УДК 004.83; 004.89

П. Кравець, Р. Киркало
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра інформаційних систем та мереж

СИСТЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ З НЕЧІТКОЮ ЛОГІКОЮ

Розглядається проблема прийняття рішень в умовах невизначеності на основі застосування продукційних правил нечіткої логіки. Описано структуру та функції системи нечіткого прийняття рішень. Специфіковано етапи перетворення нечітких даних в процесі логічного виведення рішень. Наведено приклад нечіткого логічного виведення.

The problem of a decision-making in the conditions of uncertainty on the basis of application of productional rules of fuzzy logic is considered. The structure and functions of fuzzy decision-making system are described. The stages of the fuzzy data transformation in the course of a logic conclusion of decisions are specify. The example of a fuzzy logic conclusion is resulted.

Вступ

Прийняття рішень у проблемно-орієнтованих інформаційних системах та системах керування здійснюється в умовах апріорної невизначеності, обумовленої неточністю або неповнотою вхідних даних, стохастичною природою зовнішніх впливів, відсутністю адекватної математичної моделі функціонування, нечіткістю мети, людським фактором [1 – 3] та ін. Невизначеність системи призводить до зростання ризиків від прийняття неефективних рішень, результатом чого можуть бути негативні економічні, технічні та соціальні наслідки.

Невизначеності у системах прийняття рішень компенсують за допомогою різноманітних методів штучного інтелекту. Для ефективного прийняття рішень при невизначеності умов функціонування системи застосовують методи на основі правил нечіткої логіки. Такі методи ґрунтуються на нечітких множинах і використовують лінгвістичні величини і висловлювання для опису стратегій прийняття рішень [4 – 6].

Методи нечітких множин особливо корисні за відсутності точної математичної моделі функціонування системи. Теорія нечітких множин дає можливість застосувати для прийняття рішень неточні та суб'єктивні експертні знання про предметну область без формалізації їх у вигляді традиційних математичних моделей.

З використанням теорії нечітких множин вирішуються питання узгодження суперечливих критеріїв прийняття рішень, створення логічних регуляторів систем. Нечіткі множини дають змогу застосовувати лінгвістичний опис складних процесів, встановлювати нечіткі відношення між поняттями, прогнозувати поведінку системи, формувати множину альтернативних дій, виконувати формальний опис нечітких правил прийняття рішень.

Методи теорії нечітких множин є зручним засобом проектування інтерфейсів у людино-машинних системах. На основі нечіткого логічного виведення будуються системи керування, подання знань, підтримки прийняття рішень, апроксимації, структурної та параметричної ідентифікації, розпізнавання образів, оптимізації. Нечітка логіка знаходить застосування у побутовій електроніці, діагностиці, різноманітних експертних системах. Нечіткі експертні системи для підтримки прийняття рішень знаходять широке застосування у військовій справі, медицині та економіці. З їх допомогою здійснюють бізнес-прогнозування, оцінювання ризиків та прибутковості інвестиційних проектів. На основі нечіткої логіки досліджують глобальні політичні рішення та моделюють кризові ситуації [7, 8].

Важливим застосуванням теорії нечітких множин є контролери нечіткої логіки, які використовуються у різноманітних системах керування, зокрема у побутових приладах. Замість математичної моделі для опису системи такі контролери використовують інтегровані знання експертів, які за структурою подання наближаються до розмовної мови і описуються за допомогою лінгвістичних змінних та нечітких множин [9 – 12].

Загальна структура fuzzi-контролера містить у своєму складі такі складові: блок фазифікації; база знань; блок рішень; блок дефазифікації.

Блок фазифікації перетворює чіткі величини, виміряні на виході об'єкта керування, на нечіткі величини, описані лінгвістичними змінними у базі знань.

Блок рішень використовує нечіткі умовні (if – then) правила, закладені у базі знань, для перетворення нечітких вхідних даних на необхідні керуючі впливи, що мають також нечіткий характер.

Блок дефазифікації перетворює нечіткі дані з виходу блоку рішень на чітку величину, яка подається на виконавчий пристрій для керування об'єктом.

З огляду на широке поширення систем штучного інтелекту з інтегрованою нечіткою логікою, розроблення ефективних систем прийняття рішень на їх основі є актуальною науково-практичною проблемою.

Перспектива застосування нечіткої логіки полягає у розробленні гібридних методів штучного інтелекту, до яких можна віднести нечіткі штучні нейронні мережі, адаптивне поповнення баз нечітких правил, підтримка нечітких запитів до баз даних, побудова нечітких когнітивних карт, нечіткі графи, нечіткі мережі Петрі, нечіткі дерева прийняття рішень, нечітка кластеризація та ін. [13 – 15].

Метою роботи є методологічне узагальнення нечіткого логічного виведення як базового етапу побудови самонавчальних систем з адаптивними правилами прийняття рішень.

Нечіткі множини

Нехай $X \subseteq R^1$ – простір значень вхідних параметрів системи. Тоді нечітка або розмита множина (fuzzy set) A визначається на носії X у вигляді сукупності впорядкованих пар $(x, m_A(x))$:

$$A = \{x, m_A(x) \,|\, x \in X, 0 \le m_A(x) \le 1\},$$

де $m_A(x)$ – функція належності кожного x множині A.

Для дискретного носія нечітка множина позначається у вигляді

$$A = \{x_1 / m_A(x_1),\, x_2 / m_A(x_2), ..., x_m / m_A(x_m)\}.$$

Функція належності $m_A(x)$ ставить у відповідність кожному $x \in X$ дійсне число з відрізку $[0,1]$. Найбільшого поширення отримали гауссова, сигмоїдальна, поліноміальна, тріангулярна та трапецієподібна функції належності. Конкретний вигляд функції визначається потребами досліджуваної предметної області.

Загальна форма функції належності задається у вигляді трапеції:

$$m_A(x) = \begin{cases} \max(0, (x_4 - x)/(x_4 - x_3)), & x > x_3 \\ \max(0, (x - x_1)/(x_2 - x_1)), & x < x_2 \\ 1, & x \ge x_2 \; and \; x \le x_3 \end{cases},$$

де $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

Частковим варіантом є тріангулярна функція належності, яка набуває значення 1 тільки в одній точці і визначає нечітке число.

Нечіткі змінні

У прикладних дослідженнях з проблем керування, в технічних науках, медицині, соціології, економіці, психології тощо широко використовуються експертні оцінки, які формулюються у термінах природної мови. З цією метою використовуються нечіткі лінгвістичні змінні.

Нечітка лінгвістична змінна $\tilde{X}$ (наприклад, тиск) задається набором термів, які позначають якісні ознаки станів системи (наприклад, „низький”, „середній”, „високий”). Нехай $\tilde{X}$ визначається m лінгвістичними термами:

$$\tilde{X} = \{A_j \mid j = 1..m\}.$$

Тоді лінгвістична змінна $\tilde{X}$ є нечітким образом носія X. Кожен із термів є нечіткою множиною

$$A_j = \{x, m_{A_j}(x) \,|\, x \in X, 0 \le m_{A_j}(x) \le 1\}.$$

Функції належності $m_{A_j}(x)$, $j = 1..m$ однієї лінгвістичної змінної $\tilde{X}$ визначаються в одному вимірювальному просторі X.

Операції нечіткої логіки

Над нечіткими множинами можна визначити логічні операції, аналогічні операціям звичайної (однозначної) логіки, наприклад, *NOT*, *AND*, *OR* [6]. Множиною значень функції істинності звичайної логіки є $\{0,1\}$. Функції істинності нечіткої логіки набувають значення на відрізку $[0,1]$. У нечіткій логіці формула (висловлювання) може бути істинною зі значенням $m \in [0,1]$. Нехай A, B – дві нечіткі множини.

Операція *NOT* – нечітке доповнення множини:

$$NOT\,A = A' = \{x, m_{A'}(x) \,|\, x \in X, m_{A'}(x) = 1 - m_A(x)\}.$$

Для нечітких величин операція *NOT* ($\neg$) є інволюцією на $[0,1]$:

$$\neg a : [0,1] \to [1,0].$$

Операція *AND* ($\cap$) – нечітка кон'юнкція множин:

$$A\,AND\,B = A \cap B = T_{\cap}(m_A(x), m_B(x)).$$

Оператор $T_{\cap}$ є будь-яким бінарним відношенням, яке задовольняє умови:

1) обмеження

$$T_{\cap}(0,0) = 0, T_{\cap}(m,1) = T_{\cap}(1,m) = m;$$

2) монотонність

$$if\ m_A \le m_C\ and\ m_B \le m_D\ then\ T_{\cap}(m_A, m_B) \le T_{\cap}(m_C, m_D);$$

3) комутативність

$$T_{\cap}(m_A, m_B) = T_{\cap}(m_B, m_A);$$

4) асоціативність

$$T_{\cap}(T_{\cap}(m_A, m_B), m_C) = T_{\cap}(m_A, T_{\cap}(m_B, m_C)).$$

Операція *AND* ($\wedge$) над нечіткими величинами є тріангулярною нормою і набуває значення на відрізку $[0,1]$:

$$a \wedge b : [0,1] \times [0,1] \to [0,1].$$

Одним із прикладів *t*-норми є знаходження мінімуму двох функцій належності:

$$A\,AND\,B = A \cap B = \min_x (m_A(x), m_B(x)).$$

Операція *OR* ($\cup$) – нечітка диз'юнкція множин:

$$A\,OR\,B = A \cup B = T_{\cup}(m_A(x), m_B(x)).$$

Аналогічно $T_{\cap}$, оператор $T_{\cup}$ є будь-яким бінарним відношенням, яке задовольняє умови:

1) обмеження

$$T_{\cup}(1,1) = 1, T_{\cup}(m,0) = T_{\cup}(0,m) = m;$$

2) монотонність

$$if\ m_A \le m_C\ and\ m_B \le m_D\ then\ T_{\cup}(m_A, m_B) \le T_{\cup}(m_C, m_D);$$

3) комутативність

$$T_{\cup}(m_A, m_B) = T_{\cup}(m_B, m_A);$$

4) асоціативність

$$T_{\cup}(T_{\cup}(m_A, m_B), m_C) = T_{\cup}(m_A, T_{\cup}(m_B, m_C)).$$

Операція OR ($\vee$) над нечіткими величинами є тріангулярною конормою, яка набуває значення на відрізку $[0,1]$:

$$a \vee b : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1].$$

Одним із прикладів *t*-конорми є знаходження максимуму двох функцій належності:

$$A\, OR\, B = A \cup B = \max_x (m_A(x), m_B(x)).$$

Операція імплікації $T_{\rightarrow}$ є будь-яким бінарним відношенням, яке задовольняє умови:

1) обмеження

$$T_{\rightarrow}(m,1) = 1, T_{\rightarrow}(1,m) = m, T_{\rightarrow}(0,m) = 1;$$

2) зміна порядку за першим аргументом

$$if\ m_A \le m_B\ then\ T_{\rightarrow}(m_A, m_C) \ge T_{\cup}(m_B, m_C);$$

3) збереження порядку за другим аргументом

$$if\ m_C \le m_D\ then\ T_{\rightarrow}(m_A, m_C) \le T_{\cup}(m_A, m_D).$$

Одним із прикладів такої операції є імплікація Кліна–Дайнеса:

$$A \rightarrow B = \max_x (1 - m_A(x), m_B(x)).$$

Імплікація ($\rightarrow$) над нечіткими величинами є тріангулярною операцією зі значенням на відрізку $[0,1]$:

$$a \rightarrow b : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1].$$

Імплікація над нечіткими величинами a, b може бути отримана за допомогою операцій нечіткого доповнення, норми та конорми, наприклад: $a \rightarrow b = \overline{a} \wedge \overline{b}$, $a \rightarrow b = \overline{a} \vee b$.

Функції та структура нечіткої системи

Нехай нечітка система здійснює вибір варіантів рішень на основі залежності вихідної величини від декількох вхідних величин. Припустимо, що математична модель залежності виходу від входів відсутня і замість неї використовується база експертних правил у вигляді нечітких висловлювань "$if - then$" у термінах лінгвістичних змінних та нечітких множин.

Тоді функціональність нечіткої системи прийняття рішень визначається такими кроками [16]:

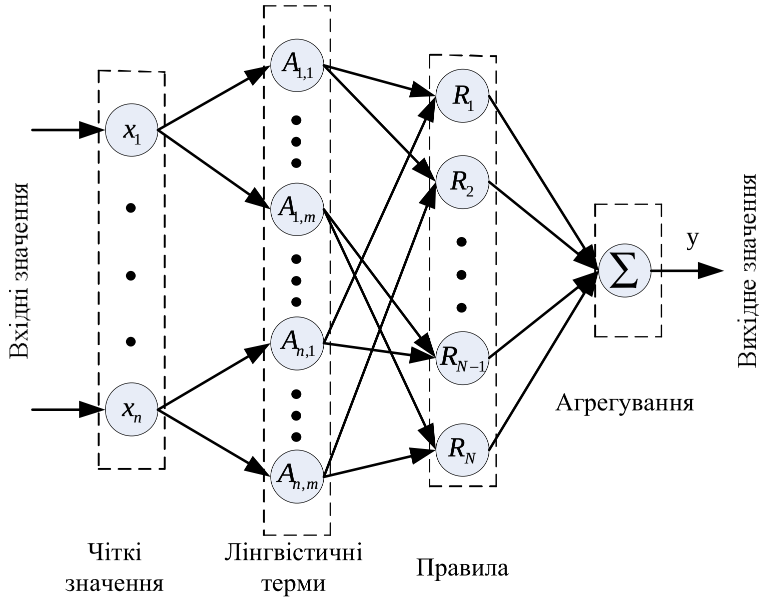
1) перетворення чітких вхідних змінних на нечіткі, тобто визначення ступеня відповідності входів кожній із нечітких множин;
2) обчислення правил на основі використання нечітких операторів та застосування імплікації для отримання вихідних значень правил;
3) агрегування нечітких виходів правил у загальне вихідне значення;
4) перетворення нечіткого виходу правил на чітке значення.

Структура системи з нечіткою логікою зображена на рисунку. Система побудована за схемою багатошарової штучної нейромережі, яка складається з вхідного, двох прихованих та вихідного шару.

Перший шар зображає входи системи, другий шар – нечіткі лінгвістичні змінні, третій шар – правила над нечіткими змінними, четвертий шар – виходи правил. Ваги усіх шарів, крім останнього, дорівнюють 1. Ваги зв’язків між шаром правил та вихідним шаром визначаються алгоритмом навчання.

Входи $\overline{x} = (x_i \mid i = 1..n)$ (наприклад, тиск, об’єм) та вихід y (наприклад, температура) є чіткими контрольованими величинами. Кожен параметр x_i, $i = 1..n$ має нечіткий відповідник у вигляді лінгвістичної змінної $\tilde{X}_i = \{A_{i,j} \mid j = 1..m_i\}$. Лінгвістична змінна $\tilde{X}_i$ складається з m_i термів $A_{i,j}$, кожен з яких є нечіткою множиною.

Правила R_k, $k = 1..N$ перевіряють значення кожної лінгвістичної змінної, тому максимально можлива кількість правил дорівнює $N_{\max} = \prod_{i=1}^{n} m_i$. Реальну кількість правил позначимо через $N \le N_{\max}$.



Структура системи нечіткого логічного виведення

Вихід правила – це лінгвістична змінна $\tilde{Y} = \{B_j \mid j = 1..m\}$, яка набуває значення одного із термів B_j.

Для узагальнення правил відбувається агрегування їх нечітких виходів в одну нечітку множину з її подальшим перетворенням на чітке вихідне значення y.

Фазифікація входів

Фазифікація полягає у перетворенні чітких вхідних величин $\overline{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ до нечітких множин $A' = (A'_1, A'_2, ..., A'_n)$. У більшості випадків для цього використовуються синглетонні моделі. Синглетон чіткого значення x_i є нечіткою множиною $A'_i(x, m_{A'_i}(x))$ з функцією належності

$$m_{A'_i}(x) = \begin{cases} 1, x = x_i; \\ 0, x \neq x_i. \end{cases}$$

При фазифікації чіткого входу x_i визначають ступені його відповідності кожному лінгвістичному терму $A_{i,j}$ з функціями належності $m_{A_{i,j}}(x)$, $j = 1..m_i$. Ці ступені є значеннями функцій належності $m_{A_{i,j}}(x)$ у точці $x = x_i$, або інакше – значенням $A_{i,j}(x_i)$, $i = 1..n$.

Нечітке логічне виведення

Нечіткі вхідні значення системи перетворюються на вихідні на основі правил нечіткої логіки, що характерно для експертних систем прийняття рішень. Нехай система прийняття рішень здійснює перетворення значень n вхідних лінгвістичних змінних $\tilde{X} = \{\tilde{X}_i \mid i = 1..n\}$ у вихідну лінгвістичну змінну $\tilde{Y} = R(\tilde{X})$ згідно з базою правил $R = \{R_k \mid k = 1..N\}$. Правила R акумулюють знання експертів у вигляді нечіткої імплікації $R = A \to B$, яку можна розглядати як нечітку множину на декартовому добутку носіїв вхідних та вихідних розмитих множин. Процес отримання нечіткого результату B' з нечітких вхідних множин A' на основі знань $A \to B$ можна зобразити у такому вигляді

$$B' = A' \bullet R = A' \bullet (A \to B),$$

де $\bullet$ – композиційне правило нечіткого виведення.

На практиці для нечіткого виведення використовується максимінна композиція, а нечітка імплікація реалізується знаходженням мінімуму функцій належності.

Для імітації роботи експертної системи за схемою імплікації використовується множина нечітких продукційних правил, кожне з яких будується у вигляді умовного оператора:

if *логічний вираз* ***then*** *оператор,*

де *логічний вираз* – висловлювання, побудоване на основі базових логічних операцій над нечіткими величинами; *оператор* – результуюче рішення. Правила можуть визначати відношення відповідності (is) між вхідними лінгвістичними змінними $\tilde{X}$ та їх нечіткими термами $\{A_{i,j} \mid i=1,..,n;\, j=1..m_i\}$. Використання нечітких умовних правил є природнім для подання знань експертами і спрощує їх машинне опрацювання.

Загалом до правила можуть входити усі можливі комбінації лінгвістичних термів для усіх вхідних змінних, об’єднаних логічними операціями.

Слід зазначити, що за допомогою перетворень нечітких множин будь-яке правило, що містить у лівій частині як кон’юнкції, так і диз'юнкції, можна перетворити на систему правил, у лівій частині яких будуть або тільки кон’юнкції, або тільки диз'юнкції. Для визначення нечіткої кон’юнкції можна використати знаходження мінімуму, а для нечіткої диз'юнкції – знаходження максимуму двох функцій належності. Не зменшуючи загальності, будемо розглядати правила, побудовані на основі кон’юнкції.

Розрізняють дві моделі логічного виведення: Мамдані (Mamdani) та Такагі-Суджено (Takagi-Sugeno) [6].

Модель Мамдані оперує лише з лінгвістичними змінними та нечіткими множинами і перетворює нечіткі входи на нечіткі виходи. Наприклад, для моделі Мамдані правила мають вигляд:

$$R_k : if\ \tilde{X}_1\ is\ A_{1,k}\ and \ldots and\ \tilde{X}_n\ is\ A_{n,k}\ then\ \tilde{Y}\ is\ B_k\,,$$

де $A_{i,k} \in \tilde{X}_i$ – нечеткі множини для вхідних та $B_k \in B$ – нечіткі множини для вихідної лінгвістичної змінної, які використовуються в k-му правилі ($k=1..N$). Операція *and* інтерпретується як *t*-норма нечітких множин.

Модель Такагі–Суджено оперує з чіткими величинами, лінгвістичними змінними та нечіткими множинами і перетворює чіткі входи у чіткі виходи. Правила моделі Такагі–Суджено можуть мати вигляд:

$$R_k : if\ x_1\ is\ A_{1,k}\ and \ldots and\ x_n\ is\ A_{1,n}\ then\ y = o_k\,,$$

де o_k – завершальне значення k-го правила, вихідний сигнал або керуюча дія.

Для повноти бази нечітких правил повинні виконуватися такі умови:

1) для будь-якого терму вхідної змінної існує хоча б одне правило, в якому цей терм використовується у лівій частині правила;

2) існує хоча б одне правило для кожного лінгвістичного терму вихідної змінної.

Для багатовходових систем застосовується механізм логічного виведення, характерною рисою якого є використання рівнів істинності передумов правил.

Для кожного правила R_k, $k=1..N$ визначається рівень його істинності a_k стосовно входів. Рівень істинності є дійсним числом, яке характеризує ступінь відповідності нечітких входів системи A_i', $i=1..n$ заданим у правилах нечітким множинам $A_{i,j}$ ($j=1..m_i$):

$$a_k = \min_{i=1}^{n}\left[\max_{X_i}\left(A_i' \wedge A_{i,j}\right)\right],$$

де X_i – простір визначення входів A_i', $i=1..n$; операція $\wedge$ – нечітка кон’юнкція.

При використанні вхідних синглетонів механізм логічних виведень спрощується, оскільки ступінь істинності правил може бути визначений на основі фазифікованих входів:

$$\max_{X_i}\left(A_i'(x_i) \wedge A_{i,j}\right) = A_{i,j}(x_i)\,.$$

У цьому випадку обчислення рівня істинності *k*-го правила буде формуватися за формулою:

$$a_k = \min_i (A_{i,j}(x_i)).$$

Кожне із правил є нечіткою імплікацією, яка визначає вихідне значення залежно від рівня істинності лівої частини правила. Ступінь впевненості виведення задається функцією належності відповідного вихідного терму B_k. Використовуючи один зі способів побудови нечіткої імплікації, одержимо нові нечіткі змінні, або відповідні ступені впевненості в значенні виходів при застосуванні відповідного правила до заданих входів. Так, на основі визначення нечіткої імплікації за Мамдані, як мінімуму лівої й правої частин правила, маємо:

$$B'_k = \min(a_k, B_k), \ \ k = 1..N,$$

де B'_k – зрізи вихідних нечітких множин на рівні a_k.

Завершальним кроком нечіткого логічного виведення є агрегування виходів правил. Один з основних способів акумуляції – нечітка диз'юнкція вихідних множин, або, інакше, знаходження максимуму отриманих функцій належності. Як результат, отримаємо значення агрегованого виходу:

$$B' = \max_k \left(B'_k\right), \ \ k = 1..N.$$

При нечіткому логічному виведенні паралельно опрацьовують велику кількість правил з подальшим їх агрегуванням у завершальне рішення. Правила можуть будуватися на основі досвіду та знань експертів, створенням моделі дій оператора, методом навчання. При проектуванні пристроїв з нечіткою логікою важливо забезпечити можливості їх пристосування до змін навколишнього середовища методом навчання бази правил за експериментальними даними. Навчання полягає в адаптивному підборі параметрів нечітких множин та автоматичному генеруванні правил нечіткого логічного виведення. Для цього використовуються алгоритми оптимізації та інтелектуального опрацювання даних – градієнтний, генетичний, штучних нейронних мереж, байесових мереж та ін.

Дефазифікація виходів

Після визначення індивідуальних виходів правил здійнюється дефазифікація агрегованого виходу. В загальному етап дефазифікації є необов'язковим і використовується за необхідності перетворення виведених нечітких лінгвістичних змінних до точного значення.

Існує декілька методів дефазифікації – метод среднього центру, перший максимум, середній максимум, висотна дефазифікація [6]. Наприклад, метод середнього центру, або центроїдний метод, визначається центром ваги вихідної нечіткої множини:

$$y = \frac{\sum_{j=1}^{m} y_j B'(y_j)}{\sum_{j=1}^{m} B'(y_j)}.$$

Для моделі Такагі–Суджено вихідні множини правил задаються у вигляді сінглетонів з функціями належності

$$m_{o_k}(y_k) = \begin{cases} 1, \ y_k = o_k \\ 0, \ y_k <> o_k \end{cases},$$

де o_k – вихідне значення k-го правила.

Тоді результуюче чітке вихідне значення системи прийняття рішень обчислюється зважуванням значень активованих правил:

$$y = \frac{\sum_{k=1}^{N} a_k y_k}{\sum_{k=1}^{N} a_k}.$$

У системах керування отримане чітке вихідне значення використовується у контурі зворотного зв'язку для вироблення керуючих дій.

Приклад нечіткого виведення

Нехай база нечітких правил прийняття рішень містить визначені експертами залежності шансу працевлаштування молодого спеціаліста від його рівня підготовки (рейтингу) та попиту на спеціалістів такого профілю на ринку праці. Введемо лінгвістичні змінні: *рейтинг = (високий, низький); попит = (високий, низький); шанс = (високий, середній, низький).*

Наведемо декілька із можливих правил:

R_1 : якщо *попит* є *високим* і *рейтинг* є *високим*, то *шанс* є *високим*;

R_2 : якщо *попит* є *низьким* і *рейтинг* є *високим*, то *шанс* є *середнім*;

R_3 : якщо *попит* є *високим* і *рейтинг* є *низьким*, то *шанс* є *середнім*;

Допустимо, що лінгвістичні терми входів описуються такими нечіткими множинами:

високий попит = {100/0.2; 200/0.4; 300/0.8; 400/1};
низький попит = {100/1; 200/0.8; 300/0.6; 400/0.4};
високий рейтинг = {50/0.1; 71/0.8; 88/0.9; 100/1};
низький рейтинг = {50/1; 71/0.3; 88/0.2; 100/0.1}.

Терми виходу описуються такими множинами:

високий шанс = {0/0.1; 0.5/0.5; 1/1};
середній шанс = {0/0.5; 0.5/1; 1/0.5}.

Необхідно визначити шанс працевлаштування при *незначному попиті* та *середньому рейтингу*.

Звернемо увагу на те, що вхідні дані не визначають термів *незначний попит* та *середній рейтинг*. Вихідну реакцію на ці нечіткі значення необхідно отримати в процесі логічного виведення на основі бази правил.

Нехай на вхід системи надходять нечіткі множини попиту A_1' = {100/0.4; 200/0.3; 300/0.2; 400/0.1} та рейтингу A_2' = {50/0.1; 71/0.8; 88/0.8; 100/0.1}.

Операції визначення мінімуму та максимуму позначимо у вигляді $\wedge$ та $\vee$ відповідно.

Для обчислення виходу виконаємо етапи нечіткого логічного виведення:

1. Обчислення рівнів істинності правил.

$$a_1 = \min[\max(0.4\wedge 0.2,\ 0.3\wedge 0.4,\ 0.2\wedge 0.8,\ 0.1\wedge 1),\ \max(0.1\wedge 0.1,\ 0.8\wedge 0.8,\ 0.8\wedge 0.9,\ 0.1\wedge 1)] =$$
$$= \min[\max(0.2, 0.3, 0.2, 0.1),\ \max(0.1, 0.8, 0.8, 0.1)] = \min[0.3, 0.8] = 0.3$$
$$a_2 = \min[\max(0.4\wedge 1,\ 0.3\wedge 0.8,\ 0.2\wedge 0.6,\ 0.1\wedge 0.4),\ \max(0.1\wedge 0.1,\ 0.8\wedge 0.8,\ 0.8\wedge 0.9,\ 0.1\wedge 1)] =$$
$$= \min[\max(0.4, 0.3, 0.2, 0.1),\ \max(0.1, 0.8, 0.8, 0.1)] = \min[0.4, 0.8] = 0.4$$
$$a_3 = \min[\max(0.4\wedge 0.2,\ 0.3\wedge 0.4,\ 0.2\wedge 0.8,\ 0.1\wedge 1),\ \max(0.1\wedge 1,\ 0.8\wedge 0.3,\ 0.8\wedge 0.2,\ 0.1\wedge 0.1)] =$$
$$= \min[\max(0.2, 0.3, 0.2, 0.1),\ \max(0.1, 0.3, 0.2, 0.1)] = \min[0.3, 0.3] = 0.3$$

2. Обчислення виходів правил.

$$B_1' = \{0/\min(0.3, 0.1),\ 0.5/\min(0.3, 0.5),\ 1/\min(0.3, 1)\} = \{0/0.1,\ 0.5/0.3,\ 1/0.3\}$$
$$B_2' = \{0/\min(0.4, 0.5),\ 0.5/\min(0.4, 1),\ 1/\min(0.4, 0.5)\} = \{0/0.4,\ 0.5/0.4,\ 1/0.4\}$$
$$B_3' = \{0/\min(0.3, 0.5),\ 0.5/\min(0.3, 1),\ 1/\min(0.3, 0.5)\} = \{0/0.3,\ 0.5/0.3,\ 1/0.3\}$$

3. Агрегування виходів.

$$B' = B_1' \vee B_2' \vee B_3' = \{0/\max(0.1, 0.4, 0.3),\ 0.5/\max(0.3, 0.4, 0.3),\ 1/\max(0.3, 0.4, 0.3)\} =$$
$$= \{0/0.4,\ 0.5/\ 0.4,\ 1/0.4\}$$

4. Дефазифікація виходу.

$$y = \frac{0 * 0.4 + 0.5 * 0.4 + 1 * 0.4}{0.4 + 0.4 + 0.4} = \frac{0.6}{1.2} = 0.50$$

Отже, для заданих нечітких множин, при незначному попиті на спеціалістів та середньому кваліфікаційному рейтингу шанс працевлаштуватися становить 50 %.

Висновки

1. Для керування системами з вбудованими елементами штучного інтелекту в умовах невизначеності необхідно побудувати людино-машинний інтерфейс на основі якісних, вербальних категорій. Такі категорії визначаються в термінах нечітких множин. Тому розроблення методів керування вбудованими системами на основі правил нечіткої логіки є актуальною науково-практичною проблемою.

2. Для ефективного використання нечітких систем необхідно адекватно визначити нечіткі множини величин, побудувати правила виведення, правила агрегування виходів, здійснити перетворення чітких входів у нечіткі й нечітких виходів у чіткі.

3. Забезпечити адекватність функцій належності нечітких величин можна їх динамічним підстроюванням за допомогою адаптивних методів.

4. Якість прийняття рішень в основному визначається базою нечітких правил. Такі правила визначаються експертним методом і тому можуть бути суб'єктивними, неповними або суперечливими. Подолання суперечливості правил і, відповідно, підвищення інтелектуального рівня системи нечіткого логічного виведення досягається поповненням і вдосконаленням бази правил у процесі навчання.

1. Трухаев, Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности / Р.И. Трухаев. – М.: Наука, 1981. – 258 с. 2. Орловский, С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации / С. А. Орловский. –М.: Наука, 1981. - 208 с. 3. Алтунин, А.Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография / А.Е. Алтунин, М.В. Семухин. – Тюмень: ТГУ, 2000.— 352 с. 4. Заде, Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М.: Мир, 1976. – 165 с. 5. Zimmerman, H. J. Fuzzy Set Theory and Its Applications / H. J. Zimmerman. – Kluwer, Dordrecht, 1991. – 315 p. 6. Нечеткая логика: алгебраические основы и приложения: Монография / С.Л. Блюмин, И.А. Шуйкова, П.В. Сараев, И.В. Черпаков. – Липецк: ЛЭГИ, 2002. – 113 с. 7. Борисов, А.Н. Принятие решений на основе нечетких моделей. Примеры моделей / А.Н. Борисов, О.А. Крумберг, И.П. Федоров. – Рига: Зинатне, 1990. – 184 с. 8. Асаи, К. Прикладные нечеткие системы [пер. с японского] / Под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. – М.: Мир, 1993. – 368 с. 9. Mamdani, E.H. Application of fuzzy algorithms for the control of a simple dynamic plant / E.H. Mamdani // Proc. IEEE 121, 1974. – P. 1585-1588. 10. Sugeno, M. Industrial applications of fuzzy control / M. Sugeno, ed. – North-Holland, Amsterdam, 1985. – 269 p. 11. Theoretical aspects of fuzzy control / H.T. Hguen, M. Sugeno, R. Tong, R.R. Yager. – New York, John Wiley & Sons, 1995. – 359 p. 12. Mudi, R.K. A self-tuning fuzzy PI controller / R.K. Mudi, N.R. Pal // Int. Jo. Fuzzy sets and systems. – № 115. – 2000. – P. 327 – 378. 13. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. – Винница: УНІВЕРСУМ –Вінниця, 1999. – 320 с. 14. Рутковская, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. – М.: Горячая линия–Телеком, 2004. – 452 с. 15. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с. 16. Naeeni, A. F. Advanced Multi-Agent Fuzzy Reinforcement Learning. Master Thesis Computer Engineering, Nr: E3098D / Alireza Ferdowsizadeh Naeeni. – Dalarna University, Sweden, 2004. – 99 p.