

Михайло Мельник<sup>1</sup>, Юліан Сало<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра систем автоматизованого проектування, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, Львів, Україна, E-mail: mykhaylo.r.melnyk@lpnu.ua, ORCID 0000-0002-8593-8799

<sup>2</sup> Кафедра систем автоматизованого проектування, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, Львів, Україна, E-mail: yulian.m.salo@lpnu.ua, ORCID 0009-0002-9813-8616

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛОКАЛІЗАЦІЇ ПОШИРЕННЯ ІНФРАЗВУКОВОГО СИГНАЛУ

Отримано: березень 15, 2024 / Переглянуто: березень 26, 2024 / Прийнято: квітень 01, 2024

© Мельник М., Сало Ю., 2024

<https://doi.org/>

**Анотація.** У цій дослідницькій статті пропонується побудова математичної моделі поширення інфразвукового сигналу. Побудована модель містить наступний набір вхідних даних: стандартне відхилення шуму вимірювань, швидкість поширення інфразвукової хвилі, координати давачів, азимут та час отримання інфразвукового сигналу давачами. Задана точність вхідних даних продискусована та обґрунтована. Основними теоретичними методами моделювання є поєднання усереднення триангульованого значення за азимутом та Байєсівської локалізації джерела інфразвукового сигналу.

Результатом моделювання є програмний Python-модуль, з можливістю задавати вхідні дані та отримувати точку з координатами розташування джерела інфразвукового сигналу, відстань давачів до неї. Передбачено візуалізацію результатів математичного моделювання, в цілях верифікації отриманих результатів, подальших досліджень впливу точності вхідних даних. Отримані результати моделювання передбачені для використання в цілях наповнення вибірок даних для подальшої дослідження локалізації інфразвукового сигналу, методами та засобами машинного навчання; для ітеративного вдосконалення поточної математичної моделі.

**Ключові слова:** математична модель, інфразвуковий сигнал, Байєсівська локалізація інфразвукового сигналу, BISL, азимут.

### Вступ

Інфразвукові сигнали – це акустичні хвилі з частотою нижче 20 Гц, які не сприймаються людським вухом. Їх джерелами можуть бути різні природні та техногенні явища, такі як вулканічні вибухи, землетруси, метеороїди, вибухи боєприпасів, тощо. Локалізація джерела інфразвукових хвиль є важливою задачею для моніторингу довкілля, раннього попередження про природні катаклізми та забезпечення безпеки.

Для ефективного дослідження в області локалізації інфразвуку потрібно звертати увагу на різноманітні аспекти і розглядати їх як єдину інтегровану систему. Такий підхід може включати в себе вдосконалення моделей, розробку реалістичних сценаріїв та роботу над адаптивними методами локалізації.

Інфразвук може поширюватися на великі відстані, огинаючи перешкоди та проникаючи крізь товщі ґрунту, води та гірських порід. Це пов'язано з його довжиною хвилі, яка значно більша, ніж у звуку. Атмосфера значно менше впливає на поширення інфразвуку, ніж на поширення звуку, бо інфразвукові хвилі менше розсіюються атмосферними частинками. Інфразвук може фокусуватися в певних напрямках, залежно від рельєфу місцевості та атмосферних умов. Це явище може бути використано для локалізації джерела інфразвуку.

Локалізація джерела інфразвукових сигналів – важливе завдання в контексті:

- моніторингу довкілля: виявлення та відстеження вулканічної активності, метеороїдних ударів, вибухів боєприпасів, тощо;
- раннього попередження про природні катаклізми: прогнозування вулканічних вибухів, цунамів, землетрусів, тощо;
- підсилення безпеки: виявлення та локалізація вибухів, терористичних актів, несанкціонованих польотів, тощо.

Об'єктом дослідження – є локалізація поширення симульованого інфразвукового сигналу в заданому середовищі.

Предметом дослідження – є математична модель локалізації поширення симульованого інфразвукового сигналу в заданому середовищі.

Метою дослідження – є побудова математичної моделі локалізації поширення симульованого інфразвукового сигналу в заданому середовищі, використовуючи наступні вхідні параметри: стандартне відхилення шуму вимірювань, швидкість поширення інфразвукової хвилі, координати давачів, азимут та час отримання інфразвукової хвилі давачами. Основні завдання дослідження:

- вибір та обґрунтування математичних методів математичного моделювання;
- встановлення граничної точності задавання вхідних параметрів.

Програмне прототипування математичної моделі поширення інфразвукового сигналу з різним набором вхідних даних.

Аналіз отриманих результатів симульованої локалізації джерела інфразвуку, їхня оцінка, виявлення можливостей для покращення математичної моделі.

Наукова новизна – розширення можливостей дослідження локалізації джерела інфразвукового сигналу з використанням синтетичних даних та контрольованою симуляцією поширення інфразвукової хвилі, виходячи зі заданих параметрів.

Практична значимість – збільшення кількості даних про контрольовану симуляцію поширення та локалізації інфразвукового сигналу, удосконалення існуючих сценаріїв та алгоритмів реалістичних симуляцій такого плану.

Методами дослідження – є поєднання усереднення триангульованого значення за азимутом [1] та Байєсівської локалізації джерела інфразвукового сигналу [2].

### **Огляд сучасних джерел інформації за тематикою публікації**

Сьогодні виокремлюють традиційну та сучасну групи основних методів локалізації інфразвукових сигналів.

Метод часового запізнення [3], метод азимутального перетину та метод кореляції – найбільш вживані традиційні методи аналізу та локалізації інфразвукових хвиль.

Метод часового запізнення використовує різницю в часі прибуття інфразвукового сигналу до різних станцій для визначення місця розташування джерела. Зазначений метод – доволі простий у реалізації, не потребує вхідних даних про стан показників атмосфери. Все ж, точність методу падає зі зростанням складності показників середовища в дослідженні.

Метод азимутального перетину ґрунтується на інформації про напрямок надходження інфразвукового сигналу з декількох станцій для визначення місця розташування джерела. Він – більш точний, ніж метод часового запізнення, але потребує вхідних даних про азимут джерела. Може бути складним у реалізації з невеликою кількістю станцій збору даних.

Метод кореляції [4] базується на використанні кореляційної функції інфразвукових сигналів, записаних на різних станціях збору даних, для визначення місця розташування джерела. Метод вважається, доволі точним, але потребує високої якості даних та значної кількості обчислювальних потужностей.

Серед сучасних методів локалізації джерел інфразвукових хвиль виокремлюють Байєсівську локалізацію джерел інфразвуку (BayesianInfrasonicSourceLocalization – BISL), MUSIC (Multiple SignalClassification) [5], GCC-PHAT (GeneralizedCross-CorrelationPhaseTransform) [6], FDOA (FrequencyDomainofArrival) [7], підгрупу методів заснованих на алгоритмах машинного навчання.

## *Математична модель локалізації поширення інфразвукового сигналу...*

MUSIC – метод підпросторового розкладання для локалізації джерела інфразвуку, базується на розкладі власних значень коваріаційної матриці сигналів, отриманих від мікрофонів. Цей метод визначає "музичні" (найменш акустично затушовані) напрямки, з яких надходять сигнали. Використовуючи ці напрямки, можна визначити місце розташування джерела інфразвуку. Метод дозволяє високо точно визначити місце розташування джерела звуку в інфразвуковому діапазоні.

GCC-PHAT – це метод обробки сигналів, який використовується для визначення затримки між двома сигналами. В контексті дослідження локалізації інфразвукових сигналів, цей метод може використовуватися для визначення напрямку походження звуку за допомогою мікрофонів, розташованих на великій відстані один від одного.

Метод FDOA ґрунтується на тому, що частотна характеристика сигналу може змінюватися в залежності від напрямку приходу сигналу до мікрофонів. Шляхом аналізу цих частотних різниць можна визначити напрям, з якого надходить інфразвук. Такий підхід дозволяє високо точно визначити місце розташування джерела інфразвуку, особливо коли інші методи можуть бути неефективними через особливості поширення звуку в низькочастотному діапазоні.

Методи, засновані на машинному навчанні – використовують алгоритми машинного навчання для аналізу даних з інфразвукових станцій та визначення місця розташування джерела. Такі методи – все ще перебувають на відносно ранніх стадіях розробки, але мають значний потенціал. Потребують великого набору даних для навчання.

Дослідження у цій науковій роботі, в основному базуватиметься на методі Байєсівської локалізації джерел інфразвуку, що використовує теорему Баєса для об'єднання інформації з декількох станцій та отримання ймовірнісного розподілу можливих місць розташування джерела. В порівнянні з традиційними методами, BISL – більш точний, гнучкий та адаптивний до різних середовищ та типів джерел (статичних та змінних). Метод може бути складним у реалізації, потребує ряд вхідних даних про стан атмосфери.

Метод Байєсівської локалізації – прикладний у різних середовищах, враховуючи задану широку різноманітність засобів збору вхідних даних: різними типами давачів, таких як мікрофони, сейсмографи та радари. Метод BISL може давати кількісну оцінку ймовірності того, що джерело знаходиться в певному місці та враховувати невизначеність у розташуванні джерела інфразвуку, виходячи з вхідних даних [8].

При моделюванні методом BISL слід добре враховувати комплексний показник стандартного відхилення шуму, задавання апіорної ймовірності та функції правдоподібності. Від цих параметрів безпосередньо залежить точність всіх обчислень.

BISL випробовується та застосовується для наступних цілей:

- моніторинг довкілля: виявлення метеорологічних явищ, таких як грози, торнадо та метеори, виверження вулканів, витоків природного газу;
- аерокосмічна безпека: виявлення вибухів, ядерних випробувань, запуску ракет.

Промисловість: виявлення несправності компонентів рухомого транспорту, промислового обладнання, трубопроводів, тощо.

### **Цілі та проблеми дослідження**

Недостатня кількість наявних даних та обмежені результати досліджень локалізації інфразвукових хвиль впливають на можливості моделювання штучних інфразвукових подій. Використання лише існуючих даних для тренування та тестування алгоритмів локалізації може призвести до обмеження точності та надійності цих алгоритмів.

Невідповідність даних – сприяє некоректному розпізнаванню інфразвукових сигналів в реальних умовах. Брак повноти та достовірності даних може вплинути на ефективність алгоритмів, призводячи до потенційних помилок та неточностей при визначенні місця джерела інфразвуку. Це важливий аспект, який вимагає уваги та подальшого розвитку у сфері дослідження локалізації інфразвукових хвиль для підвищення якості та достовірності отриманих результатів.

Дослідження в області локалізації інфразвуку вимагає комплексного підходу, що враховує всі вказані аспекти та розглядає їх у вигляді інтегрованої системи. Можливі рішення включають удосконалення моделей, розробку реалістичних сценаріїв та роботу над адаптивними методами локалізації.

Цілі дослідження в області локалізації інфразвукових сигналів можуть включати:

- оптимізація методів локалізації [9]: Розробка та оптимізація нових алгоритмів локалізації, які були б відмінні за ефективністю та враховували різноманітні умови середовища;
- удосконалення реалістичності симуляцій: Розробка точних моделей та сценаріїв для симуляцій, які б найкраще відображали різноманітні умови, з якими можуть стикатися системи локалізації інфразвуку в реальних умовах;
- вивчення взаємодії інфразвуку з природним середовищем: Аналіз взаємодії інфразвуку з природними елементами, такими як геологічні утворення чи гідрометеорологічні явища, і розробка методів визначення їх впливу на точність локалізації.

Системи реального часу [10]: Розробка систем локалізації інфразвуку, які можуть працювати в режимі реального часу та надавати швидкі та точні результати.

### Виклад основного матеріалу

Пропонована математична модель локалізації джерела інфразвукових сигналів – базується на комбінації метода Байєсівської локалізації джерел інфразвуку та методом середнього триангульованого значення за азимутом.

Алгоритм пропонованої математичної моделі має наступну послідовність кроків:

- задавання вхідних даних моделі;
- обчислення оцінок початкового наближення потенційного розташування джерела інфразвукових сигналів методом середнього триангульованого значення.

Обчислення потенційного розташування джерела інфразвукових сигналів методом BISL, беручи перше початкове наближення, отримане в попередньому кроці.

Представлення результатів.

Вхідними даними для дослідження є: координати розташування давачів, швидкість поширення інфразвукової хвилі, азимут та час отримання інфразвукового сигналу кожним давачем.

Обчислення середнього триангульованого значення координати (див. рів.1) – базується на вимірюванні зафіксованого часу отриманого сигналу на трьох давачах, відомій швидкості звуку та знанні азимута отриманого сигналу.

$$\forall \{0 < i < n\}, \quad a(x, y) = \begin{cases} ax = \frac{\sum_i^n x_i * \cos \cos(\alpha_i) * v * toa_i}{n} \\ ay = \frac{\sum_i^n x_i * \cos \cos(\alpha_i) * v * toa_i}{n} \end{cases}, \quad (1)$$

де  $n$  – кількість давачів;  $ax$  та  $ay$  –  $X$  та  $Y$ , відповідно, потенційні координати джерела інфразвукового сигналу;  $n$  – кількість давачів;  $\alpha_i$  – значення азимута інфразвукового сигналу зафіксованого давачем;  $v$  – задана швидкість поширення інфразвукової хвилі;  $toa_i$  – зафіксований час отримання інфразвукового сигналу на давачі.

Отримане середнє триангульоване значення – вважається початковим наближенням потенційного розташування джерела інфразвукових сигналів для подальшої локалізації методом Байєсівської локалізації джерел інфразвуку. Окрім нововведеного параметру, всі інші вхідні дані залишаються актуальними для роботи з вищевказаним методом.

Перший крок в роботі з методом BISL – встановлення апріорної ймовірності РН. Апріорна ймовірність може бути задана на основі знань про середовище, в якому поширюється інфразвук. Функція правдоподібності може бути обчислена за допомогою моделей поширення інфразвуку.

*Математична модель локалізації поширення інфразвукового сигналу...*

Оскільки, вхідних даних – замало, щоб зробити певне припущення щодо можливого розподілу можливого розташування джерела інфразвукового сигналу, то використано рівномірний розподіл щодо потенційного розміщення джерела інфразвуку.

Розрахунок правдоподібності в контексті Байєсівської локалізації джерела інфразвуку. Вона враховує відстань між джерелом та давачем, швидкість звуку, а також різницю в азимутах для більш точного моделювання очікуваного часу фіксації сигналу. Правдоподібність визначається за допомогою нормального розподілу, де менша різниця в часі очікуваного отримання сигналу відповідає більшій правдоподібності.

Опис знаходження відстані  $d$  між кожним давачем та припущеного можливого значення джерела інфразвуку наведено у рівнянні 2.

$$\forall \{0 < i < n\}, \quad d_i = \sqrt{(ax - sx_i)^2 + (ay - sy_i)^2}, \quad (2)$$

де  $sx_i$  – X координата давача,  $y$  – потенційна задана Y координата джерела сигналу;  $sy_i$  – Y координата давача.

Відповідно, очікуваний час отримання сигналу для кожного давача  $tp$  – розраховується як частка отриманої в рів.2 відстань  $d$  та заданої швидкості поширення інфразвукової хвилі (див. рів.3).

$$\forall \{0 < i < n\}, \quad tp_i = \frac{d_i}{v}, \quad (3)$$

де  $d_i$  – відстань між давачем та припущеним можливим значенням джерела інфразвуку.

Також, слід виконати обчислення різниці між двома кутами  $\theta$  для кожного давача та можливого розташування джерела інфразвукового сигналу, враховуючи особливість кутових величин, які можуть обгортати вісь  $2\pi$  радіан. Для уникнення неоднозначності отриманих значень різниць кутів обгортання, прийнято обирати мінімальне серед обох кінцевих значень. Обчислення наведені в рівнянні 4.

$$\forall \{0 < i < n\}, \quad \theta_i = \left( \begin{array}{l} (\alpha_i - \arctan \arctan(ay - sy_i, ax - sx_i)) \\ 2\pi - (\alpha_i - \arctan \arctan(ay - sy_i, ax - sx_i)) \end{array} \right), \quad (4)$$

де  $\alpha_i$  – значення азимута інфразвукового сигналу зафіксованого давачем.

Наступний крок – обчислення різниці в часі  $\Delta t$  між зафіксованим часом  $toa$  та очікуваним часом  $tp$  фіксування сигналу на давачі. Під час розрахунку враховують не лише відстань між давачами та потенційним джерелом інфразвуку, швидкість звуку, але й різницю в азимутах. Це робить модель локалізації джерела інфразвукового сигналу більш точною. Обчислення наведені в рівнянні 5.

$$\forall \{0 < i < n\}, \quad \Delta t_i = \frac{toa_i - tp_i - d_i}{v * \cos(\theta_i)}, \quad (5)$$

де  $\theta_i$  – кут різниці між давачем та можливим розташуванням джерела інфразвукового сигналу.

Розрахунок функції правдоподібності завершується обчисленням експоненти від негативного значення в квадраті різниці в часі  $\Delta t$  для кожного з давачів, поділеного на подвійний квадрат стандартного відхилення шуму, заданого в умові. Експонента використовується, щоб перетворити суму квадратів різниць в часі  $\Delta t$  на ймовірність. Відповідно, чим менша сума квадратів різниць, тим більша ймовірність. Обчислення наведені в рівнянні 6.

$$\forall \{0 < i < n\}, \quad P(D_i | H_i) = \frac{e^{-\left(\sum_i^M\right)}}{2\sigma^2}, \quad (6)$$

де  $D_i = \{sx_i, sy_i, toa_i, \alpha_i, v\}$ ;  $H_i = \{ax, ay, toa_i, \alpha_i, v\}$ ;  $\sigma$  – стандартне відхилення шуму вимірювань.

Правдоподібність  $P(D \setminus H)$  та апіорна ймовірність  $P(H)$  використовуються для отримання апостеріорної ймовірності  $P(H \setminus D)$ , яка описує, наскільки вірогідно, що джерело інфразвукового сигналу знаходиться в даній точці з огляду на дані. Розрахунок апостеріорної ймовірності наведено в рівнянні 7.

$$\forall \{0 < i < n\}, \quad P(D_i) = P(H_i) * P(H_i), \quad (7)$$

Для підвищення точності визначення координат джерела інфразвукового сигналу  $r(x, y)$ , потрібно обчислити негативну суму логарифмів апостеріорних ймовірностей  $P(H|D)$  для різних можливих розташувань джерела, вибрати мінімальне значення функції, методом градієнтного спуску. Обчислення наведені в рівнянні 8.

$$\forall \{0 < i < n\}, \quad r(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} rx = ax + h_i * (-\ln(\sum_i^n P(D_i))) \\ ry = ay + h_i * (-\ln(\sum_i^n P(D_i))) \end{array} \right\}, \quad (8)$$

де,  $rx$  та  $ry$  – X та Y координати найбільш імовірного розташування джерела інфразвукового сигналу,  $h_i$  – крок функції мінімізації.

### Результати та обговорення

На цьому етапі дослідження, математичне моделювання виконується на двовимірній координатній площині, використовуючи дані з 3-х давачів. Швидкість поширення інфразвукових хвиль та стандартне відхилення шуму вимірювань давача – вважаються сталими значеннями. Список та значення вхідних даних – наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Пропонований набір вхідних даних

Вхідні параметри	Давач №1	Давач №2	Давач №3
Координати	-100; -2	0; 10	99; 1
Азимут сигналу $\alpha$	$\pi / 1,75$	$\pi / 2$	$\pi / 2,24$
Час отримання $toa$ , с	1.2589	1.2465	1.2607
Стандарт. відх. шуму, $\sigma$	0.1		
Швидкість поширення звуку $v \frac{m}{c}$	343,2 (при t повітря 20 °C)		

Запропонована математична модель реалізована у програмному забезпеченні, яке дало змогу визначити розташування джерела інфразвукового сигналу. Результати розрахунків представлено на рис. 1.

Перевірка коректності роботи та обчислення програмного модулю виконувалася тестуванням зміни вхідних параметрів, зокрема напрямку отримання сигналу.

На рис. 2 наведено візуалізований результат обчислень потенційного розташування джерела інфразвукового сигналу із заміненям азимуту для кожного давача  $-\pi / 1,75$ ,  $-\pi / 2$ ,  $-\pi / 2,25$  відповідно. Всі інші параметри залишилися незмінними.

## Математична модель локалізації поширення інфразвукового сигналу...

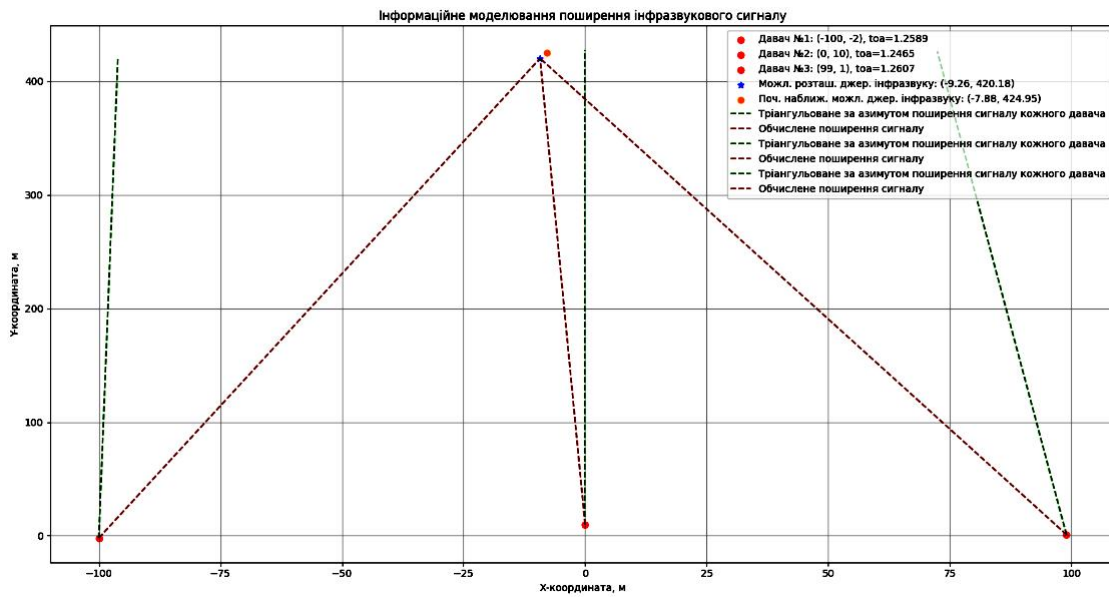


Рис. 1. Результати виконання обчислень тестового розташування джерела інфразвукового сигналу

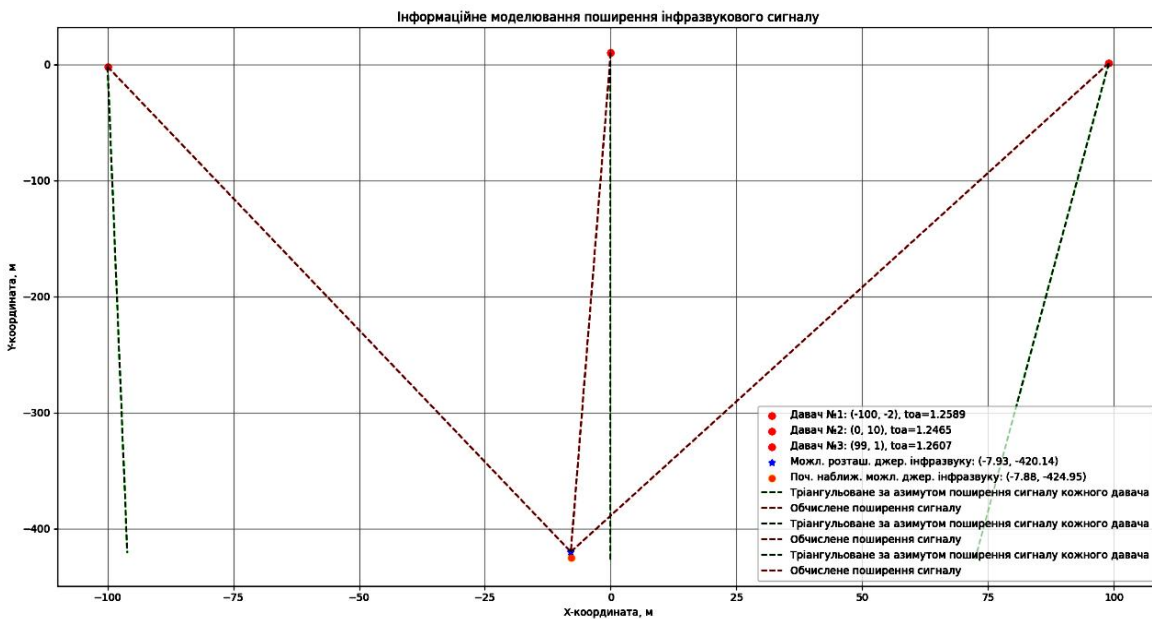


Рис. 2. Результати виконання обчислень тестового розташування джерела інфразвукового сигналу зі заміненіми значеннями азимута

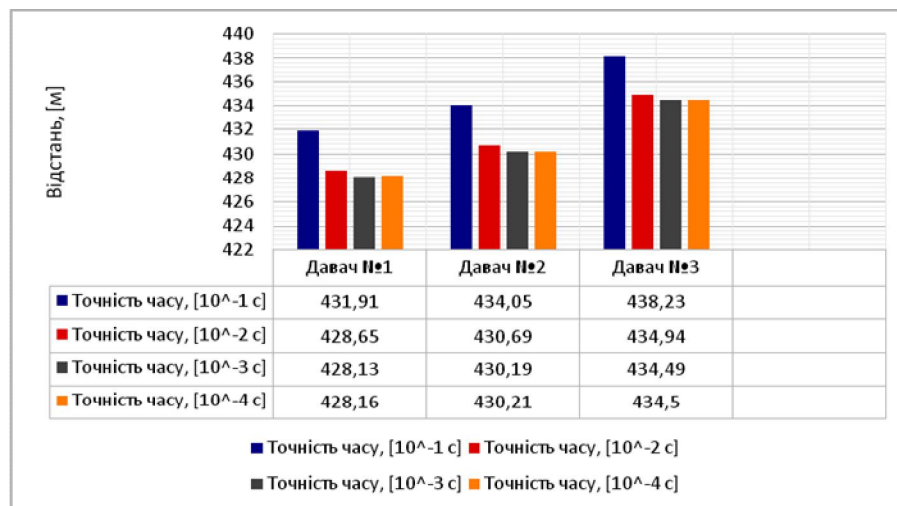
Математичне моделювання локалізації джерела інфразвуку проводиться з даними, де давачі знаходяться на відносно невеликій відстані до джерела інфразвукового. Моделювання відстані між давачем та знайденим джерелом інфразвукового сигналу (граф.1) допоможе встановити оптимальний рівень точності параметру  $toa$  для подальшої роботи.

Оптимальна точність фіксації часу отримання сигналу  $toa$  – 3 знаки після коми. Похибки між встановленою відстанню при порівнянні з  $toa \cdot 10^{-4} c$ :

$$10^{-1} c, : 0.86\%;$$

$$10^{-2} c, : 0.11\%;$$

$$10^{-3} c, : 0.0005\%.$$



**Граф. 1.** Уточнення відстані від датчика до джерела інфразвуку з підвищенням точності  $toa$

Оптимальна точність фіксації часу отримання сигналу  $toa$  – 3 знаки після коми, але й при точності  $toa10^{-2}c$ , можна досягнути високої точності локалізації шуканого джерела інфразвукового сигналу на дистанції до декількох кілометрів.

### Висновки

Побудована математична модель підсистеми локалізації джерела інфразвукового сигналу, яка може бути використана для симуляції поширення інфразвукових хвиль над поверхнею землі, локалізації росташування одного джерела інфразвукового сигналу. Перевірку моделі здійснено побудовою програмного Python-модуля з різним набором вхідних даних. Встановлено допустиму точність задавання вхідних даних.

Перевірка моделі здійснювалася з використанням даних з трьох датчиків, але в модель закладено масштабування підтримки вхідних даних з  $n$  датчиків.

Отриманих результатів побудованої моделі – вистачає для початку наповнення вибірок даних для подальшої дослідження локалізації інфразвукового сигналу, методами та засобами машинного навчання; для ітеративного вдосконалення поточної математичної моделі.

Наступні кроки ітеративного різностороннього покращення побудованої математичної моделі:

- Використання складнішої функції апіорного розподілу.
- Локалізація декількох джерел інфразвукового сигналу одночасно.
- Використання складнішої моделі сторонніх шумів, що впливають на локалізацію цільового джерела інфразвукового сигналу.

### Перелік використаних джерел

- [1] Banerji B., Pande S. Sound Source Triangulation Game. 2007. Cornell College of Engineering. <https://www.ece.cornell.edu>.
- [2] Blom P. S., Marcillo O., Arrowsmith S. J. Improved Bayesian Infrasonic Source Localization for regional infrasound. Geophysical Journal International. 2015. vol. 203, № 3. pp. 1682–1693. <https://doi.org/10.1093/gji/ggv387>.
- [3] Liaschuk O. I. GEODYNAMICS. GEODYNAMICS. 2015. vol. 1(18)2015, № 1(18). pp. 36–44. URL: <https://doi.org/10.23939/jgd2015.01.036>.
- [4] Trembach V. Метод просторової ідентифікації джерела акустичних сигналів у двовимірному хеммінговому просторі. Computer systems and network. 2017. vol. 1, № 1. pp. 166–177. <https://doi.org/10.23939/csn2017.881.166>.
- [5] Multiple Signal Classification-Based Impact Localization in Composite Structures Using Optimized Ensemble Empirical Mode Decomposition/ Y.Zhong et all. Applied Sciences. 2018. vol. 8, № 9. pp. 1447. <https://doi.org/10.3390/app8091447>.



- [6] The Generalized Cross-Correlation Method for Time Delay Estimation of Infrasound Signal / M. Liang та ін. 2015 Fifth International Conference on Instrumentation & Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC), м. Qinhuangdao, China, 18–20.09.2015 р. 2015. <https://doi.org/10.1109/imccc.2015.283>
- [7] Time Domain Analysis vs Frequency Domain Analysis: A Guide and Comparison. Cadence PCB Design & Analysis. <https://resources.pcb.cadence.com/blog/2020-time-domain-analysis-vs-frequency-domain-analysis-a-guide-and-comparison>.
- [8] Infrasound Source Localization of Distributed Stations Using Sparse Bayesian Learning and Bayesian Information Fusion / R. Wang et al. Remote Sensing. 2022. vol. 14, № 13. pp. 3181. <https://doi.org/10.3390/rs14133181>
- [9] Evaluating the location capabilities of a regional infrasonic network in Utah, US, using both raytracing-derived and empirical-derived celerity-range and backazimuth models / F. K. Dannemann Dugick et al. Geophysical Journal International. 2022. Vol. 229, № 3. pp. 2133–2146. <https://doi.org/10.1093/gji/ggac027>
- [10] Gibbons S. Report on remote infrasonic location accuracy for Ground Truth Events. European Commission, 2017. 25 с. <https://ec.europa.eu/research/participants/documents/downloadPublic?documentIds=080166e5b5135e8f&appId=PPGMS>

**Mykhaylo Melnyk<sup>1</sup>, Yulian Salo<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Computer Aided Design Department, Lviv Polytechnic National University, S. Bandery str. 12, Lviv, Ukraine, E-mail: [mykhaylo.r.melnyk@lpnu.ua](mailto:mykhaylo.r.melnyk@lpnu.ua), ORCID 0000-0002-8593-8799

<sup>2</sup>Computer Aided Design Department, Lviv Polytechnic National University, S. Bandery str. 12, Lviv, Ukraine, E-mail: [yulian.m.salo@lpnu.ua](mailto:yulian.m.salo@lpnu.ua), ORCID 0009-0002-9813-8616

## **THE MATHEMATICAL MODEL OF THE LOCALIZATION OF INFRASONIC SIGNAL PROPAGATION**

Received: March 15, 2024 / Revised: March 26, 2024 / Accepted: April 01, 2024

© Melnyk M., Salo Y., 2024

**Abstract.** This research paper proposes the construction of a mathematical model of infrasound signal propagation. The constructed model contains the following set of input data: standard deviation of measurement noise, infrasound wave propagation velocity, sensor coordinates, azimuth, and time of infrasound signal reception by sensors. The specified accuracy of the input data is discussed and justified. The main theoretical modeling methods are a combination of azimuth –based triangulated value averaging and Bayesian infrasound source localization.

The result of the modeling is a Python software module with the ability to set input data and obtain a point with the coordinates of the location of the infrasound signal source, the distance of the sensors to it. Visualization of the results of mathematical modeling is provided for the purpose of verification of the obtained results, further studies of the influence of the accuracy of input data.

The obtained modeling results are expected to be used to fill data samples for further research on infrasound signal localization using machine learning methods and tools; for iterative improvement of the current mathematical model.

**Keywords:** mathematical model, infrasound signal, Bayesian infrasound signal localization, BISL, azimuth