються з початку роботи ВСМТ або підключені в ядро з резерву. Початкове значення компоненти: $V1 = 5$.

Таблиця 1

**Події, що відображають експлуатаційну поведінку
відмовостійких систем мажоритарного типу**

№ з/п	ПОДІЯ – “початок” інтервалу часу між сусідніми подіями	ПОДІЯ – “закінчення” інтервалу часу між сусідніми подіями	Середнє значення інтервалу часу між подіями
1	Початок роботи першої п’ятірки ПАМ в ядрі	Відмова першого модуля з першої п’ятірки ПАМ ядра (БП1)	$T_{ПАМ_1} = 1/\lambda_{ПАМ_1}$
2	Початок роботи чотирьох справних ПАМ, що залишилися в ядрі після відмови першого модуля (початок першого етапу старіння)	Відмова другого модуля з першої п’ятірки ПАМ ядра (завершення першого етапу старіння) (БП1)	$T_{ПАМ_2} = 1/\lambda_{ПАМ_2}$
3	Початок роботи трьох справних ПАМ, що залишилися в ядрі після відмови другого модуля (початок другого етапу старіння)	Відмова третього модуля з першої п’ятірки ПАМ ядра (завершення другого етапу старіння) (БП1)	$T_{ПАМ_3} = 1/\lambda_{ПАМ_3}$
4	Початок роботи двох справних ПАМ, що залишилися в ядрі після відмови третього модуля (початок третього етапу старіння)	Відмова четвертого модуля з першої п’ятірки ПАМ ядра (завершення третього етапу старіння) (БП1)	$T_{ПАМ_4} = 1/\lambda_{ПАМ_4}$
5	Початок роботи п’ятого справного ПАМ, що залишився в ядрі після відмови четвертого модуля (початок третього етапу старіння)	Відмова п’ятого модуля із першої п’ятірки ПАМ ядра (завершення четвертого етапу старіння) (БП1)	$T_{ПАМ_5} = 1/\lambda_{ПАМ_5}$
6	Початок роботи резервного ПАМ, підключеного замість несправного ПАМ в ядро	Відмова підключеного в ядро резервного ПАМ (БП1)	$T_{ПАМ_1} = 1/\lambda_{ПАМ_1}$
7	Початок роботи МЕ	Відмова МЕ (БП2)	$T_{МЕ} = 1/\lambda_{МЕ}$
8	Початок процедури контролю та діагностики	Закінчення процедури контролю і діагностики (ЗвБП3)	$T_{КД}$
9	Початок процедури вимкнення несправного ПАМ і підключення резервного	Закінчення процедури відімкнення несправного ПАМ і підключення резервного (ЗвБП4)	$T_{КП}$

V2 – відображає поточне значення кількості працездатних ПАМ у ядрі, які продовжують працювати після відмови першого модуля в ядрі (перший етап старіння модулів, що залишилися в ядрі). Початкове значення компоненти: V2 = 0.

V3 – відображає поточне значення кількості працездатних ПАМ у ядрі, які продовжують працювати після відмови другого модуля в ядрі (другий етап старіння модулів, що залишилися в ядрі). Початкове значення компоненти: V3 = 0).

V4 – відображає поточне значення кількості працездатних ПАМ у ядрі, які продовжують працювати після відмови третього модуля в ядрі (третій етап старіння модулів, що залишилися в ядрі). Початкове значення компоненти: V4 = 0).

V5 – відображає поточне значення кількості працездатних ПАМ у ядрі, які продовжують працювати після відмови четвертого модуля в ядрі (четвертий етап старіння модулів, що залишилися в ядрі). Початкове значення компоненти: V5 = 0).

V6 – відображає поточне значення кількості працездатних ПАМ у кожному резерві. Початкове значення компоненти: V6 = N.

V7 – відображає стан мажоритарного елемента: V5 = 1 – справний; V5 = 0 – несправний. Початкове значення компоненти: V7 = 1.

У розробленій моделі експлуатаційної поведінки прийнято такі обмеження та спрощення:

- 1) надійність ЗКіД, КП та МЕ набагато вища від надійності інших складових ВС; вважаємо, що тривалість безвідмовної роботи ЗКД, КП та МЕ перевищує тривалість експлуатації ВС;
- 2) програмне забезпечення ПАМ вважаємо бездефектним;
- 3) тривалості всіх процедур, які відбуваються у ВС, та інтервали часу між сусідніми подіями мають експоненційний розподіл;
- 4) середнє значення тривалостей процедур контролю та перемикання є суттєво меншим від тривалостей інших процедур, тому в моделі ВС можна прийняти, що їх значення дорівнюють нулю.

Умова виникнення критичної відмови ВС. Непрацездатність системи, що розглядається, тобто критична відмова (КВ), може виникнути у разі відмови МЕ або коли у ядрі ВС залишаться лише дві справні ПАМ.

Розроблення опорного графа станів та переходів виконаємо за допомогою табл. 2. Під час розроблення опорного графа вносимо: в колонку 1 – номер кроку; в колонку 2 – номер стану, що розглядається, й актуальну базову подію; в колонку 3 – ймовірність альтернативного продовження процесу; в колонки 4, 5, 6, 7, 8 – значення компонент вектора стану; в колонку 9 – присвоєний номер стану; в колонку 10 – перехід зі стану в стан, тобто номер попереднього стану, взятого з колонки 2, та номер наступного стану, в який здійснюється перехід (номер стану беремо з колонки 9); в колонку 11 – формулу для розрахунку значення інтенсивності переходу зі стану в стан. Опорний граф станів розроблено для таких значень параметрів структури ВС: $M = 5$, $N = 3$.

Отриманий граф станів та переходів показує, що для досліджуваної в ході експлуатації великої кількості відмовостійких систем зможемо “бачити” 12 станів та 33 переходи. Причому 21 перехід є наслідком базової події БП1 та зведених з нею ЗвБП3 та ЗвБП4 і 12 переходів – наслідком базової події БП2.

На основі сформованого опорного графа станів визначено компоненти структурно-автоматної моделі за методикою, викладеною у працях [18, 20, 21]. Оскільки у моделі дві базові події, то завдання формування структурно-автоматної моделі вирішується в два етапи. На першому етапі виберемо з табл. 2 всі стани опорного графа, що формуються після базової події БП1 і зведених з нею подій ЗвБП3, ЗвБП4. Ці стани подаємо окремою таблицею. На другому етапі вибираємо із табл. 2 всі стани з опорного графа, що формуються після базової події БП2. Ці стани також подамо окремою таблицею. Зауважимо, що за результатами розроблення опорного графа станів до структурно-автоматної моделі переходять такі компоненти: базові події, вектор станів та формули розрахунку інтенсивностей переходів зі стану в стан.

Таблиця 2

Розроблення опорного графа станів і переходів експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу з правилом прийняття рішення {3 із 5}

№ кроку	Стан, що розглядається, й актуальна базова подія	Ймовірність альтернативного продовження випадкових процесів експлуатаційної поведінки	Вектор станів експлуатаційної поведінки відмовостійких систем							№ стану	Перехід зі стану в стан	Формули розрахунку інтенсивностей переходів
			Ядро ВСМТ					Рез	МЕ			
			V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	Початковий стан	–	5	0	0	0	0	3	1	1	–	–
2	1БП1	$P_{у.к.} P_{у.л.}$	1	4	0	0	0	2	1	2	1→2	$\lambda_{ПАМ1} P_{у.к.} P_{у.л.}$
3	(ЗвБП3, ЗвБП4)	$1 - P_{у.к.} P_{у.л.}$	0	4	0	0	0	3	1	3	1→3	$\lambda_{ПАМ1} (1 - P_{у.к.} P_{у.л.})$
4	1БП2	–	5	0	0	0	0	3	0	КВ	1→КВ	$\lambda_{МЕ}$
5	2БП1 (ЗвБП3, ЗвБП4)	$P_{у.к.} P_{у.л.}$	2	0	3	0	0	1	1	4	2→4	$\lambda_{ПАМ2} P_{у.к.} P_{у.л.}$

Продовження табл. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
6		$1 - P_{y.k.} P_{y.n.}$	1	0	3	0	0	2	1	5	$2 \rightarrow 5$	$\lambda_{ПAM_2} (1 - P_{y.k.} P_{y.n.})$
7	2БП2	—	1	4	0	0	0	2	0	KB	$2 \rightarrow KB$	λ_{ME}
8	3БП1	$P_{y.k.} P_{y.n.}$	1	0	3	0	0	2	1	5	$3 \rightarrow 5$	$\lambda_{ПAM_2} P_{y.k.} P_{y.n.}$
9	(ЗвБПЗ, ЗвБП4)	$1 - P_{y.k.} P_{y.n.}$	0	0	3	0	0	3	1	6	$3 \rightarrow 6$	$\lambda_{ПAM_2} (1 - P_{y.k.} P_{y.n.})$
10	3БП2	—	0	4	0	0	0	3	0	KB	$3 \rightarrow KB$	λ_{ME}
11	4БП1	$P_{y.k.} P_{y.n.}$	3	0	0	2	0	0	1	7	$4 \rightarrow 7$	$\lambda_{ПAM_3} P_{y.k.} P_{y.n.}$
12	(ЗвБПЗ, ЗвБП4)	$1 - P_{y.k.} P_{y.n.}$	2	0	0	2	0	1	1	8	$4 \rightarrow 8$	$\lambda_{ПAM_3} (1 - P_{y.k.} P_{y.n.})$
13	4БП2	—	2	0	3	0	0	1	0	KB	$4 \rightarrow KB$	λ_{ME}
14	5БП1	$P_{y.k.} P_{y.n.}$	2	0	0	2	0	1	1	8	$5 \rightarrow 8$	$\lambda_{ПAM_3} P_{y.k.} P_{y.n.}$
15	(ЗвБПЗ, ЗвБП4)	$1 - P_{y.k.} P_{y.n.}$	1	0	0	2	0	2	1	9	$5 \rightarrow 9$	$\lambda_{ПAM_3} (1 - P_{y.k.} P_{y.n.})$
16	5БП2	—	1	0	3	0	0	2	0	KB	$5 \rightarrow KB$	λ_{ME}
17	6БП1	$P_{y.k.} P_{y.n.}$	1	0	0	2	0	2	1	9	$6 \rightarrow 9$	$\lambda_{ПAM_3} P_{y.k.} P_{y.n.}$
18	(ЗвБПЗ, ЗвБП4)	$1 - P_{y.k.} P_{y.n.}$	0	0	0	2	0	3	0	KB	$6 \rightarrow KB$	$\lambda_{ПAM_3} (1 - P_{y.k.} P_{y.n.})$
19	6БП2	—	0	0	3	0	0	3	1	KB	$6 \rightarrow KB$	λ_{ME}
20	7БП1	—	3	0	0	0	1	0	1	10	$7 \rightarrow 10$	$\lambda_{ПAM_4}$
21	7БП2	—	3	0	0	2	0	0	0	KB	$7 \rightarrow KB$	λ_{ME}
22	8БП1	$P_{y.k.} P_{y.n.}$	3	0	0	0	1	0	1	10	$8 \rightarrow 10$	$\lambda_{ПAM_4} P_{y.k.} P_{y.n.}$
23	(ЗвБПЗ, ЗвБП4)	$1 - P_{y.k.} P_{y.n.}$	2	0	0	0	1	1	1	11	$8 \rightarrow 11$	$\lambda_{ПAM_4} (1 - P_{y.k.} P_{y.n.})$
24	8БП2	—	2	0	0	2	0	1	0	KB	$8 \rightarrow KB$	λ_{ME}
25	9БП1	$P_{y.k.} P_{y.n.}$	2	0	0	0	1	1	1	11	$9 \rightarrow 11$	$\lambda_{ПAM_4} P_{y.k.} P_{y.n.}$
26	(ЗвБПЗ, ЗвБП4)	$1 - P_{y.k.} P_{y.n.}$	1	0	0	0	1	2	1	KB	$9 \rightarrow KB$	$\lambda_{ПAM_4} (1 - P_{y.k.} P_{y.n.})$
27	9БП2	—	1	0	0	2	0	2	0	KB	$9 \rightarrow KB$	λ_{ME}
28	10БП1	—	3	0	0	0	0	0	1	12	$10 \rightarrow 12$	$\lambda_{ПAM_5}$
29	10БП2	—	3	0	0	0	0	0	0	KB	$10 \rightarrow KB$	λ_{ME}
30	11БП1	$P_{y.k.} P_{y.n.}$	3	0	0	0	0	0	1	12	$11 \rightarrow 12$	$\lambda_{ПAM_5} P_{y.k.} P_{y.n.}$
31	(ЗвБПЗ, ЗвБП4)	$1 - P_{y.k.} P_{y.n.}$	2	0	0	0	0	1	1	KB	$11 \rightarrow KB$	$\lambda_{ПAM_5} (1 - P_{y.k.} P_{y.n.})$
32	11БП2	—	2	0	0	0	1	1	0	KB	$11 \rightarrow KB$	λ_{ME}
33	12БП1	—	0	2	0	0	0	0	1	KB	$12 \rightarrow KB$	$\lambda_{ПAM_1}$
34	12БП2	—	3	0	0	0	0	0	0	KB	$12 \rightarrow KB$	λ_{ME}

На підставі сформованих таблиць за методикою, поданою в статті [21], визначаємо ще дві компоненти структурно-автоматної моделі для базової події БП1 і зведених з нею подій ЗвБПЗ, ЗвБП4 та базової події БП2, а саме:

- складаємо логічні вирази опису ситуацій, у яких відбуваються базові події;

• формуємо правило модифікації компонент вектора стану для кожного переходу зі стану в стан, тобто визначаємо, які компоненти вектора стану змінюватимуться під час переходів зі стану в стан.

Визначені компоненти структурно-автоматної моделі вносимо в табл. 3, форма якої відповідає формі діалогового вікна програмного модуля ASNA [22].

Таблиця 3

**Структурно-автоматна модель експлуатаційної поведінки відмовостійких систем
з правилом голосування {3 із 5}**

Номер ситуації	Опис ситуацій, у яких відбувається базова подія	Формула розрахунку інтенсивності переходу зі стану в стан	Правило модифікації компонент вектора стану
Ситуації, в яких відбувається базова подія БП1			
1	(V1>0) AND (V2=0) AND (V3=0) AND (V4=0) AND (V5=0) AND (V6=0) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_1}$	V2:=V1-1; V1:=0
2	(V1>0) AND (V2=0) AND (V3=0) AND (V4=0) AND (V5=0) AND (V6>0) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_1} P_{y.к.} P_{y.n.}$	V2:=V1-1; V1:=1; V6:=V6-1
		$\lambda_{ПAM_1} (1 - P_{y.к.} P_{y.n.})$	V1:=0; V2:=4
3	(V1<5) AND (V2>0) AND (V3=0) AND (V4=0) AND (V5=0) AND (V6=0) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_2}$	V3:=V2-1; V2:=0
4	(V1=1) AND (V2=4) AND (V3=0) AND (V4=0) AND (V5=0) AND (V6=2) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_2} P_{y.к.} P_{y.n.}$	V1:=V1+1; V3:=V2-1; V2:=0; V6:=V6-1
		$\lambda_{ПAM_2} (1 - P_{y.к.} P_{y.n.})$	V3:=V2-1; V2:=0
5	(V1<5) AND (V2=0) AND (V3>0) AND (V4=0) AND (V5=0) AND (V6=0) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_3}$	V4:=V3-1; V3:=0
6	(V1<5) AND (V2=0) AND (V3>0) AND (V4=0) AND (V5=0) AND (V6>0) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_3} P_{y.к.} P_{y.n.}$	V1:=V1+1; V4:=V3-1; V3:=0; V6:=V6-1
		$\lambda_{ПAM_3} (1 - P_{y.к.} P_{y.n.})$	V4:=V3-1; V3:=0
7	(V1<5) AND (V2=0) AND (V3=0) AND (V4>0) AND (V5=0) AND (V6=0) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_4}$	V5:=V4-1; V4:=0
8	(V1<5) AND (V2>0) AND (V3=0) AND (V4=0) AND (V5=0) AND (V6>0) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_4} P_{y.к.} P_{y.n.}$	V1:=V1+1; V5:=V4-1; V4:=0; V6:=V6-1
		$\lambda_{ПAM_4} (1 - P_{y.к.} P_{y.n.})$	V5:=V4-1; V4:=0
9	(V1<5) AND (V2=0) AND (V3=0) AND (V4=0) AND (V5=1) AND (V6=0) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_5}$	V5:=0
10	(V1<5) AND (V2=0) AND (V3=0) AND (V4=0) AND (V5=1) AND (V6>0) AND (V7=1)	$\lambda_{ПAM_5} P_{y.к.} P_{y.n.}$	V1:=V1+1; V5:=0; V6:=V6-1
		$\lambda_{ПAM_5} (1 - P_{y.к.} P_{y.n.})$	V5:=0
Ситуація, в якій відбувається базова подія БП2			
1	(V7=1)	λ_{ME}	V7:=0
Умова переходу в стан критичної відмови		((V1+V2+V3+V4+V5)=2) OR (V7=0)	

Програмний модуль ASNA із введеною структурно-автоматною моделлю утворює програмну стохастичну модель експлуатаційної поведінки відмовостійких систем мажоритарного типу із правилом голосування {3 із 5}, яка здійснює: побудову графа станів для будь-яких значень параметрів і показників надійності та функціональності складових відмовостійкої системи; формування та розв'язання відповідної системи диференціальних рівнянь; розрахунок значень показників надійності, а саме ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ для заданої тривалості експлуатації та середнього значення тривалості її безвідмовної роботи.

5. Валідація програмної стохастичної моделі експлуатаційної поведінки відмовостійкої системи мажоритарного типу із урахуванням старіння модулів ядра

Для валідації розробленої програмної стохастичної моделі експлуатаційної поведінки ВСМТ можна використовувати такі підходи до виконання експериментальних досліджень:

- 1) проводимо (виконуємо) експериментальні дослідження вибраних залежностей, характер змін яких можна передбачити. Такими залежностями є залежності показників надійності ВСМТ від тривалості її експлуатації у разі зміни значень показників надійності та функціональності її складових;
- 2) порівняння часткового результату, отриманого за допомогою розробленої моделі, з результатом, одержаним за допомогою відомої моделі. В нашому випадку відомою моделлю вважаємо стохастичну модель експлуатаційної поведінки ВСМТ із правилом голосування {3 із 5}, наведено в статті [16];
- 3) оцінювання (дослідження) тенденції зміни значень показника надійності після підвищення ступеня адекватності моделі;
- 4) порівняння результату, отриманого за допомогою розробленої ВСМТ із правилом голосування {3 із 5}, з результатом, одержаним за допомогою відомої ВСМТ із правилом голосування {2 із 3}. У нашому випадку відомою моделлю вважаємо стохастичну модель експлуатаційної поведінки ВСМТ із правилом голосування {2 із 3}, подану в статті [20].

У всіх запланованих (запропонованих) валідаційних експериментах у разі зростання значень параметрів і показників надійності та функціональності складових ВСМТ із правилом голосування {3 із 5} очікується тенденція зростання значень показників надійності відмовостійких систем мажоритарного типу, а саме ймовірності безвідмовної роботи і середнього значення тривалостей їх безвідмовної роботи.

Початкові значення параметрів і показників надійності та функціональності складових ВСМТ для усіх описаних нижче валідаційних експериментів вказано в табл. 4.

Таблиця 4

Початкові значення параметрів і показників надійності та функціональності складових ВСМТ для усіх валідаційних експериментів

Позначення	N	K	λ_1 , 1/год	λ_{ME} , 1/год	$P_{y.k.}$	t_k	$P_{y.n.}$	t_n
значення	5	3	1e-4	1e-7	0,9	0	0,9	0

Валідаційний експеримент 1. Перевіряємо, як впливає збільшення кількості резервних ПАМ на значення показників надійності ВСМТ, а саме на ймовірність безвідмовної роботи та на середнє значення тривалостей їхньої безвідмовної роботи. Результати експерименту подані на рис. 3а і рис. 3б та в табл. 5.

Аналіз результатів валідаційного експерименту 1. У разі збільшення кількості резервних ПАМ програмна стохастична модель експлуатаційної поведінки показує очікуване зростання значень показників надійності ВСМТ.

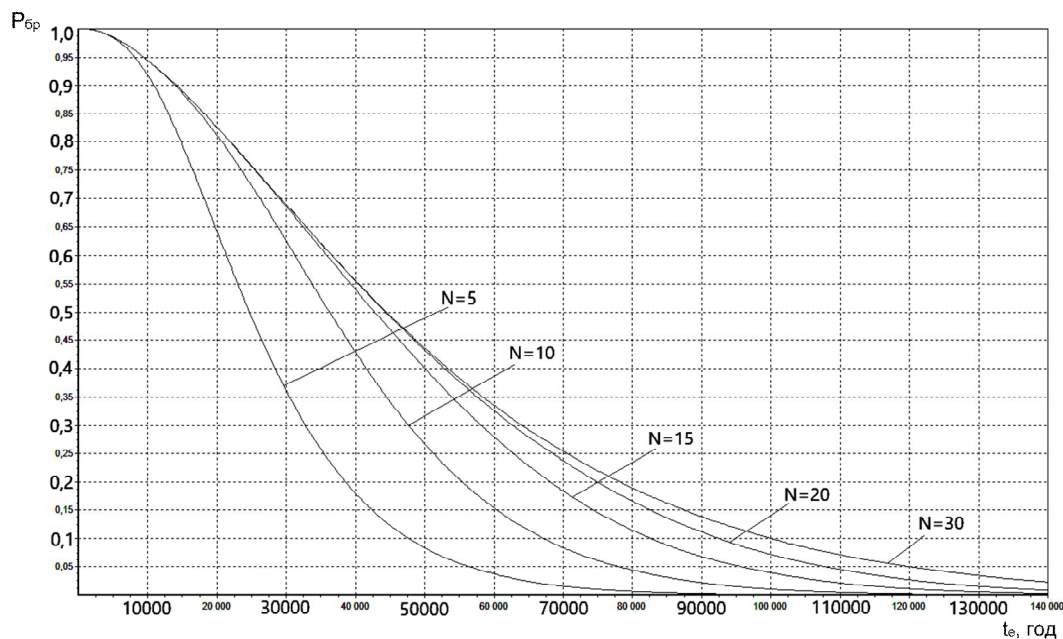


Рис. 3а. Залежності ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ від тривалості її експлуатації до 140000 год для різних значень кількості резервних програмно-апаратних модулів

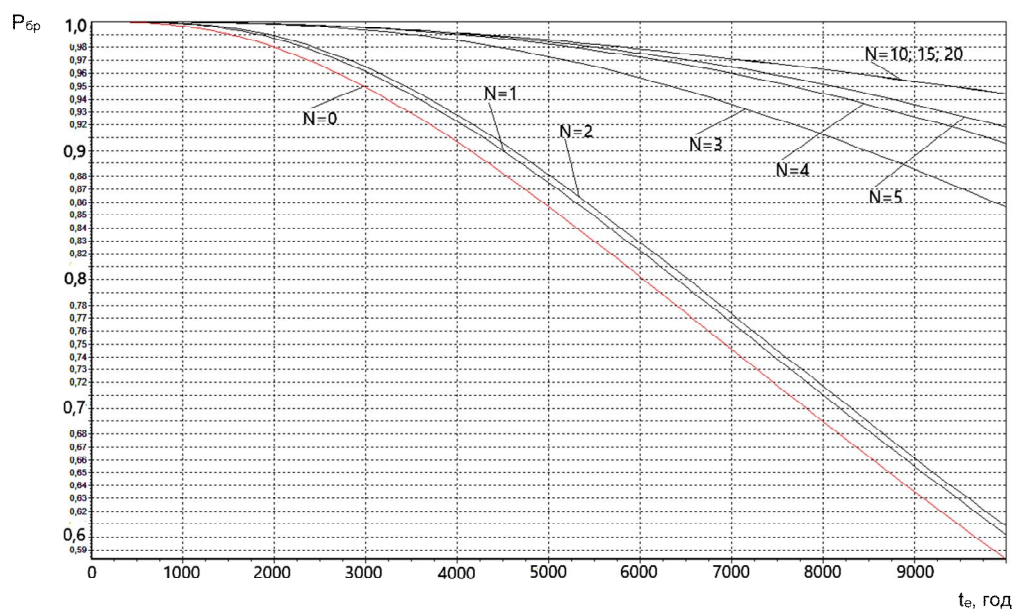


Рис. 3б. Залежності ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ від тривалості її експлуатації до 9000 год для різних значень кількості резервних програмно-апаратних модулів

Таблиця 5

**Вплив кількості резервних ПАМ на значення показників надійності ВСМТ:
ймовірність безвідмовної роботи для тривалості експлуатації 10000 год та
середнє значення тривалостей безвідмовної роботи**

N	0	1	2	3	4	5	10	15	20
$P_{бp}(10000)$	0,58	0,61	0,68	0,857	0,905	0,918	0,944	0,944	0,944
$T_{бp}, \text{ год}$	14432	14799	14917	23865	26647	27491	39005	46261	49657

Зауважимо, що отримані залежності відповідають використаному способу підключення резервних ПАМ (див. рис. 2). Результати, подані на рис. 3а і 3б, показують, що за такого способу підключення резервних ПАМ найбільше зростання ймовірності безвідмовної роботи забезпечує підключення третього резервного ПАМ. Це пояснюється тим, що експлуатаційний ресурс трьох резервних ПАМ використовується максимально. А експлуатаційний ресурс четвертого і п'ятого резервних ПАМ до критичної відмови ВСМТ із правилом голосування {3 із 5} повністю не використовується. Якщо резервних ПАМ більше від п'яти, то експлуатаційний ресурс четвертого і п'ятого ПАМ буде використано. Скільки б не було резервних модулів, кратних п'яти (10, 15, 20), експлуатаційний ресурс останніх двох ПАМ повністю не використовується.

За результатом валідаційного експерименту проєктант побачить і зробить висновок, що збільшувати кількість резервних модулів понад десять для підвищення значень такого показника надійності, як ймовірність безвідмовної роботи, немає сенсу.

У табл. 5 необхідно звернути увагу на різницю між середнім значенням тривалостей безвідмовної роботи ВСМТ без резервних ПАМ ($N = 0$) та середніми значеннями безвідмовної роботи ВСМТ з одним, двома та трьома резервними ПАМ, а також на розміщення відповідних кривих на рис. 3б.

Проаналізувавши ці результати, можна дати проєктантам такі рекомендації: недоцільно вводити в структуру ВСМТ із правилом голосування {3 із 5} один або два резервні модулі, оскільки це неістотно збільшує значення показників надійності. Те саме можна сказати про п'ятий резервний модуль. Його наявність незначно збільшує значення показників надійності порівняно з чотирма резервними модулями в структурі ВСМТ.

Валідаційний експеримент 2. Перевіримо, як впливає збільшення (зміна) значення коефіцієнта старіння ПАМ на значення показників надійності ВСМТ, а саме на ймовірність безвідмовної роботи та на середнє значення тривалостей їхньої безвідмовної роботи. Результати експерименту подано на рис. 4 та в табл. 6.

Таблиця 6

**Вплив значень коефіцієнта старіння ПАМ на значення показників надійності ВСМТ:
ймовірність безвідмовної роботи для тривалості експлуатації 10000 год та
середнє значення тривалостей безвідмовної роботи**

K	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	2	3	4	5	10
$P_{бр}(10000)$	0,9976	0,997	0,995	0,994	0,992	0,988	0,967	0,918	0,875	0,845	0,77
$T_{бр}, \text{год}$	70298	61416	54911	49986	46154	43103	34168	27491	24837	23430	20979

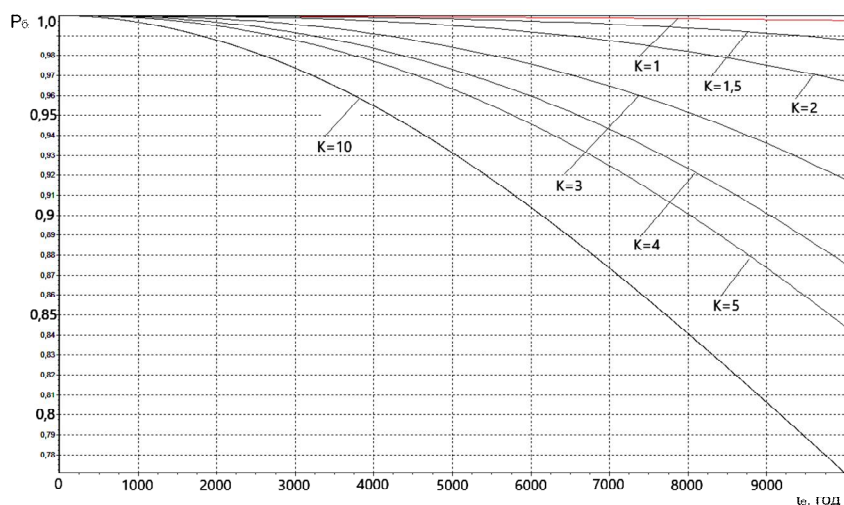


Рис. 4. Залежності ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ від тривалості її експлуатації до 10000 год для різних значень коефіцієнта старіння програмно-апаратних модулів ядра

Аналіз результатів валідаційного експерименту 2. У разі зростання значень коефіцієнта старіння ПАМ програмна стохастична модель експлуатаційної поведінки показує очікуване зменшення значень показників надійності ВСМТ.

Зауважимо, що значення коефіцієнта старіння $K = 1$ визначає (задає) роботу програмної стохастичної моделі без урахування ефекту старіння ПАМ.

Наведені в табл. 6 дані дають змогу проєктанту визначати показники надійності ВСМТ, яка має працювати в різних умовах експлуатації. Умови експлуатації він враховуватиме вибором відповідного значення коефіцієнта старіння.

Валідаційний експеримент 3. Перевіряємо, як впливає зміна значення показника функціональності засобу контролю та діагностики (ймовірність успішного контролю $P_{у.к.}$) на значення показників надійності ВСМТ, а саме на ймовірність безвідмовної роботи та на середнє значення тривалостей їхньої безвідмовної роботи. Результати експерименту 3 подано на рис. 5 та в табл. 7.

Таблиця 7

Вплив значення показника функціональності засобу контролю та діагностики (ймовірність успішного контролю $P_{у.к.}$) на значення показників надійності ВСМТ:

ймовірність безвідмовної роботи для тривалості експлуатації 10000 год та середнє значення тривалостей безвідмовної роботи

$P_{у.к.}$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,92	0,94	0,96	0,98	0,999
$P_{бр}(10000)$	0,702	0,77	0,825	0,875	0,918	0,925	0,931	0,937	0,944	0,9475
$T_{бр}, \text{год}$	19196	21319	23554	25687	27491	27793	28071	28323	28549	28737

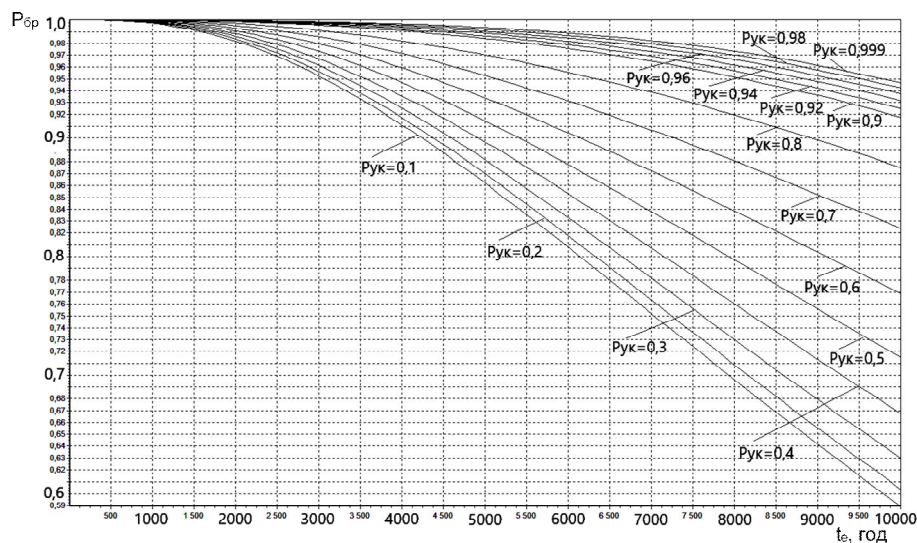


Рис. 5. Залежності ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ від тривалості її експлуатації до 10000 год для різних значень ймовірності успішного завершення процедури контролю і діагностики

Аналіз результатів валідаційного експерименту 3. У разі збільшення значень ймовірності успішного контролю програмна стохастична модель експлуатаційної поведінки показує очікуване зростання значень показників надійності ВСМТ.

Зауважимо, що розглядати залежності показника надійності ВСМТ від значень показників функціональності засобу контролю і діагностики та комутувального пристрою 0,5 і менше з практичного погляду недоцільно. Але ці результати корисні для валідації програмної стохастичної моделі.

Валідаційний експеримент 4. Перевіряємо, як впливає зміна значення показника функціональності комутувального пристрою (ймовірність успішного перемикавання $P_{у.л.}$) на значення показників надійності ВСМТ, а саме на ймовірність безвідмовної роботи та на середнє значення тривалостей їхньої безвідмовної роботи. Результати експерименту 4 подано на рис. 6 та в табл. 8.

Таблиця 8

Вплив значення показника функціональності комутувального пристрою “ймовірність успішного перемикавання $P_{у.л.}$ ” на значення показників надійності ВСМТ: ймовірність безвідмовної роботи для тривалості експлуатації 10000 год та середнє значення тривалостей безвідмовної роботи

$P_{у.л.}$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,92	0,94	0,96	0,98	0,999
$P_{бр}(10000)$	0,715	0,770	0,824	0,875	0,918	0,925	0,932	0,938	0,943	0,947
$T_{бр}, \text{ год}$	19196	21319	23554	25687	27491	27793	28071	28323	28549	28737

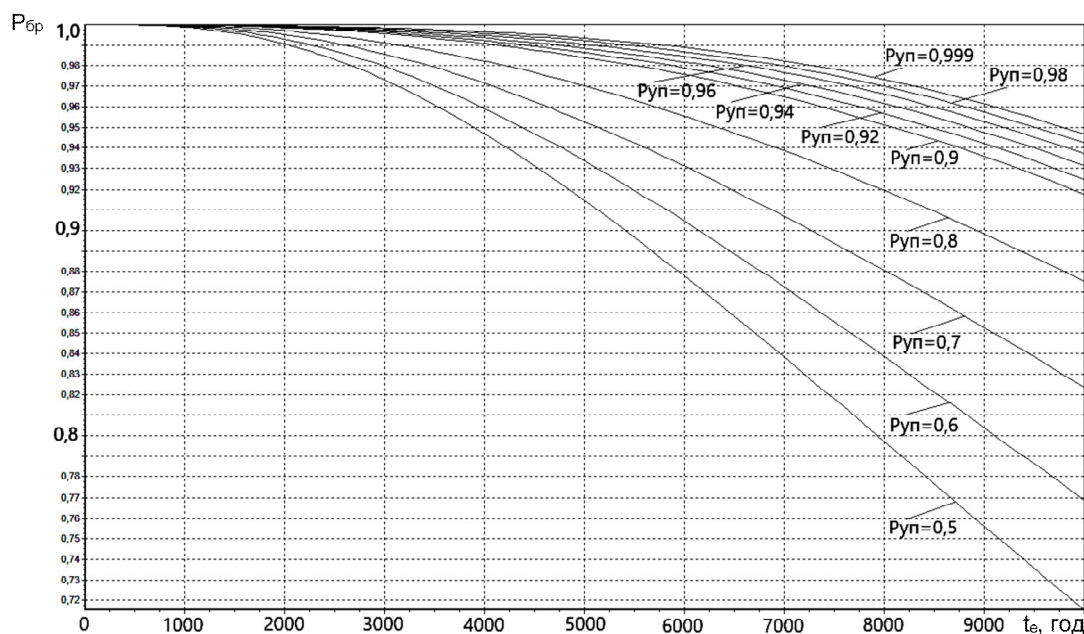


Рис. 6. Залежності ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ від тривалості її експлуатації до 10000 год для різних значень ймовірності успішного завершення процедури відключення несправного ПАМ і підключення резервного

Аналіз результатів валідаційного експерименту 4. Зі збільшенням значення ймовірності успішного перемикавання (вимкнення несправного модуля в ядрі та підключення резервного модуля в ядро) програмна стохастична модель експлуатаційної поведінки показує очікуване зростання значень показників надійності ВСМТ.

Збіг результатів третього і четвертого експериментів очікуваний, оскільки однаковим значенням $P_{у.л.}$ і $P_{у.к.}$ відповідає той самий наслідок – відбувається або не відбувається заміна несправного ПАМ в ядрі резервним ПАМ (не підключення резервного ПАМ).

Валідаційний експеримент 5. Перевіряємо, як впливає зміна значення показника надійності програмно-апаратного модуля (інтенсивність відмов $\lambda_{ПАМ_1}$) на значення показників надійності ВСМТ, а саме на ймовірність безвідмовної роботи та на середнє значення тривалостей їхньої безвідмовної роботи. Результати експерименту 5 наведено на рис. 7 та в табл. 9.

Таблиця 9

Вплив значення показника надійності програмно-апаратного модуля (інтенсивність відмов $\lambda_{ПАМ_1}$) на значення показників надійності ВСМТ: ймовірність безвідмовної роботи для тривалості експлуатації 10000 год та середнє значення тривалостей безвідмовної роботи

$\lambda_1, 1/\text{год}$	1e-4	2e-4	3e-4	4e-4	5e-4	6e-4	7e-4	8e-4	9e-4	1e-3
$P_{бр}(10000)$	0,918	0,643	0,362	0,180	0,085	0,035	0,015	0,005	0,003	0,001
Зі стар. $T_{бр}$, год	27497	13728	9175	6882	5506	4588	3933	3441	3059	2753
Без стар. $T_{бр}$, год	70292	35220	23496	17628	14105	11756	10077	8818	7839	7055

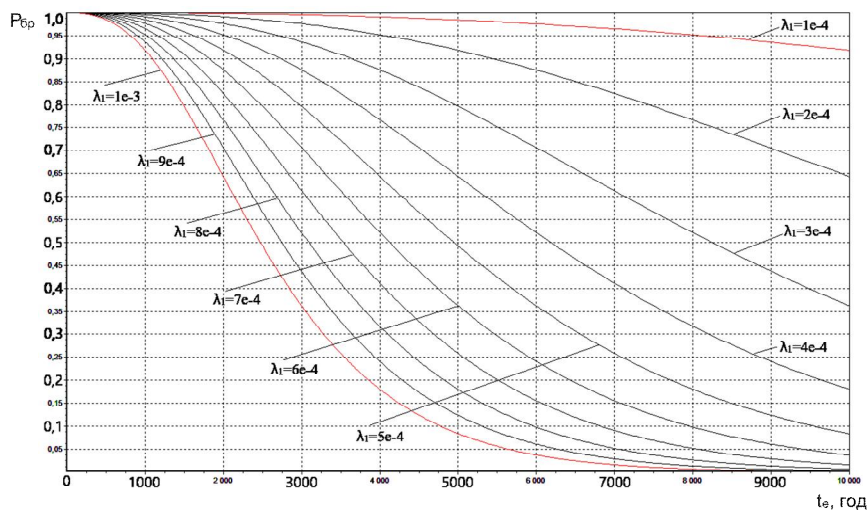


Рис. 7. Залежності ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ від тривалості її експлуатації до 10000 год для різних значень показника надійності програмно-апаратного модуля “інтенсивність відмов”

Аналіз результатів валідаційного експерименту 5. Зі збільшенням значення інтенсивності відмов програмно-апаратного модуля програмна стохастична модель показує очікуване зниження значень показників надійності ВСМТ.

У табл. 9 подано результати розрахунку показника надійності ВСМТ “середнє значення тривалостей безвідмовної роботи”, отримані за допомогою відомої стохастичної моделі [16], в якій не передбачено урахування ефекту старіння. Різниця між значеннями цього показника надійності вказує проєктанту на необхідність брати до уваги ефект старіння під час задавання значень показників надійності та функціональності складових ВСМТ.

Валідаційний експеримент 6. Перевіряємо, як впливає зміна значення показника надійності мажоритарного елемента (інтенсивність відмов $\lambda_{МЕ}$) на значення показників надійності ВСМТ, а саме на ймовірність безвідмовної роботи та на середнє значення тривалостей їх безвідмовної роботи. Результати експерименту 6 подано на рис. 8 та в табл. 10.

Таблиця 10

Вплив значення показника надійності мажоритарного елемента (інтенсивність відмов $\lambda_{МЕ}$) на значення показників надійності ВСМТ: ймовірність безвідмовної роботи для тривалості експлуатації 10000 год та середнє значення тривалостей безвідмовної роботи

$\lambda_{МЕ}, 1/\text{год}$	1e-8	5e-8	1e-7	5e-7	1e-6	5e-6	1e-5	5e-5	1e-4	5e-4
$P_{бр}(10000)$	0,9192	0,9188	0,918	0,914	0,910	0,874	0,830	0,557	0,338	0,006
$T_{бр}$, год	27536	27516	27491	27295	27053	25237	23238	13675	8653	1190

Аналіз результатів валідаційного експерименту 6. У разі збільшення значення інтенсивності відмов мажоритарного елемента програмна стохастична модель показує очікуване зниження значень показників надійності ВСМТ. Результати, відображені на рис. 8, відповідають відомій рекомендації для проєктантів відмовостійких систем мажоритарного типу про те, що значення показника надійності мажоритарного елемента (інтенсивність відмов λ_{ME}) має бути мінімум на два порядки меншим, ніж інтенсивність відмов ПАМ. Результати, наведені в табл. 10, дають проєктанту обґрунтування для внесення (права включити) значення $\lambda_{ME} = 1e^{-6}$ 1/год у вимоги до надійності мажоритарного елемента.

Підсумок до розділу 5. Характер зміни розрахованих кількісних залежностей показників надійності ВСМТ із правилом голосування {3 із 5} від показників надійності та функціональності його складових відповідає передбаченим якісним змінам цих залежностей.

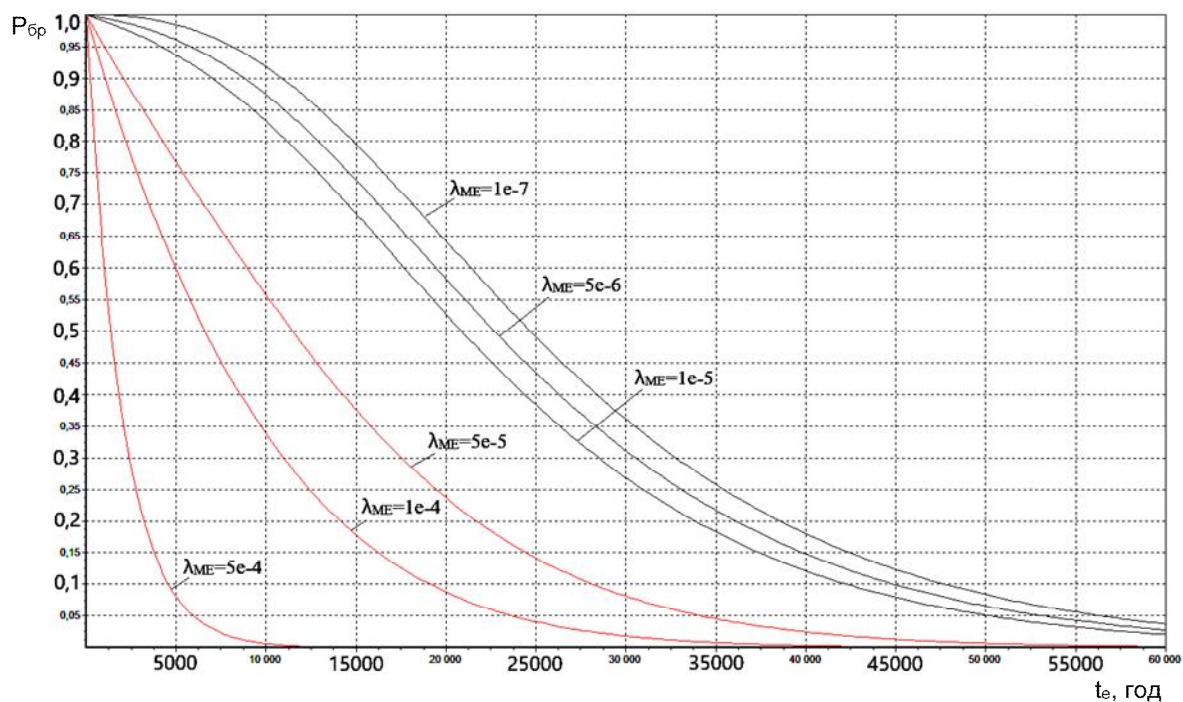


Рис. 8. Залежності ймовірності безвідмовної роботи ВСМТ від тривалості її експлуатації до 60000 год для різних значень показника надійності мажоритарного елемента “інтенсивність відмов”

Виконані валідаційні експерименти із використанням програмної стохастичної моделі експлуатаційної поведінки ВСМТ із правилом голосування {3 із 5} дають підстави очікувати, що результати, які передбачено отримати під час подальших досліджень, будуть достовірними.

Валідаційні експерименти показують (ілюструють) можливості програмної стохастичної моделі для розв’язання проєктних завдань у межах інформаційної технології проєктування відмовостійких систем мажоритарного типу.

Висновки

Розроблена для бібліотеки моделей інформаційної технології проєктування відмовостійких систем програмна стохастична модель експлуатаційної поведінки відмовостійкої системи мажоритарного типу (ВСМТ) із правилом голосування {3 із 5} дає змогу відтворювати будь-яку крутизну зростання інтенсивності відмов модулів ядра, тобто різні швидкості їх старіння. Крутизна зростання інтенсивності визначається вибором співвідношення між значеннями інтенсивності

відмов $\lambda_{ПAM_1}, \lambda_{ПAM_2}, \lambda_{ПAM_3}, \lambda_{ПAM_4}, \lambda_{ПAM_5}$. Так, наприклад, співвідношеннями $\frac{\lambda_{ПAM_5}}{\lambda_{ПAM_4}} = \frac{\lambda_{ПAM_4}}{\lambda_{ПAM_3}} = \frac{\lambda_{ПAM_3}}{\lambda_{ПAM_2}} = \frac{\lambda_{ПAM_2}}{\lambda_{ПAM_1}} = 5$ можна подавати низьку (малу) швидкість старіння модулів ядра. А співвідношеннями $\frac{\lambda_{ПAM_5}}{\lambda_{ПAM_4}} = \frac{\lambda_{ПAM_4}}{\lambda_{ПAM_3}} = \frac{\lambda_{ПAM_3}}{\lambda_{ПAM_2}} = \frac{\lambda_{ПAM_2}}{\lambda_{ПAM_1}} = 100$ – високу швидкість їх старіння.

Зростання значень інтенсивності відмов, яке відображає ефект старіння програмно-апаратного модуля (ПAM), у програмній стохастичній моделі експлуатаційної поведінки забезпечує введення в її структурно-автоматну модель для базової події “відмова модуля” відповідного опису ситуацій.

Для відмовостійкої системи мажоритарного типу із модулями ядра, які старіють, вибір моменту введення в ядро резервних модулів впливатиме на кількість (визначатиме кількість) резервних модулів для заданої тривалості її експлуатації.

Отримані результати валідації стохастичної моделі експлуатаційної поведінки ВСMT із правилом голосування {3 із 5} і з резервними ПAM підтверджують гіпотезу про те, що значення показників надійності ВСMT, а саме середнє значення тривалості безвідмовної роботи та ймовірність безвідмовної роботи за час експлуатації, менші, ніж у разі моделювання ВСMT із незмінними значеннями інтенсивності відмов ПAM. Крім того, що більший приріст значень інтенсивності відмов модулів ядра внаслідок вичерпання ними експлуатаційного ресурсу в процесі експлуатації, то менші значення показників надійності ВСMT. Простежується тенденція, що зі збільшенням приросту значень інтенсивностей відмов ПAM сповільнюється зменшення значень показників надійності.

Урахування зростання інтенсивності відмов модулів ядра під час їх експлуатації підвищує ступінь адекватності надійнісних моделей ВСMT і важливе для практики розв’язання задач надійнісного синтезу відмовостійких систем мажоритарного типу із правилом голосування {3 із 5}.

Список використаних джерел

- [1] Бобало Ю. Я., Волочій Б. Ю., Лозинський О. Ю., Мандзій Б. А., Озірковський Л. Д., Федасюк Д. В., Щербовських С. В., Яковина В. С. Математичні моделі та методи аналізу надійності радіоелектронних, електротехнічних та програмних систем Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2013. 300 с.
- [2] Biernat J. (1994), *The Effect of Compensating Faults Models on NMR System Reliability*, *IEEE Transactions on reliability*, Vol. 43, No. 2. P. 294–300.
- [3] Yacoub S., Lin X., Simske S., Burns J. (2003), *Automating the Analysis of Voting Systems*, *Software Reliability Engineering*. ISSRE. pp. 203–214.
- [4] Ingle A., Siewiorek D. (1973), *A Reliability Model for Various Switch Designs in Hybrid Redundancy*. Carnegie Mellon University. 43 p.
- [5] MIL-HDBK-202: *Test Methods for Electronic and Electrical Component Parts*.
- [6] MIL-HDBK-217F: *Reliability Prediction for Electronic Equipment*.
- [7] *Methodology for Ageing Management of Nuclear Power Plant Component Important to Safety*. IAEA-TRS-338, IAEA Vienna, 1992. 62 p.
- [8] *Evaluating the Effects of Aging on Electronic Instrument and Control Circuit Boards and Components in Nuclear Power Plants*. URL: <https://www.osti.gov/servlets/purl/841248>.
- [9] Харченко В. С., Скляр В. В., Герасименко А. Д. Модели надежности информационно-управляющих систем с сетевым многоярусным мостиковым мажоритированием. *Радіоелектронні і комп’ютерні системи*. 2007. № 6. С. 196–201. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/recs_2007_6_38

- [10] Smith D. J. (2017), *Reliability, Maintainability and Risk (Ninth Edition) Practical Methods for Engineers*, Published Elsevier Butterworth-Heinemann. 478 p.
- [11] Харченко В. С., Пискачев І. В. Метод многоверсионного мажоритарного резервирования цифровых управляющих вычислительных систем и исследование их с использованием имитационного моделирования. Системи обробки інформації. 2003, № 5. С. 120–125.
- [12] Koren Israel. Krishna C. Mani (2007), *Fault tolerant systems*. Morgan Kaufmann Publishers is an imprint of Elsevier. 378 p.
- [13] Dubrova E. (2007), *Fault tolerant design: an introduction*. Department of Microelectronics and Information Technology Royal Institute of Technology Stockholm, Sweden. Kluwer Academic Publishers, 150 p.
- [14] Balasubramanian P. (2016), *System Reliability, Fault Tolerance and Design Metrics Tradeoffs in the Distributed Minority and Majority Voting Based Redundancy Scheme*. WSEAS TRANSACTIONS on SYSTEMS. vol. 16, pp. 59–62.
- [15] Shooman Martin L. (2002), *Reliability of Computer Systems and Networks: Fault Tolerance, Analysis, and Design*. John Wiley & Sons, Inc., New York. 528 p.
- [16] Volochiy B., Yakubenko B., Zmysnyi M. (2020), *The Reliability Model of Fault-Tolerant System with the Majority Structure and Considering the Change in the Failure Rate of the Core Module During Operation*.// *Proceedings of 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET-2020)*, Lviv–Slavske, Ukraine, February 25–29.2020, p. 739–744. Paper ID 211.
- [17] Волочій Б. Ю. Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем. Львів: Вид-во Національного університету “Львівська політехніка”, 2004. 220 с.
- [18] Fedasiuk D. V., Volochiy S. B. (2016), *Methods of structural-automaton models development for discrete-continuous stochastic systems* // *Scientific journal “Radioelectronic and computer systems”*. Kharkiv: KhAI, No. 6(80). P. 24–34.
- [19] Fedasyuk, D., Volochiy, S. *Method of Developing the Structural-Automaton Models of Fault-Tolerant Systems [Text]*. *Proceedings 14th International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)”*, 21–25 February 2017, Polyana, Ukraine. pp. 22–26.
- [20] Федасюк Д. В., Волочій С. Б. Методика розроблення структурно-автоматних моделей відмовостійких систем з альтернативними продовженнями випадкових процесів після процедур контролю, перемикання і відновлення. Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”: “Комп’ютерні науки та інформаційні технології”. 2017. № 864. С. 49–62.
- [21] Волочій Б. Ю., Озірковський Л. Д. Системотехнічне проектування телекомунікаційних мереж: практикум. Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2012. 128 с.
- [22] Волочій Б. Ю., Якубенко В. М., Змисний М. М. Надійнісна модель відмовостійкої системи на основі мажоритарної структури {3 із 5} з комбінованим структурним резервуванням та з відновленням. Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” № 885. Радіoeлектроніка та телекомунікації. 2017. С. 154–167.
- [23] Волочій Б. Ю., Якубенко В. М., Сальник Ю. П., Змисний М. М. Дослідження впливу старіння модулів ядра відмовостійкої системи мажоритарного типу на значення показників її надійності. Системи управління, навігації і зв’язку. Вип. 1 (63). Полтава: Нац. ун-т “Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка”, 2021. С. 36–44.
- [24] Волочій Б. Ю., Озірковський Л. Д., Муляк О. В., Змисний М. М. Надійнісна модель відмовостійкої програмно-апаратної системи на основі мажоритарної структури з ковзним резервуванням та автоматичним перезавантаженням програмного забезпечення. Радіoeлектронні і комп’ютерні системи, № 5 (64). Харків: Нац. аерокосмічний ун-т ім. М. Є. Жуковського “Харківський авіаційний інститут”, 2013. С. 221–226.
- [25] Volochiy B., Ozirkovsky L., Zmysnyi M., Kulyk I. *Designing of fault-tolerant radio electronic systems with complex majority structures [Text]*. *Радіoeлектронні та комп’ютерні системи*. Харків, 2016. № 6 (80). С. 120–129.

**THE SOFTWARE STOCHASTIC MODEL
OF OPERATING BEHAVIOR OF FAILURE-RESISTANT SYSTEMS
WITH MAJORITY TYPE OF VOTING
{3 of 5}**

B. Volochiy¹, V. Yakubenko¹, Y. Salnyk², P. Chernyshuk¹

¹ *Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandery Str., Lviv, 79013, Ukraine*

² *Hetman Petro Sagaidachny National Academy of Land Forces, 32, Heroiv Maidan Str., Lviv, 79026, Ukraine*

The software stochastic model of operating behavior of failure-resistant systems with majority type of voting {3 of 5} is intended for information technology design of communication or technological systems of critical infrastructure facilities. In the proposed software stochastic model of a fault-tolerant majoritarian system, besides the reliability indices of core and majoritarian modules (intensity of failures), indices of control and switching device functionality, limitation of the number of reserve modules, the effect of aging (exhaustion of the operational resource) is taken into account. Since module aging corresponds to the growth of failure rate after a certain duration of their operation, we show a method of accounting for this growth in the stochastic model. The method is based on the hypothesis that the failure of the first module in the core of a majoritarian structure “informs” about the proximity of exhaustion of the operational resource and other modules of the core. Therefore, it is wrong to suppose that after replacement of the faulty reserve module, the other kernel modules have an initial service life. A structural-automatic model of operational behavior of fault-tolerant majority-type systems, which constitutes a software stochastic model, has been developed. Validation studies of the stochastic model have been performed.

Key words: *reliability; fault-tolerant system; reliable design; majority structure; sliding redundancy.*