**УДК 004.852; 004.94**

**П.О. Кравець**
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра інформаційних систем та мереж

# ІГРОВА КООРДИНАЦІЯ СТРАТЕГІЙ МУЛЬТИАГЕНТНИХ СИСТЕМ



**Досліджується проблема координації стратегій мультиагентних систем на основі моделі стохастичної гри з локальними зв’язками. Розроблено ігровий рекурентний метод та алгоритм формування узгоджених стратегій агентів в процесі мінімізації функцій середніх програшів. Виконано комп’ютерне моделювання стохастичної гри для побудови карти скоординованих стратегій. Досліджено вплив параметрів моделі на збіжність ігрового методу.**

**Ключові слова: мультиагентна система, координація, самоорганізація, стохастична гра.**

**The problem of coordination of strategies of multi-agent system on the basis of stochastic game model with local communications between agents is investigated. The game recurrent method and algorithm of formation of the co-ordinated strategies of agents in the course of minimisation of average losses functions are developed. Computer modelling of stochastic game for map development of the co-ordinated strategies is executed. Influence of parameters of model on convergence of a game method is investigated.**

**Keywords: Multi-agent system, Coordination, Self-organization, Stochastic game.**

## Вступ

У зв’язку з інтенсивним розвитком мережевих комп’ютерних технологій для децентралізованого розв’язування задач розподіленого штучного інтелекту, керування, прийняття рішень, розроблення складних інформаційних систем, які функціонують в умовах невизначеності, використовується агентноорієнтований підхід [1 – 4].

Агент (від лат. *agere* – діяти, керувати) – це автономна підсистема вироблення та прийняття рішень з елементами штучного інтелекту, яка може взаємодіяти з іншими подібними агентами та людиною, використовуючи ресурси інформаційної мережі. Агент діє від імені свого власника, виконуючи поставлену перед ним задачу. Агент може бути виконаний у вигляді комп’ютерної програми або робота.

Мультиагентна система (МАС, англ. Multi-agent system) – це система, утворена декількома інтелектуальними агентами, що взаємодіють з характеристиками:

1) автономність: агенти повністю або частково незалежні;
2) обмеженість знань: кожен з агентів не має повного уявлення про всю систему;
3) спеціалізація: як правило, агенти мають вузькоспеціалізовані функції;
4) децентралізація: немає агентів, які керують усією системою.

Корені становлення МАС сягають часового пласту другої половини минулого століття. Фундаментальним базисом МАС є моделі, методи та алгоритми кібернетики, теорії автоматів, інформації, еволюції та штучного інтелекту. Системотворчий вплив на теорію агентів (агентно-орієнтоване прийняття рішень) мали наукові праці з колективної поведінки автоматів, стохастичних ігор, планування розподіленого розв’язання задач, організації комунікації між агентами [5 – 14].

Сучасні дослідження МАС пов’язані з розв’язуванням складних проблем штучного інтелекту: керування знаннями, забезпечення координації та кооперації, структурна організація МАС, планування сценарів колективної поведінки агентів, методи, мови та засоби комунікації агентів, методи та засоби автоматизованого проектування МАС, методи та засоби забезпечення мобільності агентів, розподілене розв'язання різноманітних задач, багатоагентне навчання, забезпечення пластичності, надійності та стійкості до збоїв у роботі [15 – 20].

МАС використовуються для розв'язування задач, які не можна розв'язати за допомогою одного агента або централізованим способом, наприклад: електронна комерція, військова справа, подолання наслідків надзвичайних ситуацій, моделювання соціальних структур, керування трудовими ресурсами, дистанційне навчання, складання розкладів, керування ринком цінних паперів та інвестицій, керування транспортом, логістика, геоінформаційні системи, стратегічні комп'ютерні ігри, тренажери, мережеві технології та розподілені обчислення, керування мережевими потоками, пошук інформації в Internet, мобільний зв'язок та інше [1 – 4, 17 – 21].

Взаємодіючи із середовищем, агенти збирають та опрацьовують інформацію про розвідані стани, будують модель середовища у просторі стан–дія, наприклад, у вигляді когнітивної карти правил прийняття рішень та обмінюються знаннями між собою.

Успішність розподіленого розв'язування спільної задачі залежить від рівня координації дій агентів. Координація (від лат. *co* – спільно та *ordinatio* – впорядкування, дослівно – розташування у порядку) – це забезпечення узгодженої, впорядкованої роботи усіх ланок мультиагентної системи. Координація може бути централізованою та децентралізованою. Далі розглядається тільки децентралізована координація агентів.

З теоретико-ігрового погляду координація – це узгоджений вибір стратегій, що задовольнять умови, накладені на значення функцій виграшів або програшів, отримані у ході їх оптимізації колективом агентів. Частковим випадком координації є синхронізація дій агентів.

Децентралізована координація основана на взаємодії між агентами. Така взаємодія може бути неявною, коли агенти ведуть себе незалежно і впливають один на одного через зміну станів спільного середовища, та явною, комунікативною, коли агенти додатково здійснюють прямий обмін інформацією між собою. Обмін інформації може бути глобальним або у межах локально визначених коаліцій. Агенти можуть обмінюватися знаннями про розвідане середовище, даними про поточний та прогнозований вибір стратегій, значеннями отриманих виграшів тощо. Для обміну знаннями агенти використовують спеціальну мову та встановлені протоколи взаємодії. Прикладами таких мов є KQML (Knowledge Query Manipulation Language) та ACL (FIPA's Agent Communication Language).

Можливість комунікації є обов'язковою умовою кооперації агентів для досягнення спільної мети. Кооперація – це координація, налагодження спільних дій у межах коаліцій агентів для оптимізації ними спільних виграшів або програшів. Вступаючи у кооперацію, агенти частково обмежують ступінь власної свободи дій, допускаючи керованість з боку інших агентів коаліції.

Колективні рішення є скоординованими, якщо вони задовольняють вимоги вигідності, стійкості та справедливості для усіх учасників прийняття рішень. На практиці найпоширенішими є критерії рівноваги за Нешем, Слейтером, Джофріоном, Байєсом, корельованої рівноваги, оптимальності за Парето.

Координація призводить до виникнення умов самоорганізації системи. Самоорганізація (англ. Self-organization, дослівно – самозбирання) – це цілеспрямований процес створення, відтворення, впорядкування або вдосконалення організації (структури та функцій) складної динамічної системи за рахунок внутрішніх факторів, без відповідного зовнішнього впливу. Це – здатність колективу агентів з локально обумовленими зв'язками і цілями досягати стійких скоординованих стратегій поведінки в умовах невизначеності за рахунок самонавчання, можливості функціонувати як єдине ціле та забезпечувати виконання глобальної мети розвитку системи. Самоорганізація та складні форми поведінки МАС можуть проявлятися при реалізації найпростіших дій агентів [22 – 25] .

Дослідженням процесів самоорганізації систем різної природи займається синергетика (від грецького *син* – спільне і *ергос* – дія) – міждисциплінарна наука, що вивчає нелінійні відкриті дисипативні системи [23].

Агенти на основі доступної їм локальної інформації та внаслідок вузької спеціалізації і обмеженості інтелектуальних здібностей можуть не усвідомлювати того, що вони утворюють самоорганізовану систему з якісно новими властивостями. Ефект самоорганізації колективу агентів спостерігається з боку зовнішніх систем з природним або штучним інтелектом.

Формальне оцінювання ступеня самоорганізації системи є відкритою науковою проблемою. Зовнішніми проявами самоорганізації можуть бути утворення впорядкованих структур, скоординованих дій агентів та властивість емерджентності – набута системою властивість, якою не володіють її складові елементи. Такі або інші прояви самоорганізації дають можливість розглядати і вивчати МАС як один організм.

Враховуючи притаманні колективу агентів фактори конкуренції, взаємодії, кооперації, навчання, самоорганізації, для дослідження МАС в умовах невизначеності використаємо модель стохастичної гри.

Ігрова координація стратегій агентів у процесі самоорганізації МАС є актуальною науково-практичною проблемою, недостатньо вивченою нині. З пізнавального погляду важливою є візуалізація отриманих у результаті комп'ютерного експерименту скоординованих стратегій як однієї з ознак самоорганізації МАС.

Метою роботи є визначення умов та механізмів, за яких розподілена система з локальними зв'язками навчиться функціонувати як єдине ціле. Для досягнення мети необхідно розв'язати такі задачі: побудувати модель стохастичної гри, розробити метод та алгоритм для розв'язування стохастичної гри, виконати програмне комп'ютерне моделювання стохастичної гри для виявлення факторів координації та самоорганізації МАС.

## Модель стохастичної гри

Розв'язування задачі виконаємо на основі моделі стохастичної гри агентів $\Gamma = (D,\ \{U^i\}_{i\in D},\ \{x^i\}_{i\in D})$, де $D \neq \varnothing$ – множина гравців, $U^i = (u^i(1), u^i(2), ..., u^i(N_i))$ – вектор чистих стратегій $i$-го гравця, $x^i$ – поточний програш $i$-го гравця $\forall i \in D$.

Агенти взаємодіють зі стохастичним середовищем $E : \{U^i\}_{i\in D} \to \{x^i\}_{i\in D}$, заданим входами $\{U^i\} \forall i \in D$ та випадковими значеннями виходів $\{x^i\} \forall i \in D$. Модель середовища не відома агентам.

Повторювана гра розгортається у дискретні моменти часу $n = 1, 2, \ldots$. Для цього кожен агент $i \in D$ здійснює незалежний випадковий вибір однієї з $N_i \geq 2$ власних чистих стратегій $u_n^i = u^i \in U^i$ на основі відповідних векторів змішаних стратегій $p_n^i = (p_n^i(1), p_n^i(2), ..., p_n^i(N_i))$, які набувають значення на одиничному симплексі:

$$S^{N_i} = \left\{ p \,\middle|\, \sum_{j=1}^{N_i} p(j) = 1;\ p(j) \geq 0 \ \ (j = 1..N_i) \right\}.$$

Нехай структура МАС визначає локально обумовлений механізм формування випадкових програшів $x_n^i = x_n^i(u_n^{D_i})$ агентів, що є функціями спільних стратегій $u^{D_i} \in U^{D_i} = \mathop{\times}\limits_{j\in D_i} U^j$ з локальних підмножин $D_i \subseteq D$, $D_i \neq \varnothing$ $\forall i \in D$.

Вважається, що випадкові програші $\{x_n^i\}$ є незалежними $\forall u_n \in U$, $\forall i \in D$, $n = 1, 2, \ldots$, мають постійне математичне сподівання $M\{x_n^i(u^{D_i})\} = v(u^{D_i}) = const$ та обмежений другий момент $\sup\limits_n M\{[x_n^i(u^{D_i})]^2\} = s^2(u^{D_i}) < \infty$. Стохастичні характеристики випадкових програшів апріорі не відомі агентам.

На момент часу $n$ середні програші агентів набувають значення:

$$\Xi_n^i(\{u_n^{D_i}\}) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x_t^i \quad \forall i \in D. \tag{1}$$

Метою агентів є мінімізація власних функцій середніх програшів

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \Xi_n^i \to \min_{p_n^i} \ \forall i \in D. \qquad (2)$$

Отже, взаємодіючи з середовищем, на основі спостереження поточних програшів $\{x_n^i\}$ гравці повинні навчитися вибирати чисті стратегії $\{u_n^i\}$ так, щоб з часом $n = 1,2,...$ забезпечити виконання системи критеріїв (2).

Розв’язки ігрової задачі задовольнятимуть одну з умов колективної рівноваги, наприклад, Неша, Слейтера, Парето, залежно від методу формування послідовностей стратегій $\{u_n^i\} \forall i \in D$.

**Метод розв’язування стохастичної гри**

Формування послідовності варіантів рішень $\{u_n^i\}$ виконаємо на основі динамічних векторів змішаних стратегій $p_n^i \ \forall i \in D$, елементи $p_n^i(j)$, $j = 1..N_i$ яких є умовними імовірностями вибору чистих стратегій при реалізації передісторії вибору стратегій $\{u_t^i \mid t = 1,2,...,n-1\}$ та програшів $\{x_t^i \mid t = 1,2,...,n-1\}$. Змішані стратегії набувають значення на одиничних $N_i$-вимірних симплексах $S^{N_i}$.

В умовах апріорної невизначеності необхідно забезпечити адаптивне формування векторів змішаних стратегій. Для цього імовірність вибору стратегій з меншими програшами повинна зростати з ходом часу $n = 1,2,...$. У результаті повинен сформуватися розподіл імовірностей, який мінімізує функції середніх програшів (2) усіх гравців.

Гра розпочинається з ненавчених векторів змішаних стратегій зі значеннями елементів $p_0^i(j) = 1/N_i$, де $j = 1..N_i$. У наступні моменти часу динаміка векторів змішаних стратегій визначається марковським рекурентним методом:

$$p_{n+1}^i = p_{e_{n+1}}^{N_i}\left\{p_n^i - g_n x_n^i\left[e(u_n^i) - p_n^i\right]\right\}, \qquad (3)$$

де $p_{e_{n+1}}^{N_i}$ – проектор на одиничний $e$-симплекс $S_{e_{n+1}}^{N_i} \subseteq S^{N_i}$ [12]; $p_n^i \in S_{e_n}^{N_i}$ – змішані стратегії $i$-го агента; $g_n > 0$ – монотонно спадна послідовність невід’ємних величин, яка регулює величину кроку методу; $e_n > 0$ – монотонно спадна послідовність невід’ємних величин, яка регулює швидкість розширення $e$-симплексу; $x_n^i \in R^1$ – поточний програш агента; $e(u_n^i)$ – одиничний вектор-індикатор вибору варіанта $u_n^i \in U^i$.

Проектування на розширюваний $e_n$-симплекс використовується для покращення статистичних характеристик даних, зібраних про середовище, а параметр $e_n$ – як додатковий елемент керування збіжністю рекурентного методу.

У момент часу $t_n$ гравець $i \in D$ на основі змішаної стратегії $p_n^i$ вибирає чисту стратегію $u_n^i$, за що до моменту часу $t_{n+1}$ отримує поточний програш $x_n^i$, після чого обчислює змішану стратегію $p_{n+1}^i$ згідно з (3).

Метод (3) розроблено на основі стохастичної апроксимації умови доповняльної нежорсткості, справедливої для змішаних стратегій у точці рівноваги за Нешем [11]. Для врахування розв’язків на межі одиничного симплексу векторна умова доповняльної нежорсткості додатково зважена елементами векторів змішаних стратегій:

$$diag(p^i)(\nabla_{p^i} V^i(p^{D_i}) - e^{N_i} V^i(p^{D_i})) = 0 \ \ \forall i \in D, \qquad (4)$$

де $diag(p^i)$ – квадратна діагональна матриця порядку $N_i$, побудована з елементів вектора $p^i$; $p^{D_i} \in S_{e_n}^{D_i} = \prod_{j \in D_i} S_{e_n}^{N_j}$ комбіновані змішані стратегії гравців із локальних множин $D_i$, задані на опуклих симплексах $S_{e_n}^{D_i}$; $V^i(p^{D_i})$ – полілінійна функція середніх програшів:

$$V^i(p^{D_i}) = \sum_{u^{D_i} \in U^{D_i}} v^i(u^{D_i}) \prod_{j \in D_i; u^j \in u^{D_i}} p^j(u^j);$$

$\nabla_{p^i} V^i(p^{D_i})$ – градієнт полілінійної функції середніх програшів.

Враховуючи, що $diag(p^i)[\nabla_{p^i} V^i - e^{N_i} V^i] = M\{x_n^i [e(u_n^i) - p_n^i] \mid p_n^i = p^i\}$, де $M\{\}$ – функція математичного сподівання, $e^{N_i} = (1_j \mid j = \overline{1, N_i})$ – вектор, всі компоненти якого дорівнюють 1, з (4) за допомогою методу стохастичної апроксимації отримаємо рекурентну залежність (3).

Завдяки динамічній перебудові змішаних стратегій на основі опрацювання поточних програшів метод (3) забезпечує адаптивний вибір чистих стратегій у часі.

Параметри $g_n$ та $e_n$ визначають умови збіжності стохастичної гри і можуть бути задані так:

$$g_n = g n^{-a}, \; e_n = e n^{-b}, \tag{5}$$

де $g > 0$; $a > 0$, $e > 0$; $b > 0$.

Збіжність стратегій (3) до оптимальних значень з імовірністю 1 та у середньоквадратичному визначається співвідношеннями параметрів $g_n$ та $e_n$, які повинні задовольняти базові умови стохастичної апроксимації [26].

**Контрольний приклад**

Дослідження координації стратегій виконаємо для стохастичної гри з регулярною структурою зв'язків між агентами. Поточні програші гравців визначаються власними стратегіями та стратегіями сусідніх агентів так, як це показано на рис. 1.

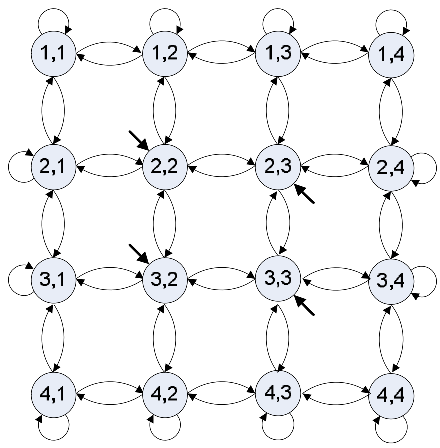


*Рис. 1. Структура системи*

Нехай чисті стратегії набувають цілочислових значень з множини натуральних чисел. Тоді для ілюстрації координації стратегій поточні програші гравців визначимо за допомогою різницевих функцій:

$$x_n^i = \sum_{s \in D_i} | u_n^i - u_n^s - d | / L_i + m_n, \tag{6}$$

де $x_n^i \in R^1$; $d \geq 0$ – різницевий приріст; $D_i$ – множина сусідніх гравців, що відповідає зображеним на рис. 1 зв'язкам; $L_i = |D_i|$ – кількість сусідніх гравців; $u_n^i$ – значення чистої стратегії; $m_n \sim Normal(0, d)$ – адитивний білий гауссівський шум, нормально розподілена випадкова величина з нульовим математичним сподіванням та дисперсією $d > 0$.

Використання різницевих функцій поточних програшів спрощує візуальний аналіз скоординованих стратегій. У результаті навчання стохастичної гри сформовані чисті стратегії сусідніх гравців відрізнятимуться на значення приросту $d$.

Оскільки чисті стратегії гравці вибирають на основі розподілів $p_n^i \quad \forall i \in D$, то поточні програші $x_n^i \quad \forall i \in D$ є випадковими величинами. Випадковість програшів додатково підсилюється адитивним білим шумом.

Поточні значення білого шуму можна обчислити за формулою:

$$m_n = \sqrt{d}\left(\sum_{j=1}^{12} w_{j,n} - 6\right),$$

де $w \in [0,1]$ – дійсне випадкове число з рівномірним законом розподілу.

Значення чистої стратегії визначається випадково на основі поточного розподілу імовірностей $p_n^i(u_n^i)$:

$$u_n^i = \left\{ u^i(j) \mid j = \arg\min_j \sum_{k=1}^{j} p_n^i(k) > w \ \ (j = 1..N_i) \right\}, \tag{7}$$

де $w \in [0,1]$ – випадкова величина з рівномірним розподілом.

Збіжність $\lim\limits_{n\to\infty} \left\| p_n^i - p^{i*} \right\| \to 0$, $i = 1..6$ методу (3) до оптимальних стратегій $p^{i*} \ \forall u_n^i \in U^i$, які мінімізують середні програші (2), забезпечується умовами стохастичної апроксимації [26].

Ефективність прийнятих рішень оцінюється:

1) функцією середніх втрат:

$$\Xi_n = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} \Xi_n^i\,; \tag{8}$$

2) середньою кількістю скоординованих стратегій гравців:

$$\mathrm{K}_n = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\sum_{i=1}^{L} c\left(\sum_{s\in D_i} | u_t^i - u_t^s - d | = 0\right), \tag{9}$$

де $c() \in \{0,1\}$ – індикаторна функція події;

3) середнім відхиленням змішаних стратегій гравців від оптимальних значень $p^{i*}$:

$$\Delta_n = \frac{1}{nL}\sum_{t=1}^{n}\sum_{i=1}^{L} \left\| p_t^i(u_t^i) - p^{i*}(u_t^i) \right\|, \tag{10}$$

де $\|\cdot\|$ – евклідова норма вектора.

**Алгоритм розв’язування стохастичної гри**

1. Задати початкові значення параметрів:

$n = 0$ – початковий момент часу;

$L$ – кількість гравців;

$N_i$ – кількості чистих стратегій гравців $i = 1..L$;

$U^i = \{u^i(1), u^i(2), ..., u^i(N_i)\}$, $i = 1..L$ – вектори чистих стратегій гравців;

$p_0^i = (1/N_i, ..., 1/N_i)$, $i = 1..L$ – змішані стратегії гравців;

$g > 0$ – параметр кроку навчання;

$a \in (0,1]$ – порядок кроку навчання;

$e$ – параметр $e$-симплексу;

$b > 0$ – порядок швидкості розширення $e$-симплексу;

$d > 0$ – дисперсія завад;

$m_n \sim Z(0, d)$ – закон розподілу завад;

$n_{\max}$ – максимальна кількість кроків методу.

2. Вибрати варіанти дій $u_n^i \in U^i$, $i = 1..L$ згідно з (7).

3. Отримати значення поточних програшів $x_n^i$, $i=1..L$ за (6).

4. Визначити значення параметрів $g_n$, $e_n$ за (5).

5. Обчислити елементи векторів змішаних стратегій $p_n^i$, $i=1..L$ згідно з (3).

6. Знайти характеристики якості прийняття рішень $\Xi_n$ (8), $K_n$ (9), $\Delta_n$ (10).

7. Задати наступний момент часу $n := n+1$ .

8. Якщо $n < n_{\max}$ , то перейти на крок 2, інакше – кінець.

### Результати комп'ютерного моделювання

Моделювання процесу координації стратегій стохастичної гри подано на рис. 2–8. Структура гри для $L = m \times m$ гравців та $N_i = N$ $\forall i = 1..L$ стратегій зображена на рис. 1.

На рис. 2 у логарифмічному масштабі зображено графіки функцій середньої кількості скоординованих стратегій $K_n$, поточних $x_n$ та середніх програшів гравців $\Xi_n$, які характеризують ефективність самоорганізації стохастичної гри. Результати отримано для значень параметрів: $m=4$, $N=2$, $g=1$, $e=0.999/N$, $a=0.01$, $b=2$, $d=0$, $d=1$.

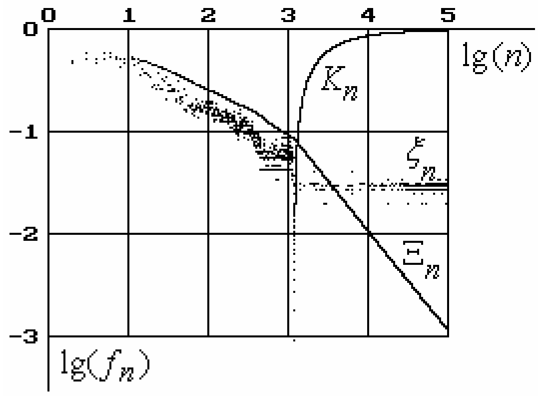


*Рис. 2. Характеристики самоорганізації системи*

Зменшення функції середніх програшів у часі свідчить про збіжність ігрового методу. Функція кількості скоординованих стратегій ілюструє досягнуте у процесі навчання зростання координації дій гравців, починаючи з $\sim 10^3$ кроків гри.

Варіанти навчання стохастичної гри для однієї із реалізацій випадкових величин подано на рис. 3 для двох різних кількостей чистих стратегій $N_i$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |

$N_i = 2$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 1 | 0 |
| 2 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 2 |
| 2 | 3 | 2 | 1 |

$N_i = 4$

*Рис. 3. Карти скоординованих стратегій*

Метод (3) забезпечує розв'язування стохастичної гри у чистих стратегіях (на вершині одиничного симплексу). Якщо $N_i = 2$, стратегії гравців набувають значення $u_n^i \in \{0,1\}$, а при $N_i = 4$ – значення $u_n^i \in \{0,1,2,3\}$. Сформовані карти скоординованих стратегій відповідають заданій структурі гри з локальними зв'язками та різницевим функціям формування поточних втрат (6) при $d=1$. Як видно з рис. 3, стратегії кожного гравця відрізняються від стратегій сусідніх гравців (по вертикалі та по горизонталі) на значення $d=1$.

Досліджена стійкість координації стохастичної гри за дії завад у вигляді білого шуму. Вплив дисперсії завад $d$ на ефективність ігрового методу (3) зображено на рис. 4. Коефіцієнт координації $K_n$ розраховано на вибірці $n=10$ тис. кроків стохастичної гри при $a=0.01$ та $b=2$. Якщо значення $d \in [0;4]$, координація стратегій гравців перевищує рівень у 90 %. У разі зростання інтенсивності завад ($d>4$) коефіцієнт координації стратегій зменшується.

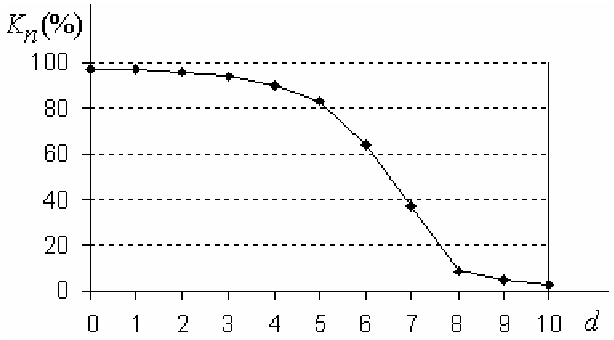


*Рис. 4. Вплив дисперсії* $d$ *на координацію гри*

Збіжність ігрового методу визначається співвідношенням параметрів $a$ та $b$, які визначають порядок швидкості збіжності ігрового методу. Значення цих параметрів повинні задовольняти базові умови стохастичної апроксимації. Залежність параметрів ефективності стохастичної гри від $a$ наведена у вигляді графіків на рис. 5. Для розв'язуваної задачі зростання значення $a$ від 0 до 0.8 не призводить до значного погіршення координації стратегій гравців. Значне зниження рівня координації стратегій спостерігається, якщо $a>0.8$.

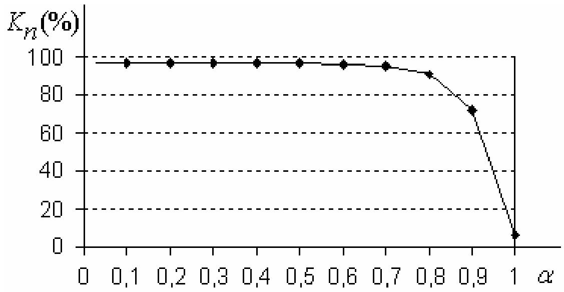


*Рис. 5. Вплив параметра* $a$ *на координацію гри*

Крім параметрів рекурентного методу, значний вплив на координацію має розмірність стохастичної гри, яка визначається кількістю гравців $L$ та кількістю стратегій $N$.

Залежність коефіцієнта координації від кількості $L=m\times m$ гравців зображено на рис. 6. Прийнятна (більша за 80 %) координація стратегій характерна для гри з максимальною кількістю $L=10\times10$ агентів, кожен з яких має по $N=2$ чисті стратегії.

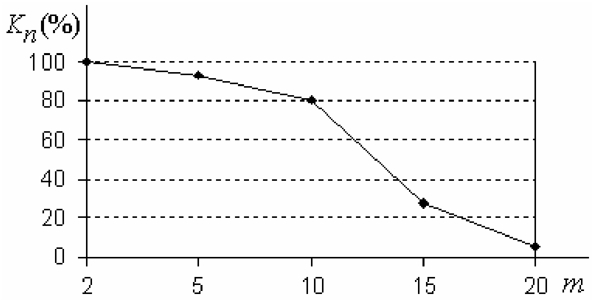


*Рис. 6. Вплив кількості гравців на координацію гри*

Вплив кількості стратегій $N$ на координацію гри $4\times4$ агентів подано на рис. 7. Для кількості стратегій $N=2..10$ координація стохастичної гри перевищує рівень 90 %.

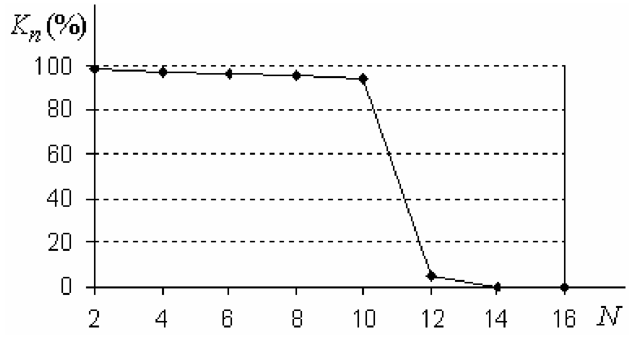


*Рис. 7. Вплив кількості стратегій на координацію гри*

У разі зростання розмірності стохастичної гри збільшується середня кількість кроків, необхідних для досягнення належного рівня координації стратегій агентів. На рис. 8 зображено залежність середньої кількості кроків гри $\overline{n}$, необхідних для досягнення коефіцієнта координації $K_n = 90\%$, від кількості гравців $L = m\times m$, кожен з яких має по $N=2$ чисті стратегії.

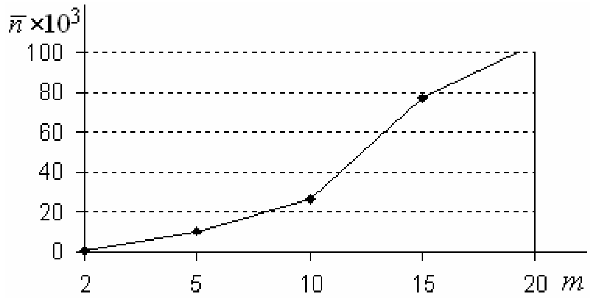


*Рис. 8. Залежність часу навчання від розмірності стохастичної гри*

Запропонований метод (3) розв'язування стохастичної гри агентів належить до класу реактивних методів і має порівняно невисоку, степеневу швидкість збіжності. Це пов'язано з тим, що на початок гри агенти не мають ніякої інформації про середовище, з яким вони взаємодіють. Збір інформації здійснюється у процесі навчання за допомогою адаптивної перебудови векторів змішаних стратегій пропорційно до значень поточних програшів.

На рис. 9 зображено графік середньої норми відхилення змішаних стратегій від оптимальних значень $\Delta_n$ (10), що відповідають зображеній на рис. 3 карті скоординованих чистих стратегій при $L=4\times4$, $N=2$, $g=1$, $e=0.999/N$, $a=0.01$, $b=2$.

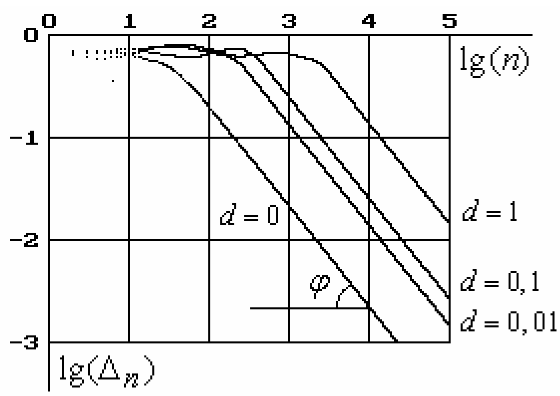


*Рис.9. Динаміка середньої похибки розв'язування стохастичної гри*

Порядок швидкості збіжності може бути оцінений тангенсом кута $j$ графіка лінійної апроксимації норми відхилення змішаних стратегій гравців від оптимальних значень та віссю моментів часу. Як видно з рис. 9, за відповідного підбору параметрів досягається близький до 1 порядок степеневої швидкості збіжності розглянутої стохастичної гри. Для досліджених значень дисперсія білого шуму практично не впливає на порядок швидкості збіжності ігрового методу. У разі зростання дисперсії збільшується лише лінійна складова швидкості збіжності, що призводить до збільшення кількості кроків, необхідних для досягнення скоординованих стратегій стохастичної гри.

**Висновки**

Розроблені модель, метод та алгоритм розв'язування стохастичної гри забезпечують просторову координацію МАС, яка проявляється у децентралізованій побудові стабільної карти стратегій гравців, вигляд якої визначається локально обумовленим способом формування поточних програшів за правилами скінченних різниць.

Координація стратегій агентів досягається у ході розв'язування стохастичної гри у реальному масштабі часу на основі збирання поточної інформації та її адаптивного опрацювання. Метод дає змогу знаходити розв'язки стохастичної гри у чистих стратегіях.

Ефективність координації стратегій системи контролюється за допомогою характеристичних функцій середніх програшів, коефіцієнта координації та евклідової норми відхилення динамічних змішаних стратегій від оптимальних значень. Зменшення функції середніх програшів, зростання коефіцієнта координації та зменшення норми відхилення змішаних стратегій свідчить про збіжність ігрового методу.

Швидкість координації чистих стратегій агентів залежить від розмірності стохастичної гри, величини завад та параметрів ігрового методу. В разі зростання кількості гравців та інтенсивності завад швидкість та ефективність ігрової координації МАС зменшуються. Особливістю запропонованого рекурентного методу розв'язування стохастичної гри є порівняно невисока, степенева швидкість збіжності, що пов'язано з апріорною невизначеністю системи. Цей недолік долається високою швидкодією сучасних засобів обчислювальної техніки та можливістю розпаралелювання задачі або використання мережевих засобів розподілених обчислень.

За відсутності завад та за належного підбору параметрів ігрового методу, значення яких повинні відповідати умовам стохастичної апроксимації, можна досягти близького до 1 степеневого порядок швидкості збіжності.

Достовірність отриманих результатів підтверджується повторюваністю значень розрахованих характеристик стохастичної гри для різних послідовностей випадкових величин.

Одержані результати можна використати для прийняття скоординованих колективних рішень, хроматичного розфарбовування графів, розв'язування стохастичних крайових задач, синтезу матриць даних за їх лінійними проекціями, побудови числових ортонормованих систем та інших.

Розвиток запропонованого ігрового методу можливий у напрямі динамічної у часі координації стратегій та підвищення інтелектуального рівня агентів.

*1. Поспелов Д.А. Многоагентные системы – настоящее и будущее / Д.А. Поспелов // Информационные технологии и вычислительные системы. – 1998. – № 1. – С. 14 – 21. 2. Городецкий В.И. Информационные технологии и многоагентные системы / В.И. Городецкий // Проблемы информатизации. – 1998. – Вып. 1. – С. 3 – 14. 3. Тарасов В.Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика / В.Б.Тарасов. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 352 с. 4. Wooldridge M. An Introduction to Multiagent Systems / M. Wooldridge. – John Wiley & Sons, 2002. – 366 pp. 5. Цетлин М.Л. Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем / М.Л. Цетлин. – М.: Наука, 1969. – 316 с. 6. Поспелов Д.А. Вероятностные автоматы / Д.А. Поспелов. – М.: Энергия, 1970. – 88 с. 7. Растригин*

*Л.А. Адаптация случайного поиска / Л.А. Растригин, К.К. Рипа, Г.С. Тарасенко. – Рига: Зинатне, 1973. – 242 с. 8. Варшавский В.И. Коллективное поведение автоматов / В.И. Варшавский. – М.: Наука, 1973. – 408 с. 9. Цыпкин Я.З. Адаптивные методы выбора решений в условиях неопределенности / Я.З. Цыпкин // Автоматика и телемеханика. – 1976. – № 4. – С. 78–91. 10. Срагович В.Г. Теория адаптивных систем / В.Г. Срагович. – М.: Наука, 1976. – 319 с. 11. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики / Э. Мулен. – М.: Мир, 1985. – 200 с. 12. Назин А.В. Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы / А.В. Назин, А.С. Позняк. – М.: Наука, 1986. – 288 с. 13. Королюк В.С. Автоматы. Блуждания. Игры / В.С. Королюк, А.И. Плетнев, С.Д. Эйдельман // Успехи математических наук. – 1988. – Т. 43, № 1. – С. 87–122. 14. Доманский В.К. Стохастические игры / В.К. Доманский // Математические вопросы кибернетики. – 1988. – № 1. – С. 26 – 49. 15. Поспелов Д. А. От коллектива автоматов к мультиагентным системам / Д.А. Поспелов // Proc. of the International Workshop “Distributed Artificial Intelligence and Multi-Agent Systems” DAIMAS`97. – June 15–18, 1997. St. Peterburg, Russia. – P. 319–325. 16. Гаврилова Т.А. Базы знаний интеллектуальных систем / Т.А. Гаврилова, В.Ф. Хорошевский // Учебник. – Спб.: Питер, 2001. – 384 с. 17. Люгер Д. Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем: Пер. с англ / Д. Ф. Люгер. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003. – 864 с. 18. Виттих В. А. Мультиагентные модели взаимодействий для построения сетей потребностей и возможностей в открытых системах / В. А. Виттих, П. О. Скобелев // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 1. – С. 177 – 185. 19. Андреев В. Методы и средства создания открытых мультиагентных систем для поддержки процессов принятия решений / В. Андреев, В. А. Виттих, С. В. Батищев // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 1. – С. 126 – 137. 20. Рассел С. Искусственный интеллект: современный подход: Пер. с англ. / С. Рассел, П. Норвиг. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2006. – 1408 с. 21. Швецов А.Н. Агентно-ориентированные системы: от формальных моделей к промышленным приложениям / А.Н. Швецов. – Вологодский государственный технический университет. 22. Ashby W. R. Principles of the Self-Organizing Dynamic System / W. R. Ashby // Journal of General Psychology. — v. 37. — p. 125—128. 23. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен. – М.: Мир, 1985. 24. Пригожин И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой: Пер. с англ. / И. Пригожин, И. Стенгерс. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 312 с. 25. Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам: Пер. с англ. / Г. Хакен. – М.: КомКнига, 2005. – 248 с. 26. Вазан М. Стохастическая аппроксимация / М. Вазан. – М.: Мир, 1972. – 295 с.*