

МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ПАРАЛЕЛЬНО-ВЕРТИКАЛЬНОГО ОБЧИСЛЕННЯ СУМ ПАРНИХ ДОБУТКІВ ДЛЯ НВІС-СТРУКТУР

© Демида Б., Цмоць І., Скорохода О., 2010

Проаналізовано та вдосконалено НВІС-орієнтовані методи та алгоритми паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків. Показано, що вони ґрунтуються на елементарних арифметичних операціях і є однорідними та регулярними, забезпечують мінімізацію кількості виводів інтерфейсу та апаратні витрати.

Ключові слова: паралельно-вертикальний метод, НВІС-технологія, сума парних добутоків, розпаралелення.

VLSI-oriented methods and algorithms of parallel-vertical calculations of even products sums have been analyzed and improved. It was shown that they are based on basic mathematic operations and they are uniform and regular and provide minimization of interface outputs number and hardware overheads.

Keywords: parallel-vertical method, VLSI-technology, even products sum, paralleling.

Постановка проблеми

Значна частина матричних обчислень, алгоритмів цифрової обробки сигналів і нейро-алгоритмів ґрунтуються на макрооперації обчислення сум парних добутоків [1–5]. Традиційно обчислення такої макрооперації здійснюють за такою формулою:

$$Z = \sum_{j=1}^m A_j B_j = A_1 B_1 + A_2 B_2 + \dots + A_m B_m \quad (1)$$

При обчисленні сум парних добутоків за формулою (1) потрібно виконати m множень і $m-1$ додавань [3]. Переважно обчислення сум парних добутоків необхідно виконувати над інтенсивними потоками даних у реальному часі на апаратних засобах з високою ефективністю використання обладнання, структура яких орієнтована на НВІС-реалізацію. Задовольнити такі вимоги можна за рахунок конвеєризації та розпаралелення процесу обчислення, узгодження інтенсивності надходження потоків даних $P_d = kn_d F_d$ з обчислювальною інтенсивністю пристрою $D_k = F_k m h$, де k – кількість каналів надходження даних; n_d – розрядність каналів надходження даних; F_d – частота надходження даних; F_k – тактова частота роботи конвеєра; m – кількість тактів обробки; h – розрядність тактів обробки.

Задача створення НВІС-пристроїв обчислення сум парних добутоків з високою ефективністю використання обладнання зводиться до мінімізації апаратних затрат та кількості виводів інтерфейсу, збільшення однорідності структури та регулярності зв'язків при забезпеченні режиму реального часу. Забезпечити такі вимоги можна розробленням методів і алгоритмів, орієнтованих на НВІС-реалізацію.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Аналіз останніх досліджень [2–5] показує, що існують два підходи до апаратної реалізації алгоритмів обчислення сум парних добутоків. Перший з них ґрунтується на операціях множення і додавання, другий – на операціях додавання, інверсії та зсуву. Для НВІС-реалізацій макрооперації обчислення сум парних добутоків переважно використовується другий підхід, який дає змогу оптимізувати пристрій за швидкодією, апаратними витратами та збільшити однорідність і регулярність структури.

Обчислення сум парних добутоків у базисі елементарних операцій зводиться до формування і підсумовування часткових добутоків. Особливістю існуючих методів обчислення сум парних добутоків у базисі елементарних операцій є те, що вони ґрунтуються на формуванні і підсумовуванні часткових добутоків для кожної пари операндів. При одночасному надходженні всіх операндів, що представлені паралельним кодом, паралельне обчислення сум парних добутоків на основі існуючих методів і алгоритмів вимагає великих затрат обладнання і значної кількості виводів інтерфейсу, які залежать як від кількості операндів, так і від їх розрядності. Вартість і швидкодія спеціалізованих НВІС для паралельного обчислення сум парних добутоків значною мірою залежить як від кількості, так і від якості виводів інтерфейсу [7]. Для спеціалізованих НВІС число зовнішніх виводів залежить від рівня технології та розміру кристала, а якість виводів інтерфейсу визначається затримкою переключення зовнішніх зв'язків, які навантажені на ці виводи.

Формулювання мети статті

На сучасному етапі розвитку НВІС-технологій особливої актуальності набуває проблема розроблення нових ефективних методів, алгоритмів і НВІС-структур для обчислення сум парних добутоків на основі багатооперандного паралельно-вертикального (паралельно-порозрядного) підходу до обробки даних. Особливістю методів і алгоритмів обчислення сум парних добутоків, що ґрунтуються на такому підході, є формування і підсумовування макрочасткових добутоків, кількість яких не залежить від кількості операндів, а залежить від їх розрядності. Методи та алгоритми паралельного обчислення сум парних добутоків на основі багатооперандного паралельно-вертикального підходу повинні забезпечувати детерміноване переміщення даних, бути добре структурованими та орієнтованими на НВІС-реалізацію.

Тому метою дослідження є розроблення НВІС-орієнтованих методів паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків з організацією процесу обчислення як виконання єдиної операції.

Виклад основного матеріалу

Для паралельного обчислення сум парних добутоків використаємо багатооперандний паралельно-вертикальний підхід, який передбачає паралельно-порозрядне надходження операндів, формування і підсумовування макрочасткових добутоків [7–9].

Для реалізації даного методу обчислення оператора суми парних добутоків необхідно, щоб множники A_j і B_j були представлені в порозрядному вигляді згідно з формулою [5]:

$$A_j = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^{2^i} 2^{-i} A_{ji}, \quad B_j = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^{2^i} 2^{-i} B_{ji}, \quad (2)$$

де A_{ji} , B_{ji} – цифри i -х розрядів множників A_j і B_j .

За формуванням макрочасткових добутоків методи обчислення сум парних добутоків можна розділити на дві групи – з паралельним і з послідовним формуванням макрочасткових добутоків.

Методи з паралельним формуванням макрочасткових добутоків. Паралельне формування макрочасткових добутоків можна здійснювати, починаючи з аналізу молодших чи старших розрядів множників B_j .

Формування макрочасткових добутоків, починаючи з аналізу молодших розрядів множників B_j , здійснюється в два етапи: на першому етапі виконується накопичення множених A_j , а на другому етапі в кожному i -му такті ($i=1, \dots, n$) виконується формування та накопичення макрочасткових добутоків згідно з формулами:

$$P_i = \sum_{j=1}^m A_j B_{ji}, \quad (3)$$

$$Z_i = 2^{-1} Z_{i-1} + P_i, \quad (4)$$

де P_i – i -й макрочастковий добуток; B_{ji} – i -й розряд j -го множника B_j ; $Z_0=0$.

Макрочастковий добуток P_i формується шляхом паралельного додавання m часткових добутоків $P_{ji} = A_j B_{ji}$ на m -входовому суматорі. Часткові добутки для кожної пари добутоків формуються згідно з формулою:

$$P_{ji} = \begin{cases} A_j, & \text{якщо } B_{ji} = 1 \\ 0, & \text{якщо } B_{ji} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Використання при паралельно-вертикальному обчисленні сум парних добутоків алгоритмів формування часткових добутоків з аналізом двох і більше розрядів множників B_j не забезпечує підвищення швидкодії, а тільки збільшує витрати обладнання. Підвищення швидкодії при обробці неперервних потоків даних можна досягти при суміщенні процесів формування та накопичення макрочасткових добутоків для k -го масиву з введенням множених A_j для $(k+1)$ -го масиву даних [10–12].

Зменшити кількість часткових добутоків можна шляхом використання *методу формування макродобутоків на основі попередніх обчислень* [13–16]. Під час реалізації цього методу попередні обчислення виконуються на базі однорозрядних суматорів в процесі введення множених A_j . Під час формування часткового добутку для двох і більше сум пар добутоків використовуються попередні обчислення, кількість яких залежить від сум парних добутоків, для яких формується частковий добуток. Кількість додаткових однорозрядних суматорів визначається таким виразом:

$$h = \frac{m}{v} 2^v - (v + 1), \quad (6)$$

де v – кількість сум парних добутоків, для яких формується частковий добуток.

Формування часткового добутку для двох сум пар добутоків виконується за таким виразом:

$$P_{li} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } B_{(2l-1)i} = B_{2li} = 0 \\ A_{2l-1}, & \text{якщо } B_{(2l-1)i} = 1, B_{2li} = 0 \\ A_{2l}, & \text{якщо } B_{(2l-1)i} = 0, B_{2li} = 1 \\ A_{2l-1} + A_{2l}, & \text{якщо } B_{(2l-1)i} = B_{2li} = 1 \end{cases}, \quad (7)$$

де $l=1, \dots, n/2$.

Використання алгоритму формування часткових добутоків за формулою (7) дає змогу зменшити вдвічі кількість часткових добутоків і, відповідно, кількість входів багатовходового суматора. Збільшення кількості сум парних добутоків, для яких формується частковий добуток, веде до збільшення кількості попередніх обчислень і до зменшення кількості входів багатовходового суматора. Вибір кількості сум парних добутоків, для яких необхідно формувати частковий добуток, залежить насамперед від кількості сум парних добутоків m .

Таблично-алгоритмічний метод паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків використовується для випадку, коли множени A_j є константами. Реалізація такого методу обчислення передбачає формування часткових добутоків за формулою (5) для кожної пари множників. Шляхом додавання часткових добутоків $P_{ji} = A_j B_{ji}$ з однаковими вагами отримуємо макрочастковий добуток P_i . Знаючи значення всіх операндів A_j можна обчислити таблицю макрочасткових добутоків P_i для всіх можливих комбінацій i -х розрядних зрізів множників A_j [9]. Кількість можливих варіантів макрочасткових добутоків P_i (обсяг таблиці) залежить від кількості пар операндів m . Обсяг таблиці макрочасткових добутоків P_i визначається так:

$$Q = 2^m. \quad (8)$$

Для обчислення сум парних добутоків за таблично-алгоритмічним методом необхідно попередньо обчислити всі можливі комбінації макрочасткових добутоків P_i і записати їх у пам'ять

так, щоб комбінація значень розрядних зрізів множників B_j була адресою комірки пам'яті, в якій зберігається відповідне значення макрочасткового добутку P_i . Вибір макрочасткового добутку P_i з пам'яті здійснюється за адресою, яка є розрядним зрізом множників B_j , згідно з таким виразом [8]:

$$P_i = \begin{cases} 0, \text{ якщо } B_{1l} = B_{2l} = B_{3l} = \dots = B_{ml} = 0 \\ A_1, \text{ якщо } B_{1l} = 1, B_{2l} = B_{3l} = \dots = B_{ml} = 0 \\ A_2, \text{ якщо } B_{1l} = 0, B_{2l} = 1, B_{3l} = \dots = B_{ml} = 0 \\ A_1 + A_2, \text{ якщо } B_{1l} = 1, B_{2l} = 1, B_{3l} = \dots = B_{ml} = 0 \\ \vdots \\ A_2 + A_3 + \dots + A_m, \text{ якщо } B_{1l} = 0, B_{2l} = B_{3l} = \dots = B_{ml} = 1 \\ A_1 + A_2 + \dots + A_m, \text{ якщо } B_{1l} = B_{2l} = B_{3l} = \dots = B_{ml} = 1 \end{cases} . \quad (9)$$

Основними етапами реалізації таблично-алгоритмічного паралельно-вертикального методу обчислення оператора суми парних добутків є [12,13]:

- обчислення таблиці всіх можливих макрочасткових добутків P_i ;
- запис в пам'ять обчислених значень макрочасткових добутків P_i ;
- зчитування макрочасткових добутків P_i з комірок пам'яті за адресою, яка відповідає значенню розрядних зрізів множників B_j ;
- підсумовування макрочасткових добутків P_i із зсувом накопиченої суми праворуч на один розряд.

Процес обчислення сум парних добутків Z доцільно здійснювати з молодших розрядів, що забезпечить зменшення розрядності накопичувального суматора.

Паралельно-вертикальний метод обчислення суми парних добутків з надходженням операндів старшими розрядами вперед забезпечує суміщення процесів приймання і обчислення. Обчислення за даним методом описується такою формулою [10]:

$$Z = \sum_{j=1}^m A_j B_j = \sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^{n-1} 2^{-i} [(A_{j0} A_{j1} \dots A_{ji}) B_{ji} + (B_{j0} B_{j1} \dots B_{j(i-1)}) A_{ji}]. \quad (10)$$

Зробивши у формулі (10) зміну черговості додавання, отримаємо:

$$Z = \sum_{j=1}^m A_j B_j = \sum_{i=0}^n 2^{-i} \sum_{j=1}^m [(A_{j0} A_{j1} \dots A_{ji}) B_{ji} + (B_{j0} B_{j1} \dots B_{j(i-1)}) A_{ji}]. \quad (11)$$

Якщо у формулі (11) вираз $\sum_{j=1}^m [(A_{j0} A_{j1} \dots A_{ji}) B_{ji} + (B_{j0} B_{j1} \dots B_{j(i-1)}) A_{ji}]$, який є сумою часткових добутків, замінити на макрочастковий добуток P_i , то обчислення суми парних добутків матиме такий вигляд:

$$Z_i = 2Z_{i-1} + P_i, \quad (12)$$

де Z_i – сума накопичених часткових результатів; $Z_0 = 0$.

За цим методом обчислення формування часткових добутків для кожної пари операндів відбувається за таким виразом:

$$P_{ji} = \begin{cases} 0, \text{ коли } B_{ji} = A_{ji} = 0 \\ A_{j0} A_{j1} \dots A_{ji} \text{ коли } B_{ji} = 1, A_{ji} = 0 \\ B_{j0} B_{j1} \dots B_{j(i-1)} \text{ коли } A_{ji} = 1, B_{ji} = 0 \\ A_{j0} A_{j1} \dots A_{ji} + B_{j0} B_{j1} \dots B_{j(i-1)} \text{ коли } B_{ji} = A_{ji} = 1 \end{cases} \quad (13)$$

Обчислюють результат Z за алгоритмом, який передбачає зсув ліворуч суми часткових результатів Z_{i-1} при нерухомому макрочастковому добутку P_i .

Методи з послідовним формуванням макрочасткових добутків. Послідовне формування макрочасткових добутків передбачає одночасне послідовно-порозрядне надходження всіх операндів і формування в кожному такті відповідних частин макрочасткових добутків. Формування частин

макрочасткових добутоків зводиться до інтегральної однорозрядної макрооперації групового підсумовування m чисел. Кількість макрочасткових добутоків залежить від кількості розрядів множників, які аналізуються для їх отримання. Визначається кількість макрочасткових добутоків за формулою:

$$r = \left\lceil \frac{n+1}{g} \right\rceil, \quad (14)$$

де r – кількість груп, на які розбиваються множники B_j ; n – розрядність множників B_j ; g – кількість розрядів у групі, які аналізуються для отримання макрочасткових добутоків.

Процес формування макрочасткових добутоків доцільно здійснювати з молодших розрядів, що забезпечить зменшення розрядності накопичувального суматора. Вираз, за яким виконується формування P_l макрочасткового добутку, де $l=1, \dots, r$, має такий вигляд [16]:

$$P_l = \sum_{h=1}^s 2^{-(h-1)} \sum_{j=1}^m P_{j l h}, \quad (15)$$

де s – розрядність $P_{j l}$ часткового добутку для j -ї пари операндів.

Сам $P_{j l}$ частковий добуток обчислюється так:

$$P_{j l} = A_j K_{j l}, \quad (16)$$

де $K_{j l}$ – l -й коефіцієнт при множенні A_j для формування часткового добутку для j -ї пари операндів.

Кількість коефіцієнтів K_j і необхідна кількість додаткових однорозрядних суматорів d , які потрібні для формування $P_{j l}$ часткового добутку, визначається за такими формулами [2]:

$$K = 2^g + 1, \quad d = 2^{g-2} - 1 \quad (17)$$

За формуванням часткових добутоків алгоритми обчислення сум парних добутоків можна розділити на дві групи: з прямим формуванням і з формуванням на базі попередніх обчислень з використанням додаткових суматорів. Для алгоритмів з прямим формуванням часткових добутоків $g \leq 2$, а для алгоритмів на базі попередніх обчислень $g \geq 3$ [2–4].

Обчислюють суми парних добутоків за цим методом за формулою:

$$Z = \sum_{j=1}^m A_j B_j = \sum_{l=1}^r 2^{g(l-1)} \sum_{h=1}^s 2^{-(h-1)} \sum_{j=1}^m P_{j l h}, \quad (18)$$

де $P_{j l h}$ – h -й розряд $P_{j l}$ часткового добутку.

Основними етапами паралельно-вертикального методу обчислення сум парних добутоків з послідовним формуванням макрочасткових добутоків є:

- формування розрядів часткових добутоків для пари операндів;
- отримання частин макрочасткових добутоків шляхом паралельного однорозрядного додавання розрядів часткових добутоків пар операндів;
- формування макрочасткових добутоків шляхом підсумовування частин макрочасткових добутоків із зсувом на один розряд праворуч;
- утворення результату обчислення сум парних добутоків шляхом підсумовування макрочасткових добутоків із зсувом вправо на кількість розрядів, які аналізуються для отримання часткових добутоків пар операндів.

Підвищити ефективність використання обладнання паралельно-вертикальними пристроями обчислення сум парних добутоків можна такими способами:

- зменшенням часу формування макрочасткових добутоків;
- зменшенням кількості всіх макрочасткових добутоків;
- зменшенням часу підсумовування макрочасткових добутоків.

Висновки

1. Представлення алгоритмів обчислення сум парних добутоків у базисі елементарних операцій дозволяє повною мірою використати можливості НВІС-технології.

2. Методи паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків ґрунтуються на формуванні і підсумовуванні макрочасткових добутоків, кількість яких залежить від їх розрядності та алгоритму формування часткових добутоків для пар операндів.

3. За формуванням макрочасткових добутоків методи паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків поділяються на два класи: з паралельним формуванням і з послідовним формуванням.

4. Підвищення ефективності НВІС-структур паралельно-вертикального обчислення сум парних добутоків можна досягнути роздільним або комплексним використанням методів, які дозволяють зменшити кількість, час формування та підсумовування макрочасткових добутоків.

5. Час обчислення сум парних добутоків за паралельно-вертикальним методом визначається розрядністю чисел, а не їхньою кількістю.

1. Кун С. Матричные процессоры на СБИС. – М.: Мир, 1991. – 672 с. 2. Цмоць І.Г. Інформаційні технології та спеціалізовані засоби обробки сигналів і зображень у реальному часі. – Львів: УАД. – 2005. – 227 с. 3. Стрямець С.П., Цмоць І.Г. Паралельні алгоритми та НВІС-структури обчислення суми парних добутоків // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. “Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології”, 2003. – № 496. – С. 255–263. 4. Цмоць І.Г. Паралельні алгоритми та матричні НВІС-структури пристроїв множення для комп’ютерних систем реального часу // Наук.-техн. журнал “Інформаційні технології і системи”. – Львів, 2004. – Т.7, № 1. – С. 5–16. 5. Березький О., Цмоць І. Методи та НВІС-структури для множення матриці на матрицю у реальному часі // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. “Комп’ютерні системи проектування. Теорія і практика”, 2007. – № 591. – С. 63–76. 6. Солонина А.И., Улахович Д.А., Яковлев А.А. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов. – СПб: БХВ-СПб, 2001. – 464 с. 7. Параллельная обработка информации: Т.4. Высокопроизводительные системы параллельной обработки информации / Под ред. В.В. Грицька. – К.: Наук. Думка, 1988. – 272 с. 8. Самофалов К.Г. и др. Прикладная теория цифровых автоматов. – К: Вища шк., 1987. – 375 с. 9. Грушицкий Р.И., Мурсаев А.Х., Угрюмов Е.П. Проектирование систем на микросхемах программируемой логики. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с. 10. Каневский Ю.С. Систематические процессоры. – К: Техніка, 1991. – 173 с. 11. Шалыто А.А. Методы аппаратной и программной реализации алгоритмов. – СПб.: Наука, 2005. – 780 с. 12. Цмоць І.Г. Особливості проектування спеціалізованих комп’ютерних систем для обробки інтенсивних потоків інформації // Збірн. наук. пр. ІПМЕ НАН України: “Моделювання та інформаційні технології”. – К., 1999. – Вип. 8. – С. 143–149. 13. Цмоць І.Г. Алгоритми і структури ВІС перемножувача комплексних чисел // Вісник Держ. ун-ту “Львівська політехніка”, 1998. – № 237. – С. 231–240. 14. Цмоць І.Г. Алгоритмічні операційні пристрої для обчислення базових операцій алгоритмів швидкого перетворення Фур’є комплексної послідовності // Збірн. Наук. пр. Інституту проблем моделювання в енергетиці НАН України. – 1999. – Вип. 2. – С. 159–173. 15. Карцев М.А., Брик В.А. Вычислительные системы и синхронная арифметика. – М., 1981. – 359 с. 16. Цмоць І.Г. Принципи розробки і оцінка основних характеристик високопродуктивних процесорів на надвеликих інтегральних схемах // Вісник Держ. ун-ту “Львівська політехніка”, 1998. – № 349. – С. 5–11.