зображень як стохастичних зображень та полів // Матеріали міжнародної наукової конференції "Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчилювального інтелекту (ISDMCI'2009)" 18–22 травня 2009 року, Євпаторія, Крим, Збірка у двох томах Т.2. Секція 4 "Обчислювальний інтелект та індуктивне моделювання". – С.401–405. 3. Лихолетов И.И., Мацкевич И.П. Руководство к решению задач по высшей математике, теории вероятностей и математической статистике. – Минск: Вишєйшая школа, 1969. – 454 с.

УДК 519.718.2

С. Щербовських
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра електроприводу та
автоматизації промислових установок

ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКОСТІ ЗАПАСНИХ ЧАСТИН ДЛЯ ЗГРУПОВАНИХ ОДИНАРНИХ ВІДНОВЛЮВАНИХ ОБ'ЄКТІВ

Розглянуто проблему визначення кількості запасних частин для згрупованих одинарних відновлюваних об'єктів з миттєвими ремонтами та з урахуванням тривалості ремонтів. Вирішити проблему запропоновано шляхом складання та аналізу таблиці працездатності за методом прямого перебирання.

The paper is devoted to problem of spare parts amount calculation for grouped single renewal item with instantaneous repairs and time repairs taking into account. This problem solving is proposed by creating and analysis reliability table that based on the enumeration method.

Постановка проблеми

Для безперебійного функціонування одинарних відновлюваних об'єктів упродовж заданого напрацювання необхідно забезпечити на складі необхідну кількість запасних частин. З погляду економії, зберігання запасних частин вимагає витрат, а тому прагнуть звести їх кількість до нуля. З погляду надійності, для абсолютного уникнення перебоїв системи через брак запасних частин, їх кількість має бути необмеженою. Вказане протиріччя розв'язують шляхом мінімізації функціонала загальних витрат, пов'язаних із зберіганням та нестачею запасних частин за обумовлене напрацювання. Особливим аспектом, під час складання цього функціоналу, є можливість врахування у ньому того, що об'єкт функціонує не сам, а у групі однотипних об'єктів. Розроблення адекватного та ефективного методу обчислення такого функціоналу є важливою науковою проблемою. Зокрема, публікація присвячена визначенню зведеної оптимальної кількості запасних частин для одинарного відновлюваного об'єкта з урахуванням та без урахування тривалості ремонтів, що функціонує у групі. Практична цінність розв'язання вказаної проблеми полягає у розробленні адекватного методу визначення оптимальної кількості запасних частин для відновлюваних об'єктів, які функціонують у групі.

Огляд літератури

Кількість запасних частин зазвичай визначають статистичними методами [1]. З цією метою аналізують відмови об'єкта та витрати, спричинені ними і за кілька ітерацій наближаються до оптимального значення. Для відповідальних та високовартісних об'єктів такий підхід є неприйнятним через високий ризик перебоїв на початковому етапі експлуатації, а також через те, що оптимальна кількість запасних частин зі зростанням напрацювання змінюється. Розроблено ряд інженерних методів для попереднього визначення кількості запасних частин [2, 3], проте вони ґрунтуються на апроксимації нормальним розподілом і забезпечують лише наближену оцінку. У [4] запропоновано адекватнішу модель для визначення кількості запасних частин, проте вона не враховує впливу тривалості ремонту. У [5] подано модель надійності, яка враховує тривалість ремонту, але лише для стаціонарного випадку. Також методи, наведені у [2–5], не враховують особливості функціонування об’єктів групою. У [6, 7] розглянуто застосування методу Монте-Карло для оцінювання кількості запасних частин. Недоліком такого методу є низька обчислювальна ефективність та спотворення результату флуктуаціями, що створює цей метод. Перспективним напрямом щодо розв’язання вказаної проблеми є застосування перетворення циклічних марковських моделей в ациклічні [8, 9].

Постановка завдання

Розробити метод визначення кількості запасних частин для об’єктів, які функціонують у групі, використовуючи функцію ймовірності появи вказаної кількості відмов, що отримана на основі застосування ациклічних розширених марковських моделей відновлюваного одинарного об’єкта.

Опис результатів дослідження

Модель одинарного об’єкта. Визначення кількості запасних частин для об’єктів, які функціонують окремо. У початковий момент часу об’єкт перебуває у працездатному стані S_0 (рис. 1), в якому його напрацювання розподілено за моделлю відмов $R(t)$.

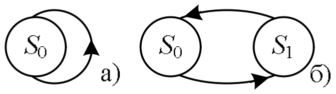

Рис. 1. Діаграми станів та переходів одинарного відновлюваного об’єкта

Внаслідок відмови об’єкт покидає цей стан. Вважаємо, що засоби технічної діагностики ідеальні, а тому відмова миттєво діагностується. Ремонт полягає у заміні вказаного об’єкта на новий. Якщо засоби обслуговування ідеальні, то відмова миттєво усувається, і об’єкт повертається у стан S_0 (рис. 1, а). Якщо засоби обслуговування неідеальні, то система потрапляє у непрацездатний стан S_1 (рис. 1, б) в якому відбувається ремонтування, тривалість якого розподілена за моделлю відновлення $M(t)$. Після усування відмови об’єкт повертається назад у стан S_0. Кількість запасних частин k визначаємо із умови, щоб сумарні витрати, пов’язані із зберіганням та нестачею запасних частин, були мінімальними. Приймаємо, що витрати на закупівлю та зберігання однієї запасної частини становлять x, а витрати, спричинені усуненням одного перебою, становлять y. За таких позначень сумарні витрати обчислюються за виразом:

$$Q(k) = x\,k + y\sum_{i=k}^{N_f}(i-k)P(i)\,, \tag{1}$$

де N_f – максимальна кількість відмов об’єкта, яка реально можлива за досліджуване напрацювання; i – поточний коефіцієнт; $P(i)$ – функція ймовірності виникнення вказаної кількості відмов.

Враховуючи, що середні витрати, спричинені виникненням перебоїв, із збільшенням кількості запасних частин стрімко спадають, а витрати на зберігання запасних частин із збільшенням їх кількості пропорційно зростають, то крива сумарних витрат матиме мінімум. Кількість запасних частин, яка відповідає мінімуму, і є шуканим результатом.

Функцію ймовірності появи вказаної кількості відмов для об’єкта, який функціонує окремо $P(i)$, визначають на основі ациклічних марковських моделей. Якщо усі моделі відмов та відновлення є експоненціальними, то застосовують звичайні марковські моделі, а якщо ні – то марковські моделі на основі розширення простору станів. Такі моделі формують шляхом заведення на діаграмі переходів, що відповідають відновленню, не назад у вихідний працездатний стан S_0, а у множину наступних станів S_{01}, S_{11}, S_{02}, S_{12}, …, S_{0i}, S_{1i} тощо (рис. 2).

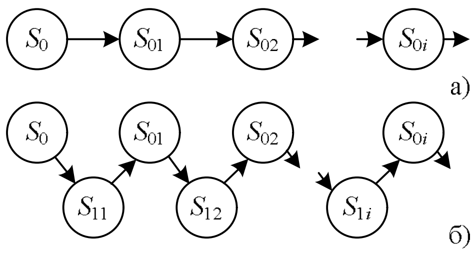

Рис. 2. Ациклічні діаграми станів та переходів одинарного відновлюваного об'єкта

Докладно питання визначення функції ймовірності появи вказаної кількості відмов на основі ациклічної розширеної марковської моделі для одинарного відновлюваного об'єкта з миттєвими ремонтами розглянуто у [10], а для одинарного відновлюваного об'єкта з урахуванням тривалості ремонтів у [11, 12].

Визначення кількості запасних частин для об'єктів, які функціонують у групі

Розглянемо випадок, за якого експлуатується одночасно декілька однакових одинарних відновлюваних об'єктів, сукупність яких називатимемо групою. Кількість запасних частин для об'єктів, які об'єднані в групу, *не* дорівнює кількості запасних частин, визначених шляхом добутку кількості запасних частин для об'єкта, який функціонує окремо, на кількість об'єктів в групі. Це пов'язано з тим, що імовірнісні характеристики об'єктів у групі взаємно впливають одна на одну. Застосування власне ациклічної марковської моделі надійності для визначення функції ймовірності появи вказаної кількості відмов виявляється недоцільним, оскільки простір станів для такого типу моделей складно піддається автоматизованій побудові. Натомість для об'єктів, які функціонують у групі, функцію ймовірності появи вказаної кількості відмов пропонується визначати так. Оскільки об'єкти у групі функціонують незалежно один від одного і розпочинають функціонувати в один і той самий момент часу, то групу можна розглядати як паралельне сполучення однакових відновлюваних об'єктів з миттєвими ремонтами.

Для визначення функції ймовірності появи вказаної кількості відмов для групи $P_G(i_G)$ скористаємось методом прямого перебирання, який ґрунтується на складанні таблиці працездатності. Нехай для об'єкта із групи, яка містить N_G об'єктів, відома функція ймовірності появи вказаної кількості відмов для випадку, якщо він функціонує окремо $P(i)$, яку отримано раніше на основі ациклічної моделі. Введемо допоміжні функції $x_j(i)$, за кількістю об'єктів у групі j $\{1, 2 \ldots N_G\}$, які набувають значення за кількістю відмов об'єкта i $\{0, 1, \ldots N_f\}$. Кількість рядків у таблиці працездатності дорівнює: $N_R = (N_f + 1)^{N_G}$.

Вираз у дужках містить кількість станів, в яких може перебувати група об'єктів, включаючи стан, який відповідає відсутності відмов. У стовпцях від другого до (N_G+1)-го записуємо усі можливі набори значень допоміжних функцій $x_j(i)$. Заповнюємо ці стовпці за таким алгоритмом. Для функції $x_1(i)$ записуємо циклічно у комірки відповідного стовпця згори донизу почергово значення "0", "1", … "N_f" . Для функції $x_2(i)$ – значення "0", "0", … "0" N_f разів, "1", "1", … "1", N_f разів і т.д. Введемо допоміжну функцію Y, значення якої дорівнює кількості відмов у групі об'єктів для заданого стану. Значення функції Y є сумою значень допоміжних функцій x_j для кожного рядка таблиці працездатності. Запишемо значення цієї функції у (N_G + 2)-й стовпець таблиці. Наступний етап полягає у табулюванні функції ймовірності появи вказаної кількості відмов для групи об'єктів. У першому стовпці записуємо номера за порядком, кількість яких визначаємо у міру складання таблиці. Максимальна кількість відмов для групи дорівнює добуткові N_G на N_f. У другий стовпець записуємо усі значення для кількості відмов i $\{0, 1, \ldots N_G N_f\}$. Третій та четвертий стовпці заповнюємо на основі аналізу таблиці працездатності У третій стовпець записуємо ймовірності станів групи відповідно до кількості відмов, а у четвертий – кількість повторень функції ймовірності такого стану. Функцію ймовірності перебування групи у стані визначаємо на основі правила "множення ймовірностей незалежних подій (станів)". Тобто, функція ймовірності перебування групи у певному стані є таким добутком $P(x_1)$ $P(x_2)$ … $P(x_i)$. Звернемо увагу, що одній та тій самій кількості відмов у групі може відповідати декілька станів. Другий рядок визначає стан, за якого два об'єкта в групі відмовили по одному разу, а третій – коли один об’єкт відмовив двічі. Очевидно, що зі збільшенням значення кількості відмов зростатиме кількість станів, яка відповідає такому значенню.

Розглянемо приклад визначення функції ймовірності появи вказаної кількості відмов $P_G(i_G)$ для групи із трьох об’єктів N_G = 3. Приймаємо, що функція ймовірності появи вказаної кількості відмов для об’єкта із групи, який функціонує окремо, є відомою $P(i)$, і реально можлива кількість його відмов становить N_f = 2. Приклад функції ймовірності появи вказаної кількості відмов для досліджуваного об’єкта наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Таблиця функції ймовірності появи вказаної кількості відмов для групи із трьох об’єктів

№	Кількість відмов i	Функція ймовірності $P(i)$	
		Добуток	Коефіцієнт
0.	0	P(0) P(0) P(0)	1
1.	1	P(0) P(0) P(1)	3
2.	2	P(0) P(0) P(2)	3
3.		P(0) P(1) P(1)	3
4.	3	P(0) P(1) P(2)	6
5.		P(1) P(1) P(1)	1
6.	4	P(0) P(2) P(2)	3
7.		P(1) P(1) P(2)	3
8.	5	P(1) P(2) P(2)	3
9.	6	P(2) P(2) P(2)	1

Ця функція складена на основі аналізу показників працездатності групи, поданої у табл. 2.

Таблиця 2

Показники працездатності для визначення функції ймовірності появи вказаної кількості відмов для групи із трьох об’єктів

№	x_1	x_2	x_3	Y
1	2	3	4	5
0.	0	0	0	0
1.	1	0	0	1
2.	2	0	0	2
3.	0	1	0	1
4.	1	1	0	2
5.	2	1	0	3
6.	0	2	0	2
7.	1	2	0	3
8.	2	2	0	4
9.	0	0	1	1
10.	1	0	1	2
11.	2	0	1	3
12.	0	1	1	2
13.	1	1	1	3
14.	2	1	1	4
15.	0	2	1	3
16.	1	2	1	4
17.	2	2	1	5
18.	0	0	2	2
19.	1	0	2	3
20.	2	0	2	4
21.	0	1	2	3
22.	1	1	2	4
23.	2	1	2	5
24.	0	2	2	4
25.	1	2	2	5
26.	2	2	2	6

Для автоматизації запропонованого методу розроблено та тестовано спеціальне математичне та програмне забезпечення.

Нехай відомі функції ймовірності появи вказаної кількості відмов для одинарного відновлюваного об'єкта для випадку, якщо він функціонує окремо $P(i)$, які були отримані на основі застосування ациклічних розширених марковських моделей [10, 11]. Застосовуючи наведений вище метод, визначимо функції ймовірності появи вказаної кількості відмов для одинарного відновлюваного об'єкта для випадку, якщо він функціонує у групі $P_G(i_G)$. Результати розрахунків наведені на рис. 3.

Потовщені суцільні лінії 1, 3 та 5 позначають криві функції $P(i)$, $P_G(i_G)$ для одинарного відновлюваного об'єкта з урахуванням тривалості ремонтів, а звичайні суцільні лінії 2, 4 та 6 позначають криві функції $P(i)$, $P_G(i_G)$ для одинарного відновлюваного об'єкта з миттєвими ремонтами. Криві із маркером квадрат 1 та 2 позначають криві функції $P(i)$ для випадку, коли одинарний відновлюваний об'єкт функціонує окремо.

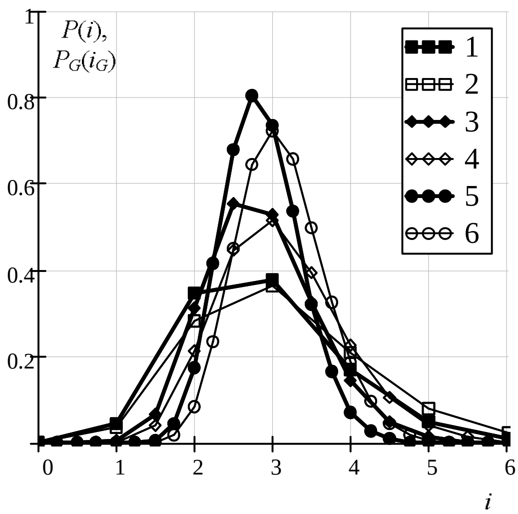

Рис. 3. Криві функції ймовірності появи вказаної кількості відмов для одинарного відновлюваного об'єкта

Криві із маркером ромб 3 та 4 позначають криві зведеної функції $P_G(i_G)$ для випадку, якщо одинарний відновлюваний об'єкт функціонує у групі із двох, криві із маркером коло 5 та 6 – якщо функціонує у групі із чотирьох однакових об'єктів. Зведення здійснюємо для того, щоб можна було коректно порівнювати криві між собою, шляхом множення функції $P_G(i_G)$ на кількість елементів в групі N_G та діленням аргументу i_G на N_G.

Для підтвердження достовірності отриманого результату ймовірність появи вказаної кількості відмов визначили, застосовуючи модель на основі методу Монте-Карло. Для усіх випадків, криві, отримані цими методами, збігаються між собою у межах похибки, спричиненої флуктаціями методу Монте-Карло.

Визначимо зведену оптимальну кількість запасних частин, використовуючи формулу (1). Результати розрахунку наведено на рис. 4. Як і на попередньому рисунку, потовщені суцільні лінії 1, 3 та 5 позначають криві функції $Q(k_R)$ для одинарного відновлюваного об'єкта з урахуванням тривалості ремонтів, а звичайні суцільні лінії 2, 4 та 6 – з миттєвими ремонтами. Криві із маркером квадрат 1 та 2 позначають криві функції $Q(k)$, $Q(k_R)$ для випадку, коли одинарний відновлюваний об'єкт функціонує окремо. Криві із маркером ромб 3 та 4 позначають криві зведеної функції $Q(k)$, $Q(k_R)$ для випадку, якщо одинарний відновлюваний об'єкт функціонує у групі із двох, криві із маркером коло 5 та 6 – якщо функціонує у групі із чотирьох однакових об'єктів. Зведення здійснюємо для того, щоб можна було коректно порівнювати криві між собою, шляхом ділення функції $Q(k)$ на кількість елементів в групі N_G та діленням аргументу k на N_G.

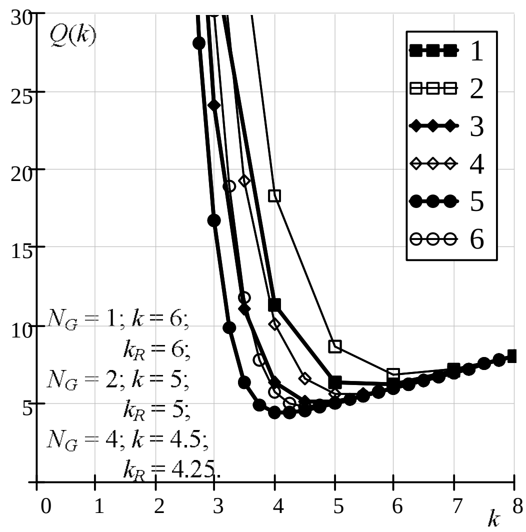

Рис. 4. Криві функції сумарних витрат залежно від зведеної кількості запасних частин для одинарного відновлюваного об'єкта

Висновки

Розроблено метод визначення функції ймовірності появи вказаної кількості відмов для одинарних об'єктів, що функціонують в групі, який ґрунтується на складанні та обробці спеціальної таблиці працездатності для станів групи об'єктів, що забезпечило можливість адекватного розрахунку вказаної функції ймовірності без складання громіздкої ациклічної марковської моделі. Застосовуючи запропонований метод, розраховано зведену оптимальну кількість запасних частин. Показано, що із збільшенням кількості об'єктів в групі кількість запасних частин k та k_R на один об'єкт, а також зведені сумарні витрати мають тенденцію до зменшення. Урахування тривалості ремонтів, також, призводить до зменшення зведеної кількості запасних частин, що пов'язано зі збільшенням тривалості циклу "напрацювання–ремонтування". Це явище особливо проявляється зі збільшенням об'єктів, які одночасно функціонують у групі.

1. Крикавський Є. В., Чухрай Н. І., Чорнописька Н. В. Логістика: компендіум і практикум: Навч. посібник. – К.: Кондор, 2006. – 340 с. 2. Труханов В. М. Надежность технических систем типа подвижных установок на этапе проектирования и испытания опытных образцов. – М.: Машиностроение, 2003. – 320 с. 3. Надежность технических систем: Справ. / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др. Под ред. И. А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с. 4. Sang-Chin Yang, Zhong-wei Du. Criticality evaluation for spare parts initial provisioning / Reliability and Maintainability Symposium (RAMS'04). – 2004. – P.507–513. 5. Diallo C., Ait-Kadi D.; Chelbi A. (s,Q) Spare Parts Provisioning Strategy for Periodically Replaced Systems // Reliability, IEEE Transactions on. – 57, №1, 2008. – P.134 – 139. 6. Dubi A. The Monte-Carlo method and optimization of spare parts in complex realistic scenarios / Reliability and Maintainability Symposium (RAMS'06). – 2006 – P.649 – 656. 7. Marseguerra M., Zio E. Basics of the Monte-Carlo Method with Application to System Reliability. – Hagen: Germany, 2002. – 141 p. 8. Волочій Б.Ю. Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем. – Львів: Вид-во НУ "Львівська політехніка", 2004. – 220 с. 9. Райншке К., Ушаков И. А. Оценка надежности систем с использованием графов / Под ред. И. А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1988. – 208 с. 10. Лозинський О.Ю., Щербовських С.В. Розрахунок кількості запасних частин із заданою довірчою імовірністю для електромеханічних об'єктів з миттєвими ремонтами // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". "Електромеханічні та електроенергетичні системи". – 2008. – №615. – С.65–71. 11. Лозинський О.Ю., Щербовських С.В. Визначення числа запасних елементів для відновлюваного об'єкта з урахуванням тривалості ремонтів // Відбір та обробка інформації. – 2009. – №30(106). – С.40–45. 12. Щербовських С.В. Визначення кількості запасних частин для одинарних відновлюваних об'єктів, які функціонують у групі / Мат-ли 4-ї міжнародної науково-технічної конференції. – Львів, Україна. – 2009. – С.129–133.