

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ДІЕЛЕКТРИЧНОГО СИПКОГО СЕРЕДОВИЩА ЄМНІСНИМИ ПЕРВИННИМИ ПЕРЕТВОРЮВАЧАМИ

ã Івах Р., Питель І., 2009

Розглянуто математичну модель похибки вимірювання параметрів діелектричного сипкого середовища ємнісними первинними перетворювачами. Встановлено основні чинники впливу на цю похибку.

The mathematical model of error of measuring of parameters of dielectric friable environment is considered by the primary transformers of capacities. Basic factors are set on this error.

Вступ

Діелектрична проникність є тією фізичною величиною, яка посідає чільне місце у вимірюваннях як електричних, так і неелектричних величин, а саме [1, 2]:

- під час виробництва електротехнічних матеріалів;
- під час виробництва будівельних матеріалів та сумішей;
- при вирощуванні, зберіганні та переробленні сільськогосподарської продукції;
- під час контролю та аналізу різного роду речовин (нафти, мастил, олій тощо).

Діелектрична проникність, як і питома електрична провідність чи питомий опір є тими фізичними властивостями досліджуваних матеріалів, які безпосередньо не піддаються вимірюванню. Натомість можна опосередковано вимірювати такі величини, як ємність, провідність чи опір відповідних зразків. Тому для вимірювання таких величин необхідно використовувати відповідні первинні перетворювачі.

Власне у первинному перетворювачі (сенсорі) вимірювана діелектрична проникність ϵ_x перетворюється на ємність C_x , яка шляхом під'єднання через лінію зв'язку вимірюється вимірювачем ємності і згодом за отриманим значенням ємності $C_{x \text{ вим.}}$ на основі відомої функції перетворення ємнісного первинного перетворювача (ЄПП) знаходять шукане значення вимірюваної величини (рис. 1).

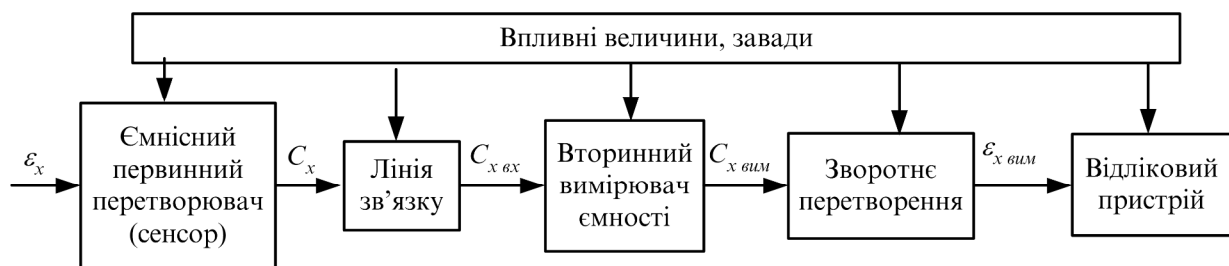


Рис. 1. Узагальнена структурна схема електричного приладу для вимірювання діелектричної проникності сипкого середовища

Метою роботи є розроблення математичної моделі похибки вимірювання ємності діелектричного сипкого середовища з врахуванням усіх можливих складових похибки.

Методика досліджень

Сьогодні для дієлькометричних експрес-аналізаторів використовують ЄПП з внутрішнім електродом циліндричної форми (рис. 2) [3–5].

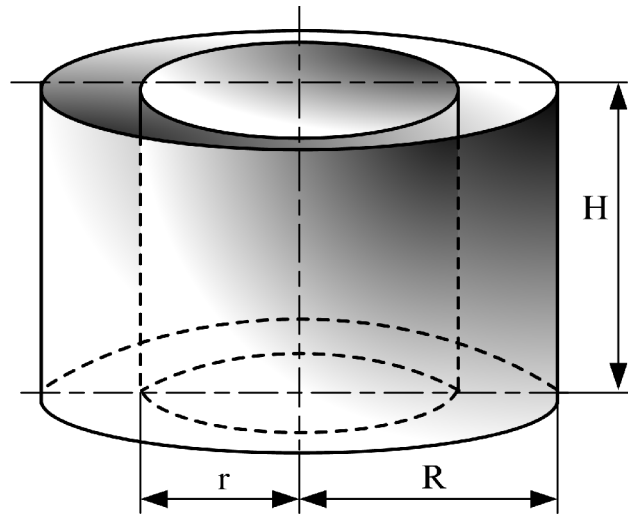


Рис. 2. ЄПП форми з внутрішнім електродом циліндричної форми

Загалом це не найкраща форма внутрішнього електрода. Якщо ж форма внутрішнього електрода довільна і його радіус $r(y)$, який змінюється з висотою y , тоді елементарна ємність dC такого перетворювача також змінюється з висотою y :

$$dC = 2\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{см}} \frac{dy}{\ln(R/r(y))}. \quad (1)$$

Просумувавши усі ці ємності dC , отримаємо загальну модель ємності ЄПП для довільної форми внутрішнього електрода $r(y)$:

$$C_x = \int_0^H 2\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{см}} \frac{dy}{\ln(R/r(y))} = 2\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{см}} \int_0^H \frac{dy}{\ln(R/r(y))}. \quad (2)$$

Ввівши наступні позначення $2\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{см}} = K$ та $\frac{1}{\ln(R/r(y))} = F(y)$, вираз (2) можна записати

так:

$$C_x = K \cdot \int_0^H F(y) dy. \quad (3)$$

Аналізуючи узагальнену структурну схему електричного приладу для вимірювання діелектричної проникності (рис. 1), необхідно зазначити, що основними складовими похибки вимірювання параметрів діелектричного сипкого середовища ємнісними первинними перетворювачами є:

1. Похибка виготовлення первинного перетворювача і його калібрування ($\Delta_{\text{с, пп}}$).
2. Похибка, зумовлена неоднорідною структурою діелектричної проникності досліджуваного середовища, який знаходиться у міжелектродному просторі ($\Delta_{\text{е, до}}$).
3. Похибка від неінформативних параметрів досліджуваного середовища ($\Delta_{\text{н, інф}}$).
4. Похибка від дискретної структури досліджуваного середовища ($\Delta_{\text{дискр, до}}$).

5. Похибка від впливу щільності та висоти заповнення вимірювальної камери ЄПП сипким матеріалом (Δ_{Ch}).

6. Похибка від впливу параметрів лінії зв'язку ($\Delta_{ЛЗ}$).

7. Похибка від впливу зовнішніх чинників ($\Delta_{зовн}$), зокрема температури та завод ($\Delta_{заводи}$).

8. Похибка від вторинної апаратури ($\Delta_{ВП}$).

Математична модель абсолютної похибки вимірювання ємності діелектричного середовища матиме такий вигляд:

$$\Delta_{C_x} = \Delta_{C, ПП} + \Delta_{\epsilon, ДО} + \Delta_{n, инф} + \Delta_{дискр, ДО} + \Delta_{Ch} + \Delta_{ЛЗ} + \Delta_{зовн} + \Delta_{заводи} + \Delta_{ВП} \quad (4)$$

відповідно відносна похибка вимірювання ємності:

$$d_{C_x} = \frac{\Delta_{C_x}}{C_x}. \quad (5)$$

Детально розглянемо кожен складову математичної моделі похибки визначення ємності.

1. Похибка, зумовлена неоднорідною структурою діелектричної проникності досліджуваного об'єкта (ДО), який знаходиться у ВК ($\Delta_{\epsilon, ДО}$).

$$\Delta_{\epsilon, ДО} = \frac{\partial C_x}{\partial \epsilon} \Delta \epsilon = \frac{K \cdot \int_0^H F(y) dy}{e} \cdot \Delta \epsilon = C_x \cdot d_e, \quad (6)$$

де $d_e = \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon}$ – відносна похибка, зумовлена впливом неоднорідної структури діелектричної проникності ДО.

2. Похибка виготовлення конструкції первинного перетворювача і його калібрування ($\Delta_{C, ПП}$). Вона зумовлена неточністю виготовлення геометричної конструкції ВП: ΔR – радіуса зовнішнього електрода, Δr – радіуса внутрішнього електрода; ΔH – висоти ВП:

$$\Delta_{C, ПП} = \frac{\partial C_x}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial C_x}{\partial R} \Delta R + \frac{\partial C_x}{\partial r} \Delta r. \quad (7)$$

Визначивши часткові похідні та підставивши у вираз (7), отримаємо:

$$\begin{aligned} \Delta_{C, ПП} &= K \cdot \left[\frac{1}{\ln(R/r(y))} \Delta H - \left(\frac{\Delta R}{R} - \frac{\Delta r}{r} \right) \cdot \int_0^H \frac{dy}{\ln^2(R/r(y))} \right] = \\ &= K \cdot \left[F(y) \frac{\Delta H}{H} \cdot H - \left(\frac{\Delta R}{R} - \frac{\Delta r}{r} \right) \cdot \int_0^H F^2(y) dy \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Якщо позначити $d_H = \frac{\Delta H}{H}$; $d_R = \frac{\Delta R}{R}$; $d_r = \frac{\Delta r}{r}$ – відносні похибки, зумовлені неточністю виготовлення висоти, радіусів зовнішнього та внутрішнього електродів, тоді (7) набуває вигляду:

$$\Delta_{C, ПП} = K \cdot \left[F(y) d_H \cdot H - (d_R - d_r) \cdot \int_0^H F^2(y) dy \right]. \quad (9)$$

3. Похибка від дискретної структури (зернистості) досліджуваного середовища ($\Delta_{дискр, ДО}$). Вона має випадковий характер і тому може бути оцінена середньоквадратичним значенням (СКЗ):

$$s_{дискр, ДО} = \frac{s_1}{\sqrt{n}}, \quad (10)$$

де s_1 – стандартне відхилення складової похибки при граничній кількості зерен; n – кількість зерен.

4. Похибка від впливу неповного заповнення висоти ΔH вимірювальної камери ЄПП сипким матеріалом (Δ_{Ch}).

$$\Delta_{Ch} = \frac{\partial C_x}{\partial H} \Delta H \cong K \cdot F(y) \cdot \frac{\Delta H}{H} \cdot H = K \cdot F(y) \cdot H \cdot d_h, \quad (11)$$

де $d_h = \frac{\Delta H}{H}$ – відносний рівень неповного заповнення (недосипу).

5. Похибку, зумовлена впливом недосконалості вторинної апаратури (ВП) ($\Delta_{ВП}$), можна оцінити за класом точності вторинного приладу c/d у нормальних умовах:

$$\Delta_{ВП} = [dD_C + (c - d)C_x] / 100 \% , \quad (12)$$

де c/d – клас точності ВП, D_C – межа вимірювання ВП. Якщо ж умови вимірювання відхиляються від нормальних, необхідно враховувати додаткові похибки (температурну, магнітного поля тощо).

Отже, враховуючи наведені вище вирази (6) – (12), можна записати розгорнуту модель відносної похибки визначення ємності:

$$d_C = \frac{\Delta_{C_x}}{C_x} = \frac{K \cdot \left[F(y)d_H \cdot H - (d_R - d_r) \cdot \int_0^H F^2(y)dy \right] + C_x \cdot d_e + \frac{S_1}{\sqrt{n}}}{K \cdot \int_0^H F(y)dy} + \frac{K \cdot F(y) \cdot H \cdot d_h + \left[dD_C + (c - d) \cdot K \cdot \int_0^H F(y)dy \right] + \Delta_{ЛЗ} + \Delta_{завади}}{100 \% \cdot K \cdot \int_0^H F(y)dy} \quad (13)$$

З виразу (13) бачимо, що на значення відносної похибки істотно впливає параметр $F(y)$, який залежить від форми внутрішнього електрода. З одного боку, певні складові зменшуються із наближенням внутрішнього електрода до зовнішнього ($r(y) \rightarrow R$ чи $F(y) \rightarrow R$), а з іншого боку, за цієї умови деякі складові збільшуються.

Висновок

Оскільки первинний перетворювач є одним із найважливіших елементів вимірювального кола, то насамперед постає задача розроблення оптимальної конструкції ЄПП, яка б забезпечила мінімальне значення сумарної відносної похибки під час вимірювання діелектричної проникності сипкого середовища.

На основі виразу (13) можна вибрати такі конструктивні параметри ЄПП, які б дали змогу мінімізувати похибку вимірювання діелектричної проникності сипкого середовища.

1. Форейт Й. Емкостные датчики неэлектрических величин / Й. Форейт ; [Пер. с чешск. В.И. Дмитриева]. – М.–Л.: Энергия, 1966. 2. Івах Р., Дорожовець М., Питель І. Систематизація методів вимірювання вологості сипких матеріалів // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2003. – Вип. 62. – С. 97–101.3. <http://www.vim.ru> 4. <http://www.microradar.narod.ru> 5. <http://www.trigla.kiev.ua> 6. Дорожовець М. Опрацювання результатів вимірювань: Навч. посібник / М. Дорожовець. – Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2007. – 624 с.