

**М. Б. Семенюк**

Національний університет «Львівська політехніка»,  
кафедра електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем,  
mykola.b.semeniuk@lpnu.ua,

**А. С. Куцик**

Національний університет «Львівська політехніка»,  
кафедра електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем,  
andrii.s.kutsyk@lpnu.ua,

**В.О. Місюренко**

Національний університет «Львівська політехніка»,  
кафедра електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем,  
valerii.o.misiurenko@lpnu.ua

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТОТНО-КЕРОВАНОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ З ДВООБМОТКОВОЮ АСИНХРОННОЮ МАШИНОЮ З ВРАХУВАННЯМ ПРОСТОРОВИХ ГАРМОНІК

<http://doi.org/10.23939/>

© М.Б. Семенюк, А.С. Куцик, В.О. Місюренко

Математичне моделювання частотно-керованого асинхронного електроприводу з двообмотковою машиною, зазвичай, полягає у використанні колових математичних моделей для дослідження перехідних та усталених режимів роботи. Такі моделі не враховують просторових гармонік. Під просторовими гармоніками машини розуміється гармоніки розподілу витків обмотки в пазах статора машини. Для дослідження впливу просторових гармонік на струм статора та електромагнітний момент двообмоткової машини, переважно, використовуються математичні моделі на основі методу скінченних елементів (FEM). Такі моделі дають змогу дослідити лише усталені електромагнітні процеси двообмоткової машини. Тому розроблення колової математичної моделі частотно-керованого електроприводу з двообмотковою машиною, яка враховує просторові гармоніки для дослідження усталених та перехідних режимів роботи частотно-керованого асинхронного електроприводу є актуальним науковим завданням.

У розробленій авторами коловій математичній моделі частотно-керованого електроприводу з двообмотковою асинхронною машиною застосовано оригінальний спосіб врахування просторових гармонік намагнічувальної сили шляхом введення гармонічних складових в індуктивність намагнічення у випадку живлення її обмоток від шеститактних інверторів напруги.

Математичне моделювання частотнорегульованого електроприводу з двообмотковою машиною продемонструвало наявність низькочастотних гармонік в струмах статора та, відповідно, в електромагнітному моменті, які обумовлені просторовими гармоніками розподілу витків обмоток в пазах статора та часовими гармоніками живлення машини від шеститактних інверторів напруги.

Гармонічний аналіз струму статора та електромагнітного моменту двообмоткової машини при її живленні від двох шеститактних інверторів напруги з використанням математичних моделей машини з врахуванням просторових гармонік та без такого врахування свідчить, що

**визначальними на формування кривих струму статора та моменту машини, вхідного струму інверторів напруги є часові гармоніки системи живлення.**

**Ключові слова: двообмоткова асинхронна машина, частотнорегульований електропривід, шеститактний інвертор напруги, математичне моделювання**

### **Вступ**

Частотно-керований електропривід з двообмотковою асинхронною машиною використовуються як альтернативне схемотехнічне рішення класичному електроприводу з трифазною однообмотковою машиною. Математичне моделювання частотно-керованого асинхронного електроприводу з двообмотковою машиною, зазвичай, полягає у використанні колових математичних моделей для дослідження перехідних та усталених режимів роботи електроприводу. Слід зазначити, що такі моделі не враховують просторових гармонік намагнічувальної сили двообмоткової машини, які мають вплив на струм та електромагнітний момент машини [1,2].

### **Аналіз останніх досліджень. Постановка проблеми**

Частотно-керований електропривід з двообмотковою асинхронною машиною має цілу низку переваг в порівнянні з класичним електроприводом з однообмотковою трифазною машиною, які полягають в підвищеній електромагнітній сумісності, електромеханічній сумісності машини з навантаженням та підвищеній відновостійкості машини [3,4]. Остання перевага двообмоткової машини полягає в роботі машини у випадку аварійних режимів роботи, наприклад, обриву однієї чи кількох фаз, короткого замикання в колі інвертора чи машини. За таких умов електрична машина продовжує працювати з дещо гіршими характеристиками на відміну від класичної трифазної однообмоткової машини [5,6]. У публікаціях [1,2] розглядаються аварійні режими шестифазної машини при синусоїдному живленні. У цих та подібних публікаціях при моделюванні двообмоткової машини не враховується вплив просторових гармонік намагнічувальної сили, обумовлених несинусоїдним розподілом витків обмотки машини в просторі. Водночас, як показано в [7,8] просторові гармоніки впливають на форму струму та електромагнітного моменту двообмоткової машини.

Для дослідження впливу просторових гармонік на електромагнітний момент двообмоткової машини, зазвичай, використовуються математичні моделі на основі методу скінченних елементів (FEM) [9,10]. Такі моделі дають змогу дослідити лише усталені електромагнітні процеси двообмоткової машини [11,12]. Тому розроблення математичної моделі частотно-керованого електроприводу з двообмотковою машиною, яка враховує просторові гармоніки та взаємні впливи між просторовими та часовими гармоніками для дослідження усталених та перехідних режимів роботи частотно-керованого асинхронного електроприводу є актуальним науковим завданням.

### **Формування цілей статті**

Метою викладеного в статті дослідження є розроблення математичної моделі частотно-керованого електроприводу з двообмотковою асинхронною машиною з врахуванням просторових гармонік, аналіз взаємних впливів просторових та часових гармонік на струм статора та електромагнітний момент двообмоткової асинхронної машини в усталених та перехідних режимах роботи при її живленні від інверторів напруги. Такий аналіз здійснювався з використанням розробленої математичної моделі, адекватність якої підтверджено результатами експериментальних досліджень на лабораторному стенді з двообмотковою машиною.

### **Виклад основного матеріалу**

Частотно-керований електропривід з двообмотковою асинхронною машиною складається з двообмотковської асинхронної машини БРІМ. Дві трифазні обмотки статора асинхронної машини, отримують живлення від двох шеститактних інверторів напруги VSI1 та VSI2, вихідні напруги яких

зміщені в часі на 60 електричних градусів (рис.1). Інвертори напруги під'єднані входом до джерела постійної напруги  $U_{вх}$ .

Для аналізу енергетичних та електромеханічних характеристик частотно-керovanого електроприводу з двообмотковою асинхронною машиною розроблено математичну модель системи методом середніх напруг на кроці чисельного інтегрування [13].

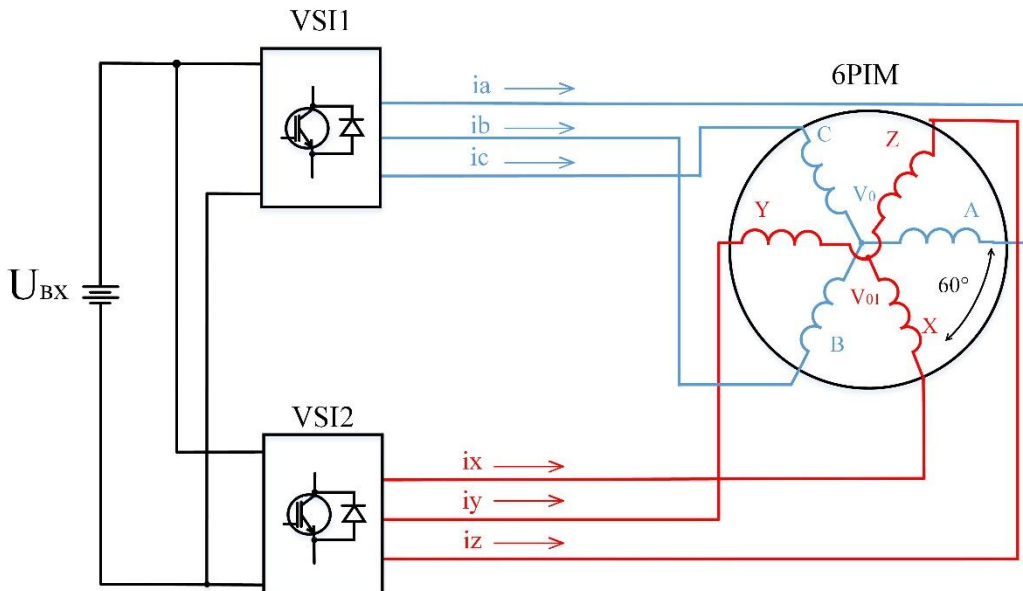


Рис. 1. Функціональна схема частотно-керovanого електроприводу з двообмотковою асинхронною машиною

#### Опис методу та моделі двообмоткової асинхронної машини

Рівняння для електричної вітки, яка складається з активного опору та індуктивності та ємності згідно з методом середніх напруг має вигляд:

$$U - u_{R0} - u_{C0} - \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^k \frac{\partial}{\partial t} i_0 + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^k i_0 + \frac{\partial}{\partial t} (y_0 - y_1) = 0. \quad (1)$$

де  $i_0$ —струм вітки на початку кроку інтегрування;  $m$ —порядок полінома, який описує криву струму на кроці чисельного інтегрування (порядок методу);  $U = \frac{1}{D_t} \int_{t_0}^{t_0+D_t} \dot{u} dt$  —середнє значення напруги вітки

на кроці чисельного інтегрування,  $u_{R0}$ —напруга на активному опорі на початку кроці чисельного інтегрування,  $\psi_0, \psi_1$ — потозчеплення на початку та в кінці кроку чисельного інтегрування,  $D_t$ —крок чисельного інтегрування.

Застосувавши рівняння (1) для обмоток статора та ротора двообмоткової машини та врахування приросту потозчеплення на кроці чисельного інтегрування  $D_t \dot{u}_{am} = L_{am1} \dot{i}_1 - L_{am0} \dot{i}_0$ , векторне рівняння методом другого порядку буде мати вигляд:

$$U - R \dot{i}_0 + \frac{\partial R}{\partial t} \dot{i}_0 + \frac{L_{am0}}{D_t} \frac{\partial}{\partial t} \dot{i}_0 - \frac{R D_t}{6} \frac{d i_0}{dt} - \frac{\partial R}{\partial t} \dot{i}_1 + \frac{L_{am1}}{D_t} \frac{\partial}{\partial t} \dot{i}_1 = 0, \quad (2)$$

де  $U = \frac{1}{D_t} \int_{t_0}^{t_0+D_t} \dot{u}_{am}(t) dt$  - вектор середніх напруг на кроці чисельного інтегрування,

$u_{am} = (u_A, u_B, u_C, u_X, u_Y, u_Z, u_a, u_b, u_c)^T = (u_A, u_B, u_C, u_X, u_Y, u_Z, 0, 0, 0)^T$  - вектор миттєвих значень напруг,

$\overset{r}{i}_0 = (i_{A0}, i_{B0}, i_{C0}, i_{X0}, i_{Y0}, i_{Z0}, i_{a0}, i_{b0}, i_{c0})^T$ ,  $\overset{r}{i}_1 = (i_{A1}, i_{B1}, i_{C1}, i_{X1}, i_{Y1}, i_{Z1}, i_{a1}, i_{b1}, i_{c1})^T$  - вектор струмів на початку та в кінці кроку чисельного інтегрування,  $\mathbf{R} = \text{diag}(R_A, R_B, R_C, R_X, R_Y, R_Z, R_a, R_b, R_c)$  - матриця активних опорів.  $\mathbf{L}_{am0} = \mathbf{L}_{am}(\mathbf{g}_{R0})$ ,  $\mathbf{L}_{am1} = \mathbf{L}_{am}(\mathbf{g}_{R1})$  - матриця індуктивностей на початку та в кінці кроку чисельного інтегрування,  $\mathbf{g}_{R0}$ ,  $\mathbf{g}_{R1}$  - кут повороту ротора на початку та в кінці кроку чисельного інтегрування.

Для визначення струмів двообмоткової асинхронної машини згідно з методом середніх напруг другого порядку необхідна інформація про похідні струмів, які визначаються з виразу:

$$\overset{r}{U} = \mathbf{R} \overset{r}{i} + \frac{d\overset{r}{y}_{am}(\overset{r}{i}, \mathbf{g}_R)}{dt}, \quad (3)$$

Враховуючи, що потозчеплення у виразі (3) є функцією струмів та кута повороту ротора, похідні потозчеплення визначаються таким чином:

$$\frac{d\overset{r}{y}_{am}(\overset{r}{i}, \mathbf{g}_R)}{dt} = \frac{\overset{r}{y}_{am}(\overset{r}{i}, \mathbf{g}_R)}{\overset{r}{i}} \frac{d\overset{r}{i}}{dt} + \frac{\overset{r}{y}_{am}(\overset{r}{i}, \mathbf{g}_R)}{\mathbf{g}_R} \frac{d\mathbf{g}_R}{dt} = \mathbf{L}_{am} \frac{d\overset{r}{i}}{dt} + \frac{\overset{r}{L}_{am}}{\mathbf{g}_R} \overset{r}{i} p \omega = \overset{r}{E}_{TR} + \overset{r}{E}_{ROT}, \quad (4)$$

де  $p$  - кількість пар полюсів,  $\omega$  - частота обертання,  $\overset{r}{E}_{TR}$ ,  $\overset{r}{E}_{ROT}$  - електрорушійна сила трансформації та електрорушійна сила обертання (складові електрорушійної сили обмоток статора).

Відповідно до виразів (3) та (4) похідні струмів визначаються за формулою:

$$\frac{d\overset{r}{i}}{dt} = \frac{\overset{r}{U}}{\mathbf{R}} - \overset{r}{i} - \frac{\overset{r}{L}_{am}}{\mathbf{g}_R} \overset{r}{i} p \omega \overset{r}{L}_{am}^{-1}, \quad (5)$$

Вирази для кута повороту ротора та кутової швидкості двообмоткової машини мають вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{g}_R}{dt} &= p \omega, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{T_e - T_L}{J}. \end{aligned} \quad (6)$$

де  $T_L$  - статичний момент навантаження,  $T_e$  - електромагнітний момент двообмоткової машини,  $J$  - момент інерції машини

Електромагнітний момент двообмоткової машини визначається згідно з виразом:

$$T_e = \frac{3}{2} p L_m (i_{rb} i_{sa} - i_{ra} i_{sb}), \quad (7)$$

де  $i_{sa}, i_{sb}, i_{ra}, i_{rb}$  - струми обмоток статора в системі координат  $\alpha\beta$ , які визначають згідно з такими виразами:

$$\begin{aligned} i_{sa} &= \frac{2}{3} \frac{e}{e} i_A \cos(0) + i_B \cos(r) + i_C \cos(2r) + i_X \cos\left(\frac{p}{3} \frac{\ddot{u}}{\omega} + i_Y \cos\left(\frac{p}{3} + r\right) + i_Z \cos\left(\frac{p}{3} + 2r\right) + 2r \frac{\ddot{u}}{\omega}\right), \\ i_{sb} &= \frac{2}{3} \frac{e}{e} i_A \sin(0) + i_B \sin(r) + i_C \sin(2r) + i_X \sin\left(\frac{p}{3} \frac{\ddot{u}}{\omega} + i_Y \sin\left(\frac{p}{3} + r\right) + i_Z \sin\left(\frac{p}{3} + 2r\right) + 2r \frac{\ddot{u}}{\omega}\right), \\ i_{ra} &= \frac{2}{3} [i_a \cos(\mathbf{g}_R) + i_b \cos(\mathbf{g}_R - r) + i_c \cos(\mathbf{g}_R - 2r)], \\ i_{rb} &= \frac{2}{3} [i_a \sin(\mathbf{g}_R) + i_b \sin(\mathbf{g}_R - r) + i_c \sin(\mathbf{g}_R - 2r)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Матриця індуктивностей двообмоткової асинхронної машини має вигляд:

$$\mathbf{L}_{am}(\mathbf{g}_R) = \begin{pmatrix} \hat{e} \mathbf{L}_{s1s1} & \mathbf{L}_{s1s2} & \mathbf{L}_{s1r} \\ \hat{e} \mathbf{L}_{s1s2}^T & \mathbf{L}_{s2s2} & \mathbf{L}_{s2r} \\ \hat{e} \mathbf{L}_{s1r}^T & \mathbf{L}_{s2r}^T & \mathbf{L}_{rr} \end{pmatrix} \overset{r}{U}, \quad (9)$$

де матриця власних та взаємних індуктивностей для обмоток статора (s1 та s2) та ротора (r):

$$\mathbf{L}_{s1s1} = \mathbf{L}_{s2s2} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}L_m/3 + L_{s1} & -L_m/3 & -L_m/3 \\ \hat{e} & -L_m/3 & 2L_m/3 + L_{s1} \\ \hat{e} & -L_m/3 & -L_m/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{L}_{rr} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}L_m/3 + L_{s2} & -L_m/3 & -L_m/3 \\ \hat{e} & -L_m/3 & 2L_m/3 + L_{s2} \\ \hat{e} & -L_m/3 & -L_m/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

Матриця взаємних індуктивностей між обмотками статора двообмоткової машини:

$$\mathbf{L}_{s1s2} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \hat{e} L_m \cos\left(\frac{\alpha}{3}\right) & L_m \cos\left(\frac{\alpha}{3} + r\right) & L_m \cos\left(\frac{\alpha}{3} - r\right) \\ \hat{e} L_m \cos\left(\frac{\alpha}{3} - r\right) & L_m \cos\left(\frac{\alpha}{3}\right) & L_m \cos\left(\frac{\alpha}{3} + r\right) \\ \hat{e} L_m \cos\left(\frac{\alpha}{3} + r\right) & L_m \cos\left(\frac{\alpha}{3} - r\right) & L_m \cos\left(\frac{\alpha}{3}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

Матриця взаємних індуктивностей між обмотками статора та ротора двообмоткової машини:

$$\mathbf{L}_{s1r} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \hat{e} L_m \cos(g_R) & L_m \cos(g_R + r) & L_m \cos(g_R - r) \\ \hat{e} L_m \cos(g_R - r) & L_m \cos(g_R) & L_m \cos(g_R + r) \\ \hat{e} L_m \cos(g_R + r) & L_m \cos(g_R - r) & L_m \cos(g_R) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{L}_{s2r} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \hat{e} L_m \cos\left(g_R - \frac{p}{3}\right) & L_m \cos\left(g_R - \frac{p}{3} + r\right) & L_m \cos\left(g_R - \frac{p}{3} - r\right) \\ \hat{e} L_m \cos\left(g_R - \frac{p}{3} - r\right) & L_m \cos\left(g_R - \frac{p}{3}\right) & L_m \cos\left(g_R - \frac{p}{3} + r\right) \\ \hat{e} L_m \cos\left(g_R - \frac{p}{3} + r\right) & L_m \cos\left(g_R - \frac{p}{3} - r\right) & L_m \cos\left(g_R - \frac{p}{3}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Для врахування впливу просторових гармонік в розробленій моделі пропонується введення вищих часових гармонік до складу індуктивності намагнічування. Даний спосіб для випадку синусоїдального живлення двообмоткової машини запропоновано і описано авторами в публікації [7]. У цьому випадку, гармонічний склад індуктивності намагнічування відповідає гармонічному складу модуля намагнічувальної сили, який визначається на основі аналітичного опису взаємодії просторових гармонік функції витків з часовими гармоніками живлення. Такий опис подано в [7], згідно з яким вираз для індуктивності намагнічування матиме вигляд:

$$L_m = L_0 + L_6 \cos(6\omega t) + L_{12} \cos(12\omega t). \quad (13)$$

Зазначимо, що введення 6-ї та 12-ї гармонік до складу індуктивності намагнічування дає змогу врахувати відповідні гармоніки у модулі намагнічувальної сили асинхронної машини, які зумовлені взаємодією 5-ї та 7-ї просторових гармонік функції витків з першою гармонікою живлення. Ці гармоніки будуть присутні і у складі електромагнітного моменту.

### Перевірка адекватності математичної моделі

Для перевірки адекватності розробленої моделі та дослідження гармонічного вмісту струму статора двообмоткової машини було проведено експериментальні дослідження режимів роботи двообмоткової асинхронної машини (рис. 2) зі зміщенням трифазних обмоток статора в просторі на кут 60 електричних градусів при синусоїдному живленні її обмоток. Експериментальна установка складається з двообмоткової асинхронної машини та двох трансформаторів, які живлять дві трифазні обмотки напругами зміщеними на 60 електричних градусів в часі.



Рис. 2. Лабораторний взірець двообмоткової асинхронної машини зі зміщенням трифазних обмоток статора на 60 електричних градусів

Порівняння результатів фізичного експерименту та математичного моделювання двообмоткової асинхронної машини зі зміщенням трифазних обмоток на 60 електричних градусів свідчать про їх високу збіжність (рис.3) та наведено в [7].

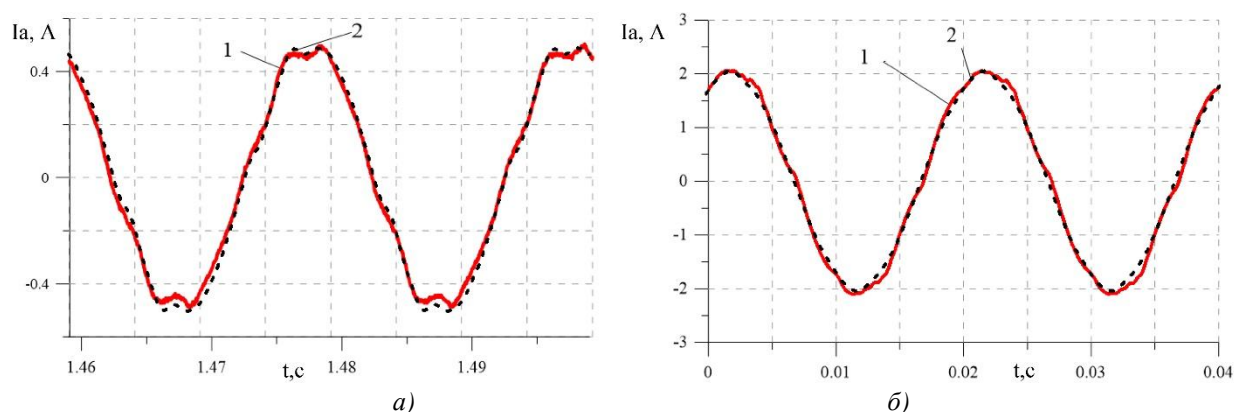


Рис. 3. Струм статора двообмоткової асинхронної машини зі зміщенням трифазних обмоток статора на 60 електричних градусів у випадку неробочого ходу та номінального навантаження: експериментальні результати (крива 1) та результати математичного моделювання (крива 2)

### Результати дослідження

Дослідження частотнорегульованого асинхронного електроприводу з двообмотковою асинхронною машиною у режимі частотного запуску з 20% моментом навантаження та накид номінального навантаження (рис.4 - рис.5). Паспортні дані двообмоткової машини:  $P_N = 1.5$  кВт,  $U_N = 400$  В,  $I_N = 1.43$  А,  $n = 2812$  об/хв,  $T_N = 5.04$  Нм,  $L_{\sigma 1} = 0.06$  Гн,  $L'_{\sigma 2} = 0.01$  Гн,  $L_m = 1.3$  Гн,  $R_1 = 8.0$  Ом,  $R'_2 = 4.0$  Ом та  $J = 0.015$  кг·м<sup>2</sup>.

Під час частотного запуску двообмоткового асинхронного двигуна діюче значення напруг статора та їх частоти лінійно збільшується до номінальних значень протягом 2 с (рис.4, а). Максимальні значення струмів статора під час частотного пуску в 1.7 рази перевищували усталене значення (рис. 4, б).

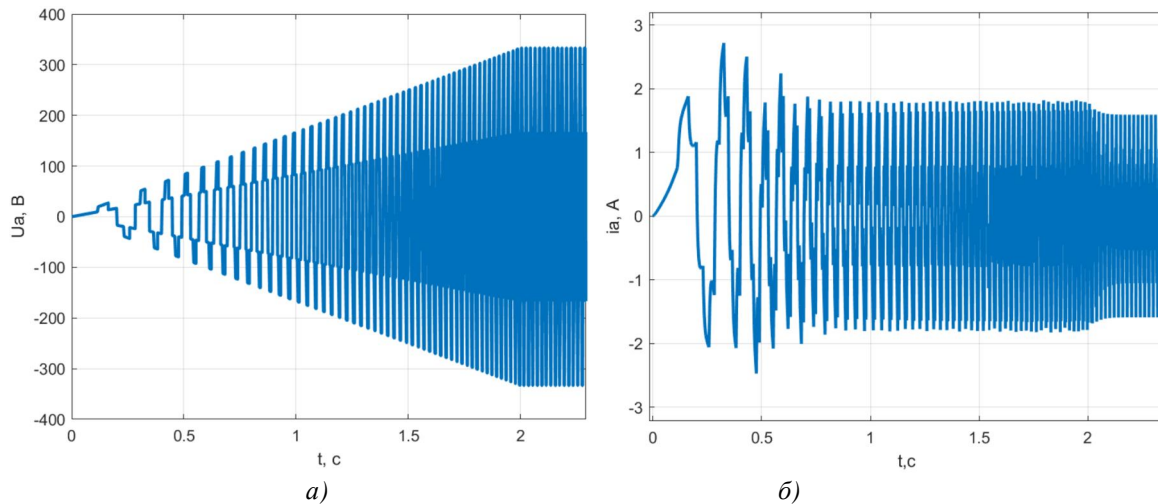


Рис. 4. Фазна напруга (а) та фазний струм (б) статора двообмоткового асинхронного двигуна під час його частотного запуску

Частота обертання двообмоткового асинхронного двигуна під час запуску наростає до усталеного значення за 2.1 с (рис. 5,а), що визначається моментом інерції механізму, при цьому в електромагнітному моменті відсутні ударні коливання, які притаманні для прямого запуску асинхронних двигунів (рис.5,б).

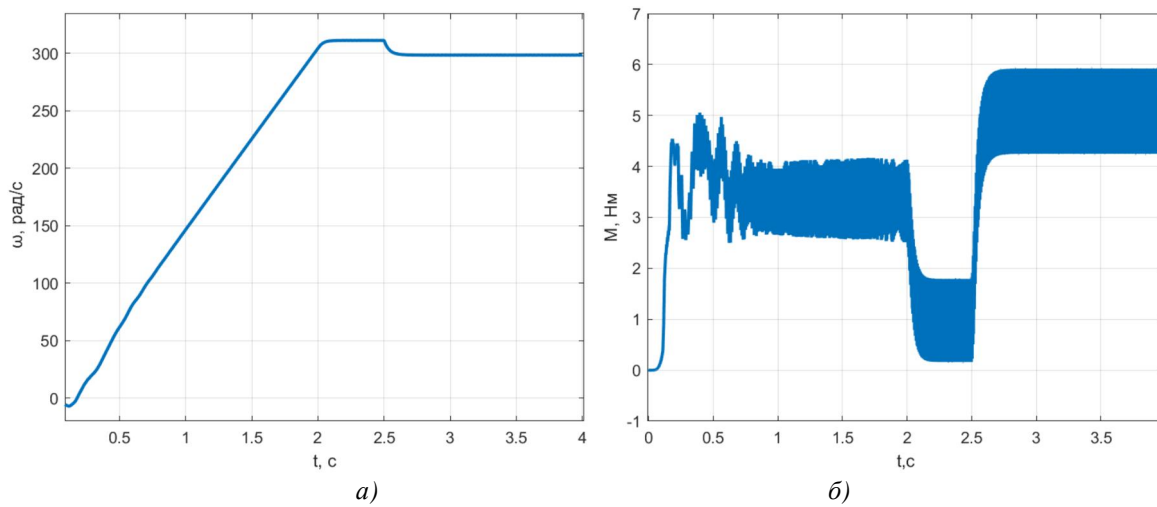


Рис. 5. Кутова швидкість (а) та електромагнітний момент (б) двообмоткового асинхронного двигуна під час його частотного запуску

Використання шеститактних автономних інверторів напруги з законом роботи ключів  $180^\circ$  забезпечує ступінчасту напругу, що усуває проблеми перенапруг на обмотках статора двигунів у випадку використання автономного інвертора напруги з широтно-імпульсною модуляцією. У частотнорегульованого електроприводу з двообмотковою асинхронною машиною вихідні напруги двох шеститактних інверторів зміщуються в часі на  $60$  електричних градусів (рис.б).

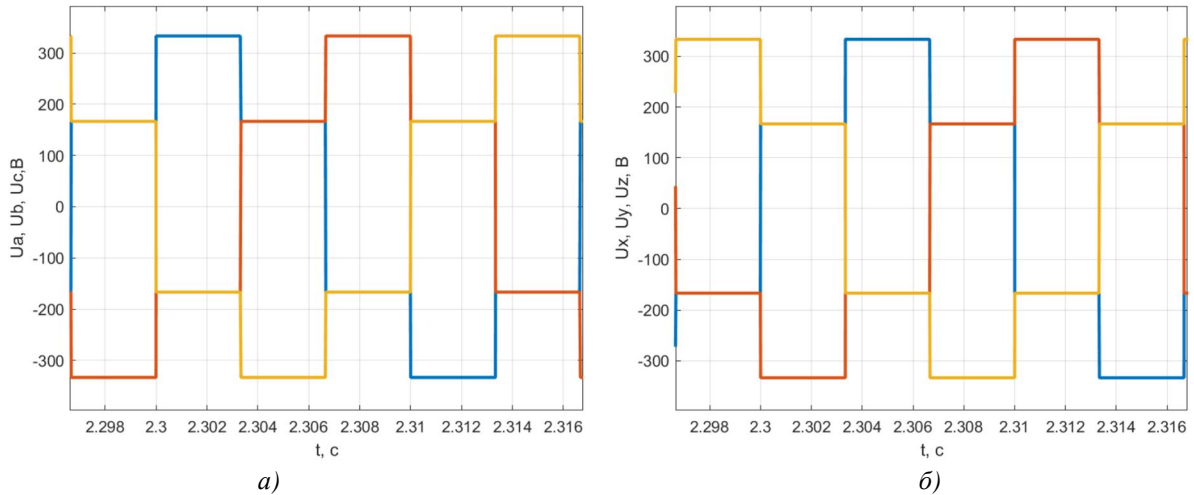


Рис. 6. Фазні напруги статора першої (а) та другої (б) трифазної обмоток двообмоткового асинхронного двигуна

У струмах статора двообмоткової асинхронної машини присутні низькочастотні гармоніки, які враховують часові гармоніки живлення від шеститактних інверторів напруги та просторові гармоніки розміщення обмоток в пазах статора машини (рис.7). Зазначимо, що коефіцієнт вищих гармонік струму THD становить 114.08% у випадку 20% навантаження машини та 31.33% у випадку 100 % навантаження. Найбільший вплив мають на струм мають 5 та 7 гармоніки. Гармонічний аналіз струму двообмоткової асинхронної машини з врахуванням просторових гармонік машини та без такого врахування наведено в табл. 1. Відмітимо, що коефіцієнт вищих гармонік струму THD без врахування просторових гармонік машини становить 112.04% у випадку 20% навантаження машини та 30.68% у випадку 100 % навантаження.

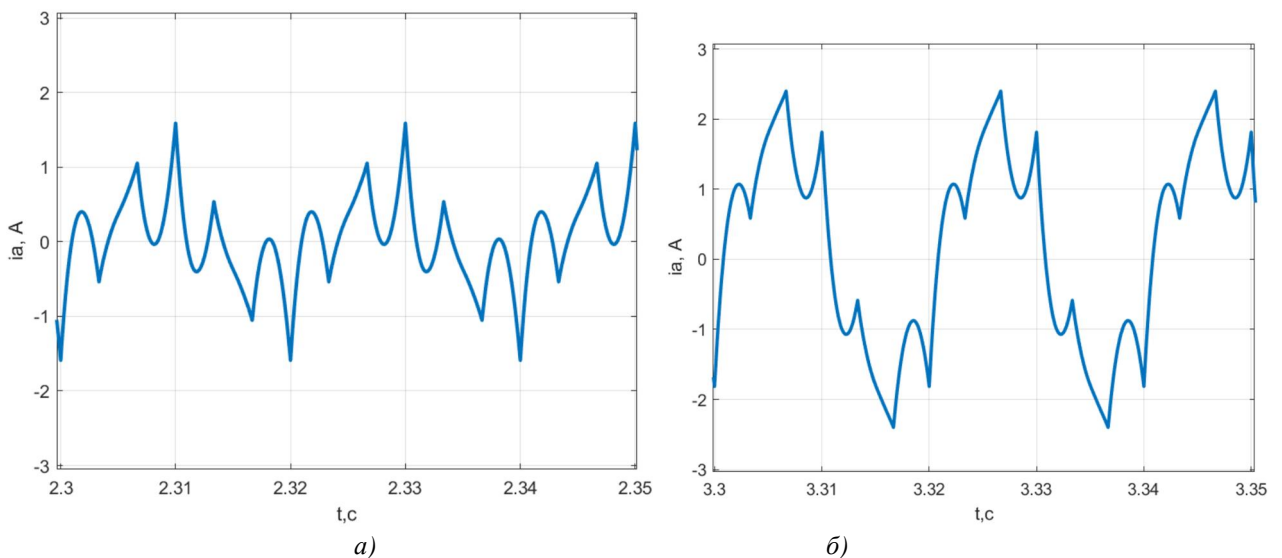


Рис. 7. Струм статора двообмоткової асинхронної машини при її 20% (а) та номінальному навантаженні (б)

Табл.1. Гармонічний аналіз струму статора двообмоткової асинхронної машини

	20% навантаження	100% навантаження



Порядок гармонік	Модель без врахування просторових гармонік	Модель з врахування просторових гармонік	Модель без врахування просторових гармонік	Модель з врахування просторових гармонік
1	100%	100%	100%	100%
5	96.56%	100.35%	26.44%	27.5%
7	49.37%	46.06%	13.52%	12.77%
11	20.04%	21.17%	5.49%	5.8%
13	14.37%	13.65%	3.94%	3.78%
17	8.39%	8.52%	2.3%	2.34%
19	6.73%	6.8%	1.84%	1.87%

У електромагнітному моменті двообмоткової асинхронної машини присутні низькочастотні гармоніки, які враховують часові гармоніки живлення від шеститактних інверторів напруги та просторові гармоніки розміщення обмоток в пазах статора машини (рис.8). Зазначимо, що коефіцієнт вищих гармонік електромагнітного моменту THD становить 81.83% у випадку 20% навантаження машини та 16.36% у випадку 100 % навантаження. Найбільший вплив мають на електромагнітний момент машини 6 та 12 гармоніки. Гармонічний аналіз струму двообмоткової асинхронної машини з врахуванням просторових гармонік машини та без такого врахування наведено в табл. 2. Відмітимо, що коефіцієнт вищих гармонік електромагнітного моменту THD без врахування просторових гармонік машини становить 70.78% у випадку 20% навантаження машини та 13.96 % у випадку 100 % навантаження.

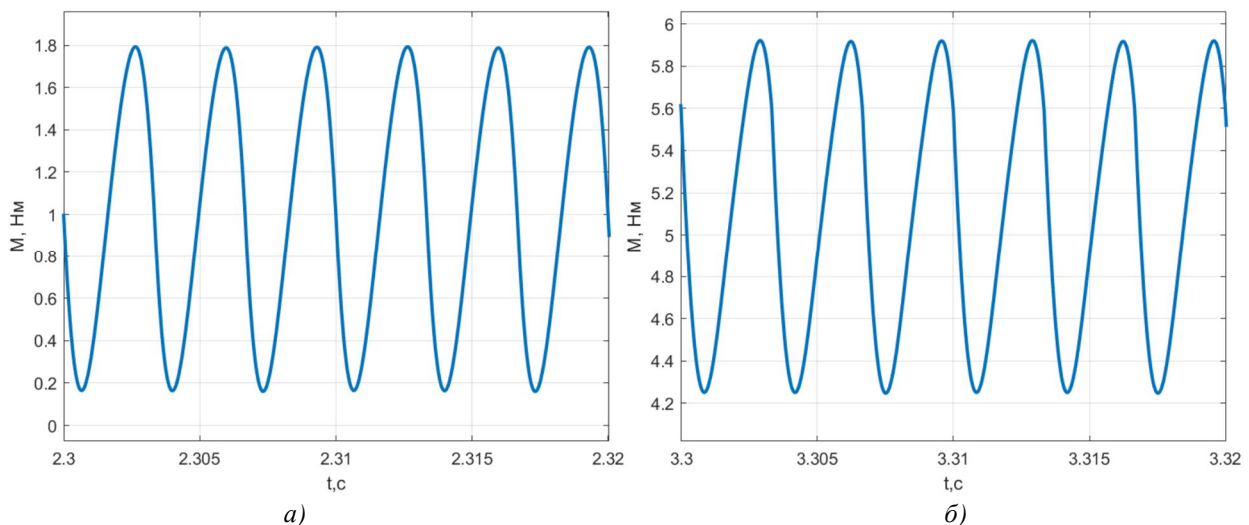


Рис. 8. Електромагнітний момент двообмоткової асинхронної машини при її 20% (а) та номінальному навантаженні (б)

Табл.2. Гармонічний аналіз електромагнітного моменту двообмоткової асинхронної машини

Порядок гармонік	20% навантаження		100% навантаження	
	Модель без врахування просторових гармонік	Модель з врахування просторових гармонік	Модель без врахування просторових гармонік	Модель з врахування просторових гармонік
0	100%	100%	100%	100%

6	70.21%	80.86%	13.79%	16.03%
12	8.5%	12.15%	2.01%	3.11%
18	2.52%	3.1%	0.73%	0.83%

У вхідному струмі інверторів напруги присутні низькочастотні гармоніки (рис.9). Зазначимо, що коефіцієнт вищих гармонік вхідного струму інверторів THD становить 173.8 % у випадку 20% навантаження машини та 40.41% у випадку 100 % навантаження. Найбільший вплив мають на вхідний струм інверторів 6 та 12 гармоніки. Відмітимо, що коефіцієнт вищих гармонік вхідного струму інверторів THD без врахування просторових гармонік машини становить 164.56 % у випадку 20% навантаження машини та 38.66 % у випадку 100 % навантаження.

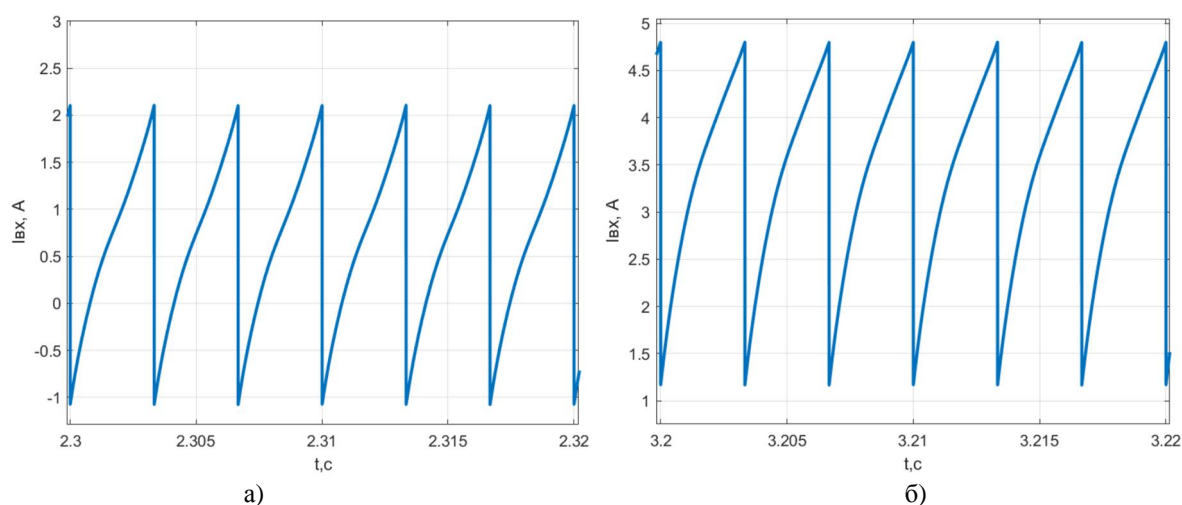


Рис. 9. Вхідний струм інверторів двообмоткової асинхронної машини при її неробочому ході (а) та номінальному навантаженні (б)

### Висновки та перспективи подальших досліджень

1. Результати фізичного експерименту та математичного моделювання продемонстрували наявність спотворень струму обмоток асинхронної машини за синусоїдального живлення безпосередньо від мережі. Зазначені спотворення зумовлені впливом вищих просторових гармоніки розподілу витків на намагнічувальну силу в повітряному проміжку та на електрорушійну силу індуквану в обмотках

2. Розроблена колова математична модель частотно-керованого електроприводу з двообмотковою асинхронною машиною відрізняється підвищеною швидкістю у порівнянні з польовими моделями і, водночас, дозволяє врахувати вплив просторових гармонік на формування струмів та електромагнітного моменту. Зазначена модель може бути використана для аналізу як усталених так і перехідних режимів роботи та оцінки енергоефективності частотно-керованих асинхронних електроприводів.

3. У розробленій авторами коловій математичній моделі частотно-керованого електроприводу з двообмотковою асинхронною машиною застосовано оригінальний спосіб врахування просторових гармонік намагнічувальної сили шляхом введення гармонічних складових в індуктивність намагнічення у випадку живлення її обмоток від шеститактних інверторів напруги. Адекватність такого підходу підтверджується порівнянням результатів моделювання та фізичного експерименту.

4. Гармонічний аналіз струму статора та електромагнітного моменту двообмоткової машини при її живленні від двох шеститактних інверторів напруги з використанням математичних моделей машини з врахуванням просторових гармонік та без такого врахування свідчить, що визначальними на формування кривих струму статора та моменту машини, вхідного струму інверторів напруги є

часові гармоніки живлення. Різниця між коефіцієнтом вищих гармонік ТНД електромагнітного моменту у випадку врахування просторових гармонік та без такого врахування не перевищує 12%, а струму статора – 2.05%.

Оскільки вищі гармоніки струму, зумовлені як часовими гармоніками живлення так і просторовими гармоніками розподілу витків обмотки призводять до збільшення втрат у подальшому планується дослідити вплив зазначених гармонік на енергоефективність частотно-керованого електроприводу з двообмотковою асинхронною машиною.

#### Список використаних джерел

1. Shamsi-Nejad M.-A., Nahid-Mobarakeh B., Pierfederici S., Meibody-Tabar F., *Fault Tolerant and Minimum Loss Control of Double-Star Synchronous Machines Under Open Phase Conditions*, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 5, pp. 1956-1965, May 2008, doi: 10.1109/TIE.2008.918485. відсутність просторових гармонік
2. Alcharea R., Nahidmobarakeh B., Baghli L., Betin F., Capolino G. A., *Decoupling Modeling and Control of Six-Phase Induction Machines Under Open Phase Fault Conditions*, *IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, Paris, France, 2006, pp. 5101-5106, doi: 10.1109/IECON.2006.348007. відсутність просторових гармонік
3. Levi E. *Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications*, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 5, pp. 1893-1909, May 2008, doi: 10.1109/TIE.2008.918488.
4. Bojoi R., Farina F., Profumo F., Tenconi A. *Dual Three Phase Induction Machine Drives Control—A Survey*. *IEEJ Trans. Ind. Appl.* 2006, 126, 420–429. <https://doi.org/10.1541/ieejias.126.420>.
- 3..Munim W. N. W. A., Duran M. J., Che H. S., Bermúdez M., González-Prieto I., Rahim N. A., *A Unified Analysis of the Fault Tolerance Capability in Six-Phase Induction Motor Drives*, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 10, pp. 7824-7836, Oct. 2017, doi: 10.1109/TPEL.2016.2632118.
4. Che H. S., Duran M., Levi E., Jones M., Hew W.P., Rahim N.A. *Post-fault operation of an asymmetrical six-phase induction machine with single and two isolated neutral points*, *2013 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, Denver, CO, USA, 2013, pp. 1131-1138, doi: 10.1109/ECCE.2013.6646832.
- 5..Duran M. J., Gonzalez Prieto I., Bermudez M., Barrero F., Guzman H., Arahal M. R. *Optimal Fault-Tolerant Control of Six-Phase Induction Motor Drives With Parallel Converters*, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 1, pp. 629-640, Jan. 2016, doi: 10.1109/TIE.2015.2461516.
6. Gonzalez I., Duran M. J., Che H. S., Levi E., Barrero F. *Fault-tolerant control of six-phase induction generators in wind energy conversion systems with series-parallel machine-side converters*, *IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Vienna, Austria, 2013, pp. 5276-5281, doi: 10.1109/IECON.2013.6699993.
- 7..Kutsyk A., Korkosz M., Semeniuk M., Nowak M. *An Influence of Spatial Harmonics on an Electromagnetic Torque of a Symmetrical Six-Phase Induction Machine*. *Energies*. vol. 16, no.9, 3813 (2023). DOI:10.3390/en16093813.
8. Kindl V., Cermak R., Ferkova Z., Skala B. *Review of Time and Space Harmonics in Multi-Phase Induction Machine*. *Energies*, vol. 13, 496 (2020). DOI:10.3390/en13020496.
9. Mezani S., Laporte B., Takorabet N. *Complex finite element computation of induction motors with consideration of space harmonics*, *IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, 2003. *IEMDC'03.*, Madison, WI, USA, 2003, pp. 264-268 vol.1, doi: 10.1109/IEMDC.2003.1211273.
10. Oliveira F. T., Donsion M.P. *A finite element model of an induction motor considering rotor skew and harmonics*. *Renewable Energy & Power Quality Journal*. vol.15. pp.119-122. (2017) doi:10.24084/repqj15.240.
11. Carbonieri M., Bianchi N., Alberti L. *Induction Motor Mapping Using Rotor Field-Oriented Analysis Technique*, *2019 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Baltimore, MD, USA, 2019, pp. 2321-2328, doi: 10.1109/ECCE.2019.8912787.
12. Leonardo L. D., Popescu M., Tursini M., Parasiliti F., Carbonieri, M. *Transient Modeling of Induction Motors considering Space Harmonics*, *2020 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Gothenburg, Sweden, 2020, pp. 2553-2559, doi: 10.1109/ICEM49940.2020.9271007.
13. Plakhtyna O., Kutsyk A., Semeniuk M. *Real-Time Models of Electromechanical Power Systems, Based on the Method of Average Voltages in Integration Step and Their Computer Application*. *Energies*. vol. 13, no.9, 2263 (2020). DOI:10.3390/en13092263.

14. Plakhtyna O., Kutsyk A., Semeniuk M., Kuznyetsov O. Object-oriented program environment for electromechanical systems analysis based on the method of average voltages on integration step," 2017 18th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), Kutna Hora, Czech Republic, 2017, pp. 1-4, doi: 10.1109/CPEE.2017.8093074.

### References

1. Shamsi-Nejad M.-A., Nahid-Mobarakeh B., Pierfederici S., Meibody-Tabar F., Fault Tolerant and Minimum Loss Control of Double-Star Synchronous Machines Under Open Phase Conditions, in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 5, pp. 1956-1965, May 2008, doi: 10.1109/TIE.2008.918485. відсутність просторових гармонік

2. Alcharea R., Nahidmobarakeh B., Baghli L., Betin F., Capolino G. A., Decoupling Modeling and Control of Six-Phase Induction Machines Under Open Phase Fault Conditions, *IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, Paris, France, 2006, pp. 5101-5106, doi: 10.1109/IECON.2006.348007. відсутність просторових гармонік

3. Levi E. Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 5, pp. 1893-1909, May 2008, doi: 10.1109/TIE.2008.918488.

4. Bojoi R., Farina F., Profumo F., Tenconi A. Dual Three Phase Induction Machine Drives Control—A Survey. *IEEE Trans. Ind. Appl.* 2006, 126, 420–429. <https://doi.org/10.1541/ieejias.126.420>.

3. Munim W. N. W. A., Duran M. J., Che H. S., Bermúdez M., González-Prieto I., Rahim N. A., A Unified Analysis of the Fault Tolerance Capability in Six-Phase Induction Motor Drives, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 10, pp. 7824-7836, Oct. 2017, doi: 10.1109/TPEL.2016.2632118.

4. Che H. S., Duran M., Levi E., Jones M., Hew W.P., Rahim N.A. Post-fault operation of an asymmetrical six-phase induction machine with single and two isolated neutral points, 2013 *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, Denver, CO, USA, 2013, pp. 1131-1138, doi: 10.1109/ECCE.2013.6646832.

5. Duran M. J., Gonzalez Prieto I., Bermudez M., Barrero F., Guzman H., Arahal M. R. Optimal Fault-Tolerant Control of Six-Phase Induction Motor Drives With Parallel Converters, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 1, pp. 629-640, Jan. 2016, doi: 10.1109/TIE.2015.2461516.

6. Gonzalez I., Duran M. J., Che H. S., Levi E., Barrero F. Fault-tolerant control of six-phase induction generators in wind energy conversion systems with series-parallel machine-side converters, *IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Vienna, Austria, 2013, pp. 5276-5281, doi: 10.1109/IECON.2013.6699993.

7. Kutsyk A., Korkosz M., Semeniuk M., Nowak M. An Influence of Spatial Harmonics on an Electromagnetic Torque of a Symmetrical Six-Phase Induction Machine. *Energies*. vol. 16, no.9, 3813 (2023). DOI:10.3390/en16093813.

8. Kindl V., Cermak R., Ferkova Z., Skala B. Review of Time and Space Harmonics in Multi-Phase Induction Machine. *Energies*, vol. 13, 496 (2020). DOI:10.3390/en13020496.

9. Mezani S., Laporte B., Takorabet N. Complex finite element computation of induction motors with consideration of space harmonics, *IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, 2003. IEMDC'03., Madison, WI, USA, 2003, pp. 264-268 vol.1, doi: 10.1109/IEMDC.2003.1211273.

10. Oliveira F. T., Donsion M.P. A finite element model of an induction motor considering rotor skew and harmonics. *Renewable Energy & Power Quality Journal*. vol.15. pp.119-122. (2017) doi:10.24084/repqj15.240.

11. Carbonieri M., Bianchi N., Alberti L. Induction Motor Mapping Using Rotor Field-Oriented Analysis Technique, 2019 *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Baltimore, MD, USA, 2019, pp. 2321-2328, doi: 10.1109/ECCE.2019.8912787.

12. Leonardo L. D., Popescu M., Tursini M., Parasiliti F., Carbonieri, M. Transient Modeling of Induction Motors considering Space Harmonics, 2020 *International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Gothenburg, Sweden, 2020, pp. 2553-2559, doi: 10.1109/ICEM49940.2020.9271007.

13. Plakhtyna O., Kutsyk A., Semeniuk M. Real-Time Models of Electromechanical Power Systems, Based on the Method of Average Voltages in Integration Step and Their Computer Application. *Energies*. vol. 13, no.9, 2263 (2020). DOI:10.3390/en13092263.

14. Plakhtyna O., Kutsyk A., Semeniuk M., Kuznyetsov O. Object-oriented program environment for electromechanical systems analysis based on the method of average voltages on integration step," 2017 18th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), Kutna Hora, Czech Republic, 2017, pp. 1-4, doi: 10.1109/CPEE.2017.8093074.

**M. B. Semeniuk**

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,  
mykola.b.semeniuk@lpnu.ua

**A. S. Kutsyk**

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,  
andrii.s.kutsyk@lpnu.ua,

**V. O. Misurenko**

Lviv Polytechnic National University,  
Department of Electromechatronics and Computerized Electromechanical Systems,  
valerii.o.misiurenko@lpnu.ua

## **MATHEMATICAL MODELING OF FREQUENCY-CONTROLLED ELECTRIC DRIVE WITH DUAL-WINDING INDUCTION MACHINE CONSIDERING SPATIAL HARMONICS**

© *M. B. Semeniuk, A. S. Kutsyk, V. O. Misurenko, 2023*

**Mathematical modeling of frequency-controlled dual-winding induction electric drives typically involves using mathematical circuit models to investigate transient and steady-state modes. Such models often disregard spatial harmonics. Spatial harmonics in machines refer to the harmonics of the distribution of the winding function within the machine stator slots. Mathematical models based on the method of finite element analysis are primarily used to study the influence of spatial harmonics on the stator current and electromagnetic torque of dual-winding machines. However, these models only allow the study of steady-state electromagnetic processes in dual-winding machines. Therefore, developing a circular mathematical model for frequency-controlled dual-winding electric drives that accounts for spatial harmonics is a pertinent scientific task.**

**The article proposes a method for considering spatial harmonics of the magnetomotive force in dual-winding machines within the circular mathematical model of frequency-controlled electric drives. This is achieved by incorporating harmonic components of the magnetomotive force into the machine's magnetizing inductance.**

**Mathematical modeling of frequency-controlled electric drives with dual-winding machines demonstrated the presence of low-frequency harmonics in the stator currents and, consequently, in the electromagnetic torque. These harmonics are influenced by spatial harmonics in the distribution of the winding function within the stator slots and time harmonics stemming from the power supply of the machine by six-step voltage inverters.**

**Harmonic analysis of the stator current and electromagnetic torque of the dual-winding machine, supplied by two six-step voltage inverters using mathematical models accounting for spatial harmonics and without such accounting, reveals that the defining factors for shaping the stator current and machine torque curves, as well as the input current of the voltage inverters, are the time harmonics of the power supply system.**

**Keywords: dual-winding induction machine, frequency-regulated drive, six-step inverter, mathematical modeling.**