

1-й шар – вольфрам, 2-ий – молибден, 3-ій – кераміка ВК-94-1, включення – срібло. Вони показують, що врахування залежності коефіцієнтів теплопровідності від температури приводить до зменшення температурного поля порівняно з нетермочувливою системою (теплофізичні параметри не залежать від температури) на 6% для вибраних матеріалів трьохелементної структури з тепловиділяючим включенням у другому шарі.

1. Подстригач Я.С. *Термоупругость тел неоднородной структуры* / Я.С. Подстригач, В.А. Ломакин, Ю.М. Коляно. – М.: Наука, 1984. – 386 с. 2. Коляно Ю.М. *Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела*. – К.: Наукова думка, 1992. – 280 с. 3. Коляно Ю.М. *Температурное поле в многослойном полупространстве с инородным тепловыделяющим цилиндрическим включением* / Ю.М. Коляно, Ю.М. Кричевец, Е.Г. Иваник, В.И. Гаврыш // *Промышленная теплотехника*. – 16, № 4–6. – С.30–34. 4. Гаврыш В. *Задача теплопроводности для кусково-однородного шару із включенням циліндричної форми* / В. Гаврыш, В. Волос // *Вісник Держ. у-ту “Львівська політехніка”: Прикладна математика*. – 1998. – № 341. – С. 61–68. 5. Коляно Ю.М. *Температурное поле в термочувствительном многослойном полупространстве* / Ю.М. Коляно, В.А. Волос, Е.Г. Иваник, В.И. Гаврыш // *Инж. – физ. журнал*. – 1994. – 66, №2. – С. 226–234. 6. Ломакин В.А. *Теория упругости неоднородных тел*. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. – 376 с. 7. Берман Р. *Теплопроводность твердых тел*. – М.: Мир, 1979. – 288 с.

УДК 622.692.4+622.691.24

С. Гладун

Об'єднане диспетчерське управління  
ДК “Укртрансгаз” НАК “Нафтогаз України”

## МОДЕЛЬ СИСТЕМИ “ПЛАСТ ПІДЗЕМНОГО ГАЗОСХОВИЩА – ГАЗОЗБІРНИЙ ПУНКТ”

© Гладун С., 2010

**Побудовано модель системи “пласт підземного газосховища – газозбірний пункт” з врахуванням залежності тиску від координати та часу в області свердловини. Сформульовано задачі знаходження режимних параметрів роботи газосховища і наведено алгоритми їх розв’язання.**

**In work the constructed model of work of system a layer of underground storehouse of gas - gas gathering station taking into account dependence of pressure on co-ordinate and time in the field of a bore. The problem of a finding of regime parametres of work of a gasholder is set and the resulted algorithms their decision are given.**

### Вступ

На рух газу із пласту газосховища до газозбірного пункту впливає багато факторів. Фільтраційний рух газу в пористих, часто в тріщинуватих колекторах, проходить згідно з законом Дарсі, який встановлено експериментально і виражає лінійну залежність між швидкістю фільтрації і градієнтом тиску. Як правило, такий рух є ізотермічним. Неізотермічність руху газу спостерігається в призабійній зоні пласту. Практика розроблення газових родовищ показала справедливість закону Дарсі для всієї області пласту за виключенням при вибійній зоні. Порушення закону Дарсі відбувається у разі збільшення швидкості руху газу в області вибою, за

рахунок чого відбуваються інерційні втрати тиску. На шляху подальшого руху газу по вертикальних і горизонтальних трубах зустрічаються різного типу місцеві опори. Найістотнішим місцевим опором є обв'язка гирла свердловин. Для побудови математичної моделі, яка б з достатньою точністю описувала рух газу в технологічному ланцюжку “пласт–газозбірний пункт” потрібно, як бачимо, врахувати велику кількість факторів. Розв'язування багатьох режимних задач неможливе без побудови математичних моделей. Різні задачі часто вимагають моделі різної складності, точності тощо. Автор запропонував модель системи “пласт–газозбірний пункт” для розв'язування задач, які пов'язані з розрахунком режимних параметрів роботи ПСГ на невеликих інтервалах часу (кілька діб).

Для оперативних розрахунків режимних параметрів найсуттєвіший внесок в гідравлічні втрати на шляху системи “пласт підземного сховища газу–газозбірний пункт” вносить привибійна зона. Ця зона є частиною дещо більшої області. Вся область, на якій розміщені свердловини (область відбору/закачування), в процесі відбору чи закачування газу розбивається на підобласті, які називаються областями живлення свердловин. Значення тисків на межі таких областей можна назвати пластовим тиском. Для оперативних задач можна вважати, що ці тиски дорівнюють середньопластовому тиску в області відбору/закачування газу. Таке припущення, якщо задіяна велика кількість свердловин, є обґрунтованим. Очевидно, що такий підхід вносить деяку похибку в розрахунок параметрів роботи ПСГ. Тому є сенс точніше дослідити поведінку функції тиску в околі вибою свердловини від її дебіту.

**Метою роботи** є побудова моделі системи “пласт підземного сховища газу–газозбірний пункт” (ГЗП) з врахуванням особливостей поведінки функції тиску в околі вибою свердловини і з її допомогою розв'язати такі задачі:

а) за відомим розподілом пластового тиску і заданою величиною об'ємного відбору  $Q_z$  визначити тиск газу на вході в газозбірний пункт;

б) за відомим розподілом пластового тиску і заданою величиною тиску на вході в ГЗП визначити об'ємний відбір газу  $Q_z$  із сховища;

в) за відомим розподілом пластового тиску і заданою мінімальною величиною вхідного тиску на ГЗП визначити максимальний об'ємний відбір газу  $Q_z$  із сховища.

### Основні результати

Відомо [1,2], що розподіл тиску в пласті підземного сховища газу описується двовимірним нелінійним диференціальним рівнянням у частинних похідних

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{kh}{mz} \frac{\partial p^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{kh}{mz} \frac{\partial p^2}{\partial y} \right) = 2mh \left( \frac{p}{z} + 2qp_{am} \right), \quad (1)$$

де  $k, m, h$  – коефіцієнти проникності, пористості, ефективна газонасичена товщина пласту відповідно;  $p$  – тиск у точці пласту з координатами  $x, y$  в момент часу  $t$ ;  $m, z$  – відповідно коефіцієнти динамічної в'язкості і стисливості газу;  $q$  – густина відбору газу. Параметри  $k, m$  залежать як від координат, так і від часу. При роботі газосховища основні втрати тиску відбуваються в області вибою свердловини.

Рівняння (1) для однорідного за колекторськими властивостями пласту відносно розподілу тиску в області свердловини доцільно записати в циліндричних координатах [1]

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{D}{p_0} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2)$$

де  $r$  – радіус-вектор, проведений з центру свердловини, за Лейбензоном

$$t = \frac{p_2}{p_0} t + \left( 1 - \frac{p_2}{p_0} \right) \frac{1 - e^{-bt}}{b},$$

$p_0, p_2$  – початкове значення тиску та значення тиску на внутрішній границі області,

$$b = \frac{p_0 k l_m^2}{2mm}.$$

Якщо радіус зовнішнього кола  $S_0$  дорівнює  $a$ , а радіус концентричного йому внутрішнього кола  $\% - b$ , то за граничних умов на зовнішній границі  $S_0 \frac{\partial P}{\partial r} = 0$  та  $P = P_2 \equiv const$  на внутрішній границі розв'язок рівняння (2) має вигляд [2]

$$P = P_2 - 2(P_0 - P_2) \sum_{m=1}^{\infty} D_m \exp\left(-\frac{p_0 t l_m^2}{D}\right). \quad (3)$$

Тут  $P = p^2$ ,  $P_2 = p_2^2$ ,  $P_0 = p_0^2$ . Початковий розподіл тиску є сталим і дорівнює  $P_0$ . У рівності (3) позначено:

$$D_m = \frac{(b l_m) Z_1 (b l_m) Z_0 (r l_m)}{(a l_m)^2 Z_0^2 (a l_m) - (b l_m)^2 Z_1^2 (b l_m)};$$

$$Z_0 (l_m r) = J_0 (l_m r) + A_m N_0 (l_m r), \quad Z_1 (l_m r) = J_1 (l_m r) + A_m N_1 (l_m r),$$

$J_i (l_m r)$  – функція Бесселя дійсного аргументу порядку  $i$   $N_i (l_m r)$  – функція Неймана порядку  $i$ ,  $l_m$  – корені рівняння

$$J_0 (mx) N_1 (x) - J_1 (x) N_0 (mx) = 0, \quad (4)$$

$$m = b/a, \quad a l_m = x, \quad b l_m = mx.$$

Ваговий дебіт свердловини за відомим розподілом тиску в області обчислюється за формулою

$$G = \frac{4pnhg (P_0 - P_2)}{b(n+1)m} \sum_{m=1}^{\infty} B_m \exp\left(-\frac{p_0 t l_m^2}{D}\right), \quad (5)$$

де

$$B_m = \frac{2N_1^2 (a l_m)}{N_0^2 (b l_m) - N_1^2 (a l_m)}.$$

У роботі [1] досліджено особливості розрахунку пластового тиску згідно з поданими вище результатами для однієї свердловини та постійних початково-граничних умов. Для побудови гідралічної ув'язки “пласт підземного сховища–газозбірний пункт” необхідно змоделювати процес руху газу у всіх технологічних об'єктах, які в ньому беруть участь.

Враховуючи геометричні розміри шлейфів та горизонтальних трубопроводів, для обчислення розподілу тиску в них достатньо використати стаціонарні моделі руху газу в горизонтальній трубі [2, 3]

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 - I z \frac{gRT}{D} \left(\frac{M}{S}\right)^2} x \quad (6)$$

та в робочій колоні

$$p(x) = \sqrt{p_0^2 e^{-b} - I z \frac{RT}{D} \left(\frac{M}{S}\right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b}} x. \quad (7)$$

Тут позначено

$$S = \frac{pD^2}{4}, \quad b = \frac{2g\Delta h}{zRT}.$$

Коефіцієнт стисливості газу в цьому випадку доцільно обчислювати за формулою

$$z = \frac{1}{1 + fp},$$

де  $f = (24 - 0.21t^\circ C) \cdot 10^{-4}$ , а  $p(x)$  – вимірюється в атмосферах.

Для моделювання обов'язки свердловин та місцевих опорів використовується емпірична формула

$$\Delta p = p_g - p_o = \frac{x}{2} r u^2,$$

яку можна перетворити до вигляду

$$p_g^2 - p_o^2 = x \frac{zRT}{s^2} q^2,$$

де  $q$  – дебіт свердловини.

Зв'язок пластового тиску з вибійним

$$p_{nl}^2 - p_b^2 = Aq + Bq^2. \quad (8)$$

Вибійний тиск пов'язаний з гирловим таким співвідношенням

$$p_v^2 e^{-b} - p_g^2 = a_r q^2. \quad (9)$$

Своєю чергою, для гирлового тиску і тиску на виході з обов'язки свердловини справедлива формула

$$p_g^2 - p_o^2 = a_o q^2. \quad (10)$$

Зв'язок тиску на виході з обов'язки свердловини з тиском на вході в ГЗП

$$p_o^2 - p_{gzp}^2 = a_s q^2. \quad (11)$$

Якщо для розподілу пластового тиску використати подану вище формулу (3), то, враховуючи ваговий дебіт свердловини, отримуємо співвідношення

$$p_{nl} - p_c = 2DFG, \quad (12)$$

де позначено

$$D(r, t) = \frac{(bI_m) Z_1 (bI_m) Z_0 (rI_m)}{(aI_m)^2 Z_0^2 (aI_m) - (bI_m)^2 Z_1^2 (bI_m)}$$

та

$$\frac{1}{F} = \frac{4pnk_h g}{b(n+1)m} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(bI_m)^2 Z_1 (bI_m) Z_1 (rI_m) \exp\left(-\frac{p_0 t I_m^2}{D}\right)}{(aI_m)^2 Z_0^2 (aI_m) - (bI_m)^2 Z_1^2 (bI_m)}.$$

Підсумовуючи подані вище співвідношення (6)–(12), отримуємо нелінійне рівняння відносно дебіту свердловини  $q$ :

$$p_{nl}^2 - p_{gzp}^2 e^b = Aq + 2DFG + [B + (a_s + a_o + a_r) e^b] q^2. \quad (13)$$

У поданих вище співвідношеннях використано позначення:

$$A = \frac{A_1}{k_{nl}} + \frac{A_2}{k_b}, \quad B = \frac{B_1}{k_{nl}^{3/2}} + \frac{B_2}{k_b^{3/2}}, \quad a_r = l zL_r \frac{RT}{D} \left(\frac{r_0}{S}\right)^2 \frac{1 - e^{-b}}{b},$$

$$a_s = l zL_s \frac{RT}{D} \left(\frac{r_0}{S}\right)^2, \quad a_o = x \frac{zRT}{S^2}.$$

Для обчислення коефіцієнта гідравлічного опору справедлива рівномірна відносно режиму течії формула

$$I = \left( \frac{Y + e + C^{1.5}}{1 + 76C} \right)^{0.2}, \quad e = \frac{k_{uu}}{D}, \quad Y = \frac{79}{\text{Re}}, \quad C = (2Y)^{10}.$$

Числа Рейнольда обчислюють за формулою

$$\text{Re} = \frac{Dv\rho}{m_0 RT} \frac{T + C}{273 + C} \left( \frac{273}{T} \right)^{3/2}.$$

При відборі–закачуванні газу в ПСГ переважно використовують три типи з'єднань свердловини з ГЗП:

1. Свердловина з'єднана з ГЗП окремим (індивідуальним) шлейфом. У цьому випадку технологічний ланцюжок системи виглядає так: пласт; вибійна зона; робоча колона (НКТ); обв'язка свердловини; шлейф; ГЗП. Для розрахунку параметрів газового потоку через названі об'єкти використовуються їх математичні моделі з врахуванням місцевих опорів.

2. Шлейф є спільним для двох свердловин. У цьому випадку технологічний ланцюжок складатиметься з: пласту, вибійної зони, робочої колони і трійника з відповідним місцевим опором, через який друга свердловина під'єднана до шлейфу.

3. Шлейф-колектор є спільним для двох свердловин, причому робоча колона ближньої свердловини з'єднана із шлейфом горизонтальним трубопроводом (шлейф 2). В останній тип з'єднання входять всі елементи другого разом з врахуванням обв'язки другої свердловини та додаткового шлейфу, який з'єднує другу свердловину з основним шлейфом.

При побудові алгоритму гідравлічної ув'язки пласт ПСГ–ГЗП необхідно враховувати вказані вище типи з'єднань. Формула (13) є вихідною для моделювання роботи системи “пласт підземного сховища газу–газозбірний пункт”. Залежно від вхідних даних вона дає змогу розв'язувати задачі, які при цьому виникають.

Розглянемо основні задачі, які виникають під час розрахунку режиму роботи ПСГ.

**Задача 1.** За відомого розподілу пластового тиску і заданої величини об'ємного відбору  $Q_z$  визначити тиск на вході в газозбірний пункт.

Алгоритм розв'язування.

1. Обчислюється значення пластового тиску в координатах свердловин.

2. Задается початкове значення тиску на вході ГЗП (як правило, з практики відомі межі зміни цього тиску).

3. За обчисленими значеннями фільтраційних коефіцієнтів (формула 8) для кожної  $i$ -ї свердловини ( $i = 1, I$ ), де  $I$  – кількість працюючих свердловин, свердловини і заданими значеннями тисків знаходяться дебіти свердловин  $q_i$  як розв'язок рівняння (13).

4. Сумарний відбір знаходять за формулою

$$Q_r = \sum_{i=1}^I q_i .$$

5. Обчислюється різниця

$$d = Q_z - Q_r .$$

6. Якщо  $d > 0$ , то зменшують тиск на вході в ГЗП і повертаються до третього кроку.

7. Якщо  $d < 0$ , то збільшують тиск на вході в ГЗП і повертаються до третього кроку.

8. Вказані вище обчислення здійснюють доти, поки не буде виконуватись нерівність  $d < e$ , де  $e$  – задана точність.

**Задача 2.** За відомого розподілу пластового тиску і заданої величини вхідного тиску на ГЗП визначити об'ємний відбір газу  $Q_z$  із сховища.

Алгоритм розв'язування даної задачі полягає у визначенні коренів  $q_i$ , ( $i = 1, I$ ) рівняння (13) та їх підсумуванні, тобто

$$Q_z = \sum_{i=1}^I q_i .$$

**Задача 3.** Аналогічно до задачі 2 за відомого розподілу пластового тиску і заданої мінімальної величини вхідного тиску на ГЗП визначити максимальний об'ємний відбір газу  $Q_z$  із сховища.

### Висновки

Наведено моделі всіх основних об'єктів, які беруть участь у закачуванні і відборі газу із газосховищ. На основі цих моделей побудовано модель системи “пласт газосховища–газозбірний

пункт”. Побудована модель дала змогу поставити основні режимні задачі роботи газосховища. Наведені кроки алгоритмів розв’язування поставлених задач апробовані на реальних даних.

1. Гладун С., П’янило Я., Притула М. *Нестационарна дифузія газу в пористих середовищах із зосередженими джерелами* // *Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології*. – 2009. – № 650. – С.195–199. 2. Лапук Б.Б. *Теоретические основы разработки месторождений природных газов*. – Москва-Ижевск: *Институт компьютерных исследований*, 2002. – 296 с. 3. П’янило Я.Д., Притула М.Г. *Дослідження впливу параметрів пласту та привибійної області свердловини на розрахунок дебіту свердловини* // *Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології*. – 2002. – №392. – С.45–49. 4. Тетерев И.Г., Шешуков Н.Л., Нанивский Е.М. *Управление процессами добычи газа*. – М.: *Недра*, 1981. – 248 с.

УДК 621.317

Р. Івах

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра інформаційно-вимірювальних технологій

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЄМНІСНОГО ПЕРВИННОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА З ВНУТРІШНІМ ЕЛЕКТРОДОМ СКЛАДНОЇ КОНСТРУКЦІЇ

© Івах Р., 2010

**Розглянуто математичну модель ємнісного первинного перетворювача з внутрішнім електродом складної конструкції. Отримані аналітичні залежності дають змогу розрахувати ємність та провідність ємнісного первинного перетворювача із заданою формою внутрішнього.**

**The mathematical model of capacity primary transformer is considered with the internal electrode of elaborate design. Got analytical dependences allow to expect capacity and conductivity of capacity primary transformer with the set form of internal.**

### Вступ

Первинний перетворювач є першим елементом у колі вимірювального перетворення, від точності, чутливості, швидкодії, стійкості до зовнішніх впливів, стабільності якого вирішально залежить повнота та достовірність отримуваної інформації про стан досліджуваних об’єктів і процесів.

Серед первинних перетворювачів електричних властивостей досліджуваних середовищ дуже важливими є ємнісні первинні перетворювачі діелектричної проникності, які широко застосовуються для вимірювань під час [1]:

- виробництва електротехнічних матеріалів;
- виробництва будівельних матеріалів та сумішей;
- вирощування, зберігання та перероблення сільськогосподарської продукції;
- контролю та аналізу різного роду речовин (нафти, мастил, олій тощо).

За результатами аналізу літературних джерел [2–6] встановлено, що дослідження останніх років переважно були спрямовані на вдосконалення електричних схем вимірювання, тоді як до питання конструктивного рішення ємнісних первинних перетворювачів (ЄПП) та врахування