

Ю.М. Рашкевич, Д.Д. Пелешко, А.М. Ковальчук, Н.О. Куфра
 Національний університет “Львівська політехніка”,
 кафедра автоматизованих систем управління

ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ СТАТИСТИК ДЛЯ СУМІЩЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ НАБОРУ

© Рашкевич Ю.М., Пелешко Д.Д., Ковальчук А.М., Куфра Н.О., 2010

Розроблено швидкий метод суміщення зображень у наборі однотипних зображень на основі розв’язання задачі майже факторизації простору топології зображень з подальшим звуженням цього простору через розв’язання задачі пошуку кореляційного максимуму. Задача майже факторизації формулюється через введення напівметрики стосовно дисперсії кольору елементів топології зображення.

Ключові слова: топологія, дисперсія, факторизація, метрика.

There is developed the method of image combining in the one type image set based on the solution of the problem of almost factorization of image topology space with the further constriction of the space through the solution of the correlation maximum searching task. The problem of almost factorization is solved through introduction of semimetric in conformity with the dispersion of image topology fragment colors.

Keywords: topology, dispersion, factorization, metric.

Вступ

Традиційно для реалізації процедури знаходження і суміщення зображень використовують кореляційну прив’язку цифрових зображень. Метод кореляційної прив’язки зображень має такі недоліки:

- взаємна кореляційна функція може мати досить розмитий максимум, що ускладнює його знаходження, оскільки не враховує просторової структури порівнюваних зображень;
- комбінаторна складність – великий перебір ситуацій [2–5].

Основою запропонованого методу є:

- Запропоновані в [5] топологічні подання та операції, зокрема звуження простору покриття зображення.
- Характеристики виділених в [4] класів представлення зображень та наборів.

Постановка задачі

Метою цієї роботи є розроблення швидкого методу суміщення зображень у наборі на основі використання дисперсії значень кольору (чи інтенсивності).

Для досягнення цієї мети до розгляду потрібно ввести топологію зображення і визначити на ній задачу майже факторизації топологічного простору.

Основна ідея запропонованого методу суміщення полягає у швидкому формуванні для кожного зображення відповідних наборів “підозрілих” на подібність фреймів (задача звуження простору топологічного покриття зображення через розв’язання задачі майже факторизації) з подальшим їх звуженням математичною кореляцією із заданим фрагментом (задача звуження простору топологічного покриття зображення через розв’язання задачі пошуку кореляційного максимуму на топологічному покритті зображення).

Топології для задачі суміщення зображень набору

Нехай задано набір P однотипних рисунків з координатною $\hat{A}_P = \mathfrak{S}_{\chi^{2,+d}}$ та колірною топологіями J_P [1]. Треба пам’ятати, що J_P індукується \hat{A}_P . У кожній з цих топологій визначимо скінченні покриття: фреймове $(\chi_{\chi^{2,+d}} | N_\chi) \subseteq \mathfrak{S}_{\chi^{2,+d}}$ та індуковане фрагментне J_P в J_P [2].

Серед зображень набору виберемо довільне зображення, стосовно якого здійснюватиметься операція суміщення. Таке зображення будемо називати *фіксованим*. Для зручності подальшого викладу нехай таке зображення має індекс у наборі, що дорівнює 1. Тобто в наборі \mathbf{P} фіксованим є зображення $P_{\text{фікс}} = P_1$. Тоді через \mathbf{P}' позначимо набір з решти зображень

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} \setminus \{P_1\} = \{P_z\}_{z=2..N}. \quad (1)$$

На $(\chi_{\mathbf{X}^{2+,d}} | N_\chi)$ визначимо фрейм

$$\mathbf{X}_{\text{fr}1,\text{зад}}^{2+,d} = \mathbf{X}_{\text{fr}1,\text{зад}}^{2+,d} (\Delta_{x1,\text{зад}}, \Delta_{y1,\text{зад}}, l_{\text{fr}1,\text{зад}}, h_{\text{fr}1,\text{зад}}), \quad (2)$$

якому на P_1 відповідає індукований фрагмент зображення $P_{1,\text{зад}} \in \mathbf{J}_{\mathbf{P}}$.

Проблема вибору початкового фрейму $\mathbf{X}_{\text{fr}1,\text{зад}}^{2+,d}$ у цій роботі детально не розглядатиметься. Це питання детально висвітлено в [4]. Приймаємо лише одне припущення – $\mathbf{X}_{\text{fr}1,\text{зад}}^{2+,d}$ індукує такий фрагмент зображення P_1 , який з достатньою точністю існує на усіх зображеннях набору \mathbf{P}' .

Вважатимемо, що фреймове покриття $(\chi_{\mathbf{X}^{2+,d}} | N_\chi)$ гомеоморфне фрейму $\mathbf{X}_{\text{fr}1,\text{зад}}^{2+,d}$ за розмірами. Тут гомеорфізм за розмірами визначає те, що усі елементи $(\chi_{\mathbf{X}^{2+,d}} | N_\chi)$ мають розміри $l_{\text{fr}1,\text{зад}}$ і $h_{\text{fr}1,\text{зад}}$, а відрізняються лише координатами початку.

З $(\chi_{\mathbf{X}^{2+,d}} | N_\chi)$ за заданою $\hat{A}_{\mathbf{P}}$ сформуємо фреймове покриття набору \mathbf{P}' за правилом

$$\mathbf{c}_{\mathbf{P}'} = \{\chi_z\}_{z=2..N}, \quad (\chi_z | N_\chi) \in \hat{A}_{\mathbf{P}}, \quad (3)$$

де

$$\forall z_1, z_2 \in [2..N]: \chi_{z_1} = \chi_{z_2}; \quad \chi_{z_1}, \chi_{z_2} \in \mathbf{c}'_{\mathbf{P}}. \quad (4)$$

Формули (3) і (4) означають, що фреймове покриття $\mathbf{c}_{\mathbf{P}'}$ набору \mathbf{P}' складається з $N - 1$ топологічно еквівалентних покриттів $(\mathbf{X}^{2+,d}, \mathcal{S}_{\mathbf{X}^{2+,d}})$, елементи яких ще й рівні за розмірами. Важливо зазначити, що розмірність кожного χ_z дорівнює N_χ . Тоді

$$\dim \mathbf{c}_{\mathbf{P}'} = (N - 1)N_\chi. \quad (5)$$

і розглядати треба топологічний простір $(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'} | (N - 1)N_\chi)$.

Фреймове покриття (3) засобом неперервного відображення \mathbf{C} [2] індукує фрагментне покриття $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{J}_{\mathbf{P}}$, яке належить топології $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{J}_{\mathbf{P}}$ набору \mathbf{P}' , за правилом

$$\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} = \mathbf{J}_{\mathbf{P}} \setminus \{\mathbf{J}_1\} = \{\mathbf{J}_z\}_{z=2..N}; \quad \mathbf{J}_{\mathbf{P}'} = \mathbf{J}_{\mathbf{P}} \setminus \{\vartheta_1\} = \{\vartheta_z\}_{z=2..N}; \quad \mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{J}'_{\mathbf{P}} \subseteq \mathbf{J}_{\mathbf{P}}. \quad (6)$$

Фактично $\mathbf{c}_{\mathbf{P}'}$ і $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'}$ є звуженнями $\mathbf{c}_{\mathbf{P}}$ і $\mathbf{J}_{\mathbf{P}}$, відповідно.

Оскільки $\mathbf{J}_{\mathbf{P}}$ є індуковане неперервним відображення \mathbf{C} [1], то визначений для $(\chi_{\mathbf{X}^{2+,d}} | N_\chi)$ гомеорфізм (за розмірами) до фрейму $\mathbf{X}_{\text{fr}1,\text{зад}}^{2+,d}$ спостерігається для елементів просторів $\mathbf{J}_{\mathbf{P}}$ і $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'}$ до фрагмента $P_{1,\text{зад}}$. Для елементів $\mathbf{J}_{\mathbf{P}}$ і $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'}$ не існує топологічної еквівалентності, подібної до (3). Це означає, що набір \mathbf{P}' можна подати у вигляді скінченного набору фрагментів $P_{z,m}$ з розмірами $l_{\text{fr}1,\text{зад}}$ і $h_{\text{fr}1,\text{зад}}$

$$\mathbf{P}' = \{P_z\} = \left\{ \left\{ P_{z,m} \mid P_{z,m} = C_{z,m}(\mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2+,d}) \right\}_{m=1..N_\chi} \right\}_{z=2..N}; \quad \forall z, m: \mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \in \chi_z. \quad (7)$$

Значимо, що розмірність кожного ϑ_z становить N_χ , тобто існує простір $(\vartheta_z | N_\chi)$. Тоді розмірність $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'}$ за (5)

$$\dim \mathbf{J}_{\mathbf{P}'} = (N - 1)N_\chi, \quad (8)$$

і до розгляду треба брати простір $(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} | (N - 1)N_\chi)$.

2. Суміщення зображень набору на основі використання дисперсії

2.1. Майже факторизація просторів покриття зображень набору на основі дисперсії

Нехай задано набір \mathbf{P} , фіксоване зображення $P_{\text{фікс}} = P_1$, фрейм $\mathbf{X}_{\text{fr1,зад}}^{2+,d}$ і фрагмент $P_{1,\text{зад}}$, набір \mathbf{P}' (1), топологій $\hat{A}_{\mathbf{P}} = \mathfrak{S}_{\mathbf{X}^{2+,d}}$ та $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{J}_{\mathbf{P}}$ [3] і покриття $(c_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi})$ (3) та $(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi})$ (6).

Для кожного фрагмента $P_{z,m}$ визначимо дисперсію $D_{z,m}$ [5] значення кольору (чи інтенсивності) $c_{z,m,(i,j)}^d$ кожного фрагмента. Розрахункова формула має вигляд

$$D_{z,m} = \frac{1}{s_{1,\text{зад}}} \sum_{i=x_{\text{поч } z,m}}^{x_{\text{поч } z,m}+l_{\text{fr1,зад}}} \sum_{j=y_{\text{поч } z,m}}^{y_{\text{поч } z,m}+h_{\text{fr1,зад}}} \left(c_{z,m,(i,j)}^d - M_{z,m} \right)^2; \quad m = 1..N_{\chi}; \quad z = 2..N, \quad (9)$$

де $s_{1,\text{зад}} = l_{\text{fr1,зад}} h_{\text{fr1,зад}}$ – площа $P_{1,\text{зад}}$; $M_{z,m}$ – математичне сподівання.

Подібно до (9) обчислюється дисперсія $D_{1,\text{зад}}$ для фрагмента $P_{1,\text{зад}}$.

У результаті (9) кожному фрагменту $P_{z,m}$ однозначно поставлена у відповідність характеристика – середнє значення кольорів $D_{z,m}$ відповідного фрагмента зображення P_z

$$P_{z,m} \rightarrow D_{z,m}. \quad (10)$$

Це означає, що $(c_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi})$ засобами (4.10) через $(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi})$ індукує набір характеристик – дисперсій кольору

$$c_{\mathbf{P}'} \xrightarrow{C} \mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \xrightarrow{M} \{D_{z,m}\}, \quad z = 2..N. \quad (11)$$

Для задачі майже факторизації $(c_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi})$ введемо напівметрику $d_{D,\text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}})$ як відношення еквівалентності фрагмента $P_{1,\text{зад}}$

$$\forall P_{z,m} \in \mathbf{J}_{\mathbf{P}'}: \quad d_{D,\text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) = |D_{z,m} - D_{1,\text{зад}}|, \quad (12)$$

Твердження.

(12) є напівметрикою.

Доведення.

v

Оскільки (12) є евклідовою відстанню, то звідси впливають умови метрики.

Відношення еквівалентності як умова напівметрики впливає з того, що для дисперсії (9) як інтегральної характеристики фрагмента можлива ситуація, коли

$$\exists z \in [2..N], m \in [2..N_{\chi}]: \quad D_{z,m} = D_{1,\text{зад}}. \quad (13)$$

Це означає, що для $P_{z,m} \neq P_{1,\text{зад}}$

$$d_{D,\text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) = 0, \quad (14)$$

що визначає метрику (12) як напівметрику.

w

Тоді задача майже факторизації простору $(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi})$ полягає у побудові $\mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi}), d_{D,\text{fr}}} / \sim^{\varepsilon}$ за допомогою нерівності

$$\forall P_{z,m} \in \mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi}), d_{D,\text{fr}}} / \sim^{\varepsilon}, \quad d_{D,\text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) \leq \varepsilon, \quad (15)$$

де ε – точність суміщення – параметр майже факторизації.

У загальному випадку треба розглядати $\varepsilon = \varepsilon(z)$. Проте на практиці для зручності вибирають одну для усіх $N-2$ рисунків набору \mathbf{P}' точність.

Фактично $\mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi}), d_{D,\text{fr}}} / \sim^{\varepsilon}$ треба розглядати як набір фрагментів набору \mathbf{P}' , “підозрілих” на подібність (за 15) до фрагмента $P_{1,\text{зад}}$. Оскільки

$$\forall \vartheta_z \in \mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} | (N-1)N_{\chi}), d_{D,\text{fr}}} / \sim^{\varepsilon}: \quad \dim \vartheta_z \leq N_{\chi}, \quad (16)$$

то справедлива оцінка

$$\dim \mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}} \leq \dim \mathbf{J}_{\mathbf{P}'} = (N-1)N_\chi. \quad (17)$$

Якщо прийняти, що $\mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}$ відповідає майже фактор $\mathbf{c}_{(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}$, такий, що

$$\left(\mathbf{c}_{(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}} \mid \dim \mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}} \right) \subseteq \left(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'} \mid (N-1)N_\chi \right), \quad (18)$$

то (17) означає, що через розв'язання задачі майже факторизації вдалось звузити простори $(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \mid (N-1)N_\chi)$ і $(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'} \mid (N-1)N_\chi)$ відповідно.

2.2. Задача пошуку кореляційного максимуму на майже фактор-просторі зображення

Наступним кроком є звуження просторів $\mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}$ і $\mathbf{c}_{(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}$ до одного фрейма через розв'язання задачі пошуку кореляційного максимуму. Для цього введемо до розгляду метрику

$$\forall P_{z,m} \in \mathbf{J}_{\mathbf{P}'} : d_{\mathbf{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) = r(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}), \quad (19)$$

де $r(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}})$ – кореляції [1] між значеннями кольору (чи інтенсивності) фрагмента $P_{z,m}$ із заданим $P_{1,\text{зад}}$. Розрахункова формула має вигляд

$$r_{z,m}(P_{1,\text{зад}}, P_{z,m}) = \frac{\sum_{i=X_{\text{поч } z,m}}^{X_{\text{поч } z,m} + h_{\mathbf{fr}1,\text{зад}}} \sum_{j=Y_{\text{поч } z,m}}^{Y_{\text{поч } z,m} + h_{\mathbf{fr}1,\text{зад}}} (c_{1,\text{зад}}^d(i,j) - M_{1,\text{зад}})(c_{z,m}^d(i,j) - M_{z,m})}{\sqrt{\sum_{i=X_{\text{поч } z,m}}^{X_{\text{поч } z,m} + h_{\mathbf{fr}1,\text{зад}}} \sum_{j=Y_{\text{поч } z,m}}^{Y_{\text{поч } z,m} + h_{\mathbf{fr}1,\text{зад}}} (c_{1,\text{зад}}^d(i,j) - M_{1,\text{зад}})^2 \sum_{i=X_{\text{поч } z,m}}^{X_{\text{поч } z,m} + h_{\mathbf{fr}1,\text{зад}}} \sum_{j=Y_{\text{поч } z,m}}^{Y_{\text{поч } z,m} + h_{\mathbf{fr}1,\text{зад}}} (c_{z,m}^d(i,j) - M_{z,m})^2}}; \quad (20)$$

$$m = 1..N_{\chi_z}; \quad z = 2..N,$$

де $c_{1,\text{зад}}^d(i,j)$ – значення кольору фрагмента $P_{1,\text{зад}}$; N_{χ_z} – розмірність покриттів $\chi_z \in \mathbf{c}_{(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}$ та $\vartheta_z \in \mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}$.

У результаті (20) для кожного $\chi_z \in \mathbf{c}_{(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}$ та $\vartheta_z \in \mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}$ отримуємо набір значень кореляцій $r_{z,m}(P_{1,\text{зад}}, P_{z,m})$, які є характеристиками фрагментів $P_{z,m} \in \vartheta_z$

$$\left(\begin{matrix} \chi_z \\ \vartheta_z \end{matrix} \right) \rightarrow \{r_{z,m}(P_{1,\text{зад}}, P_{z,m})\}_{m=1..N_{\chi_z}}, \quad z = 2..N; \quad \chi_z \in \mathbf{c}_{(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}; \quad \vartheta_z \in \mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}. \quad (21)$$

На наборі $\{r_{z,m}(P_{1,\text{зад}}, P_{z,m})\}$ для кожного z розв'язуємо задачу пошуку кореляційного максимуму із заданим $P_{1,\text{зад}}$

$$\mathbf{I}_{r,\text{max}} = \left\{ \max_m (r_{z,m}(P_{1,\text{зад}}, P_{z,m})) \neq 0 \right\}_{z=2..N} \quad (22)$$

Якщо ненульового кореляційного максимуму за заданого z не існує, то це зображення видаляється з набору і в подальшому розв'язанні задачі суміщення не розглядається. Надалі вважатимемо, що для будь-якого z ненульова кореляція існує.

За (21) знаходимо відповідний $P_{z,m} \in \vartheta_z \in \mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}}$ і формуємо остаточний набір фрагментів

$$\mathbf{J}_{\mathbf{P}'\text{max } r} = \{P_{z,m} \mid P_{z,m} \rightarrow \mathbf{I}_{r,\text{max}}\}_{z=2..N}, \quad (23)$$

і відповідний набір фреймів

$$\mathbf{c}_{\mathbf{P}'\text{max } r} = \left\{ \mathbf{X}_{\mathbf{fr}z,m}^{2+,d} \mid P_{z,m} = C(\mathbf{X}_{\mathbf{fr}z,m}^{2+,d}), P_{z,m} \in \mathbf{J}_{\mathbf{P}'\text{max } r} \right\}_{z=2..N}. \quad (24)$$

Оскільки розмірність набору (22) дорівнює $N-2$, то

$$\dim \mathbf{c}_{\mathbf{P}'\text{max } r} = \dim \mathbf{J}_{\mathbf{P}'\text{max } r} = N-2. \quad (25)$$

Очевидно, що $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'\text{max } r} \subset \mathbf{J}_{(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}} \subseteq \mathbf{J}_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{J}_{\mathbf{P}}$ належить топологіям $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'}$ та $\mathbf{J}_{\mathbf{P}}$. Аналогічно для координатної області маємо $\mathbf{c}_{\mathbf{P}'\text{max } r} \subset \mathbf{c}_{(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'|(N-1)N_\chi}, d_{D, \mathbf{fr}})^{\wedge \varepsilon}} \subseteq \mathbf{c}_{\mathbf{P}'} \subseteq \mathbf{c}_{\mathbf{P}}$.

Фрагментний набір $(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'\text{max } r} \mid N-2)$ є результатом двоетапного звуження $\mathbf{J}_{\mathbf{P}'}$ до $N-2$ фрагментів, кожен з яких відповідає окремому P_z набору \mathbf{P}' .

Подібно до $(\mathbf{J}_{\mathbf{P}'\text{max } r} \mid N-2)$ фреймовий набір $(\mathbf{c}_{\mathbf{P}'\text{max } r} \mid N-2)$ є результатом звуження $\mathbf{c}_{\mathbf{P}'}$ і

містить для кожного z по одному фрейму $\mathbf{X}_{fr,z,m}^{2+,d}$.

За фреймовим набором $(c_{P_{\max r}} | N-2)$, як зміщення між фрагментами $P_{z,m}$ і $P_{1,зад}$, знаходимо зміщення по осях $x - \Delta_{x,(1,z)}$ та по $y - \Delta_{y,(1,z)}$ кожного зображення набору \mathbf{P}' відносно P_1 ,

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{x,(1,z)} = \Delta_{x,z,m} - \Delta_{x,1,зад} \\ \Delta_{y,(1,z)} = \Delta_{y,z,m} - \Delta_{y,1,зад} \end{array} \right\}_{z=2..N}; \mathbf{X}_{fr,z,m}^{2+,d} \in c_{P_{\max r}}. \quad (26)$$

Звертаємо увагу на те, що зміщення $\Delta_{x,(1,z)}, \Delta_{y,(1,z)} \in \mathbf{N}$, тобто можуть набувати як додатних, так і від'ємних значень.

3. Результати практичних експериментів суміщення зображень на основі дисперсії

На підставі викладених вище теоретичних результатів розроблено практичну реалізацію методу суміщення зображень набору на основі дисперсії. Зображення цих наборів є результатами горизонтальних та вертикальних зсувів деякого базового зображення. Надалі такі набори називатимемо наборами штучно згенерованих зображень (НШЗЗ).

У практичному експерименті для зручності умову (15) замінимо на відносну похибку

$$\frac{d_{D,fr}(P_{z,m}, P_{0,зад})}{|D_{z,m}|} \leq \varepsilon, \quad (27)$$

На рис. 1 наведено результати суміщення зображень НШЗЗ. Характеристики НШЗЗ є такими: розмірність набору – $N = 88$; зображення у градаціях сірого; розмірність кожного зображення – $l = 34 \times h = 54$ пікселів; $P_{фікс} = P_0$. Параметри заданого фрейму $\mathbf{X}_{fr,0,зад}^{2+,d}$: $\Delta_{x,0,зад} = \Delta_{y,0,зад} = 10$; $l_{fr,0,зад} = h_{fr,0,зад} = 10$; $\varepsilon = 0.001$. Індексунання зображень в наборі розпочинається з нуля, тобто $\mathbf{P}' = \{P_1, \dots, P_{88}\}$. Заданий фрагмент на P_0 виділено.

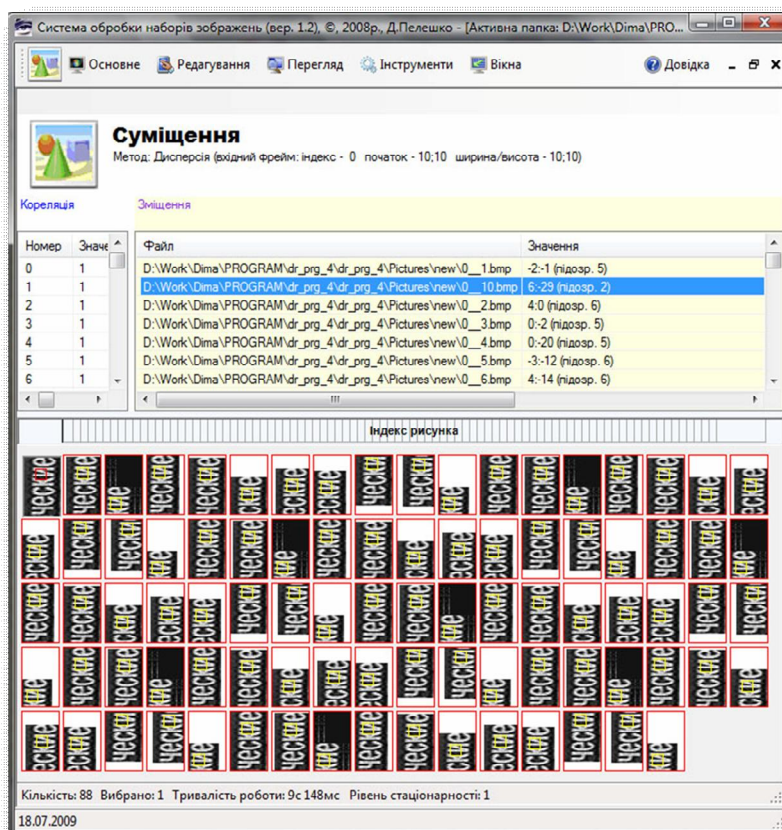


Рис. 1. Зріз екранної форми – результати суміщення на основі дисперсії НШЗЗ

На рис. 2 наведено результати побудови майже фактор-простору $J_{(J_{P'((N-1)N_x),d_{D,fr}})^{\sim{\epsilon}}}$, тобто набори “підозрілих на подібність” фрагментів для кожного зображення набору P' , НШЗЗ, результати суміщення якого наведено на рис. 1. Швидкість формування $J_{(J_{P'((N-1)N_x),d_{D,fr}})^{\sim{\epsilon}}}$ є визначальною для запропонованого алгоритму порівняно з відомими методами [2]. Числові значення кількості “підозрілих фреймів” для кожного P_z набору P' можна побачити на рис. 1 в таблиці “Зміщення” → колонці “значення” → в мітці “підозр –”.



Рис. 2. Зріз екрана – результати формування майже фактор-простору $J_{(J_{P'((N-1)N_x),d_{D,fr}})^{\sim{\epsilon}}}$ при суміщенні методом дисперсії кольору НШЗЗ P'

На рис. 3 наводиться розподіл розмірностей χ_z та ϑ_z , які належать покриттям $c_{(c_{P'((N-1)N_x),d_{D,fr}})^{\sim{\epsilon}}}$ та $J_{(J_{P'((N-1)N_x),d_{D,fr}})^{\sim{\epsilon}}}$ відповідно. Періодичність розподілу визначається невпорядкованістю набору P' і штучним генеруванням зображень.

Числові значення, тобто $\Delta_{x,(1,z)}, \Delta_{y,(1,z)}$, для суміщення на основі дисперсії наведено на рис. 1 в таблиці “Зміщення” → в колонці “значення”.

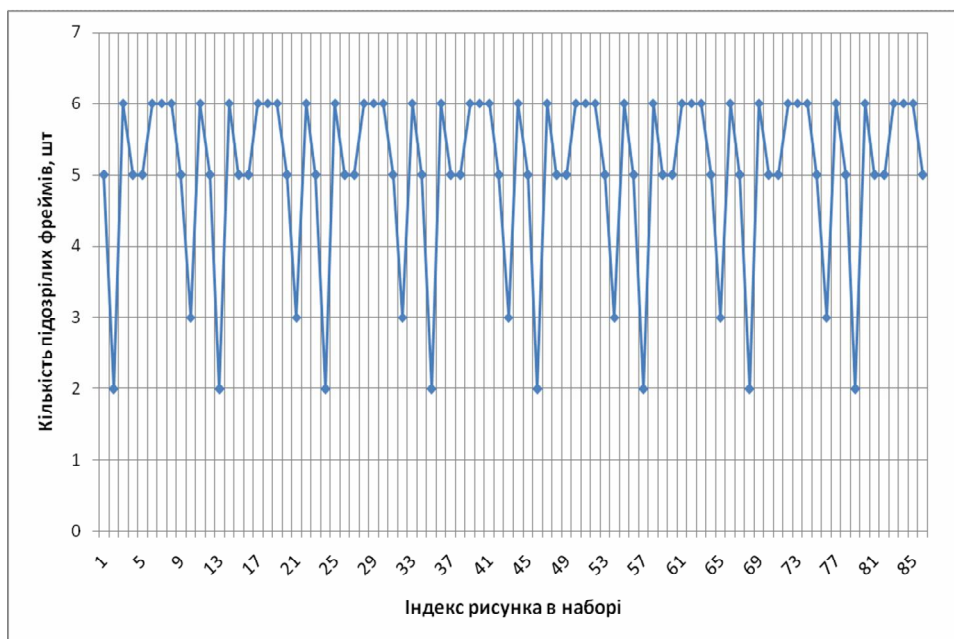


Рис. 3. Розподіл “підозрілих” фрагментів (простору $J_{(J_{P'((N-1)N_x),d_{D,fr}})^{\sim{\epsilon}}}$) у невпорядкованому НШЗЗ P' за методом суміщення на основі дисперсії

На рис. 4 наведено часові результати (тобто, фактично, швидкість) роботи алгоритму суміщення НШЗР запропонованим методом залежно від розмірності P' . Характеристики НШЗЗ є такими: розмірність набору – змінна; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення – $l = 34 \times h = 54$ пікселів; $P_{\text{фікс}} = P_0$. Параметри заданого фрейма $X_{\text{fr}0,\text{зад}}^{2+,d}$: $\Delta_{x,0,\text{зад}} = \Delta_{y,0,\text{зад}} = 10$; $l_{\text{fr}0,\text{зад}} = h_{\text{fr}0,\text{зад}} = 10$; $\varepsilon = 0.01$.

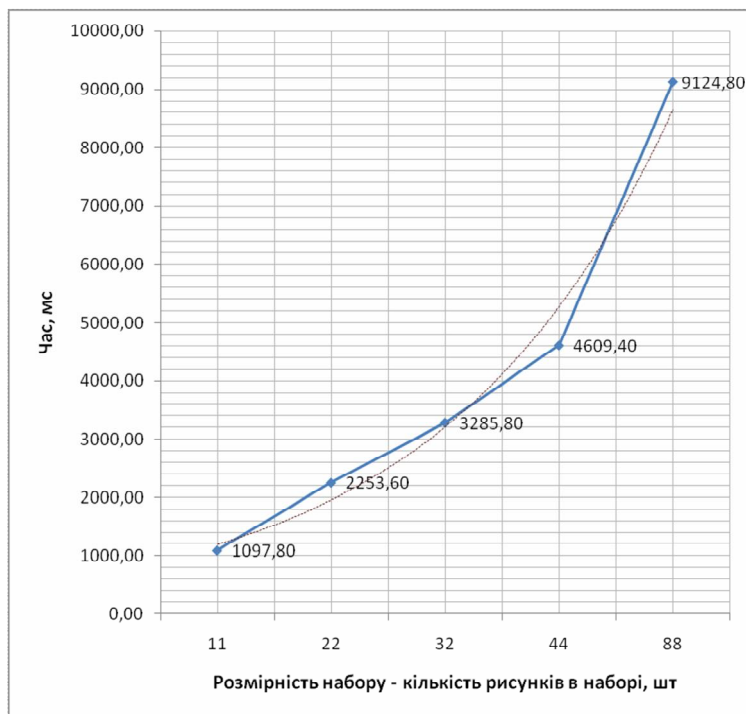


Рис. 4. Часова залежність від розмірності набору P' роботи алгоритму суміщення НШЗЗ методом дисперсії

У разі суміщення методом дисперсії результати наведено в табл. 1. Середньоквадратичне відхилення результатів експерименту не перевищувало 20 мс. На основі результатів вибраних експериментів характеристикою швидкості роботи алгоритму було середнє значення значень часу усіх експериментів за кожної розмірності набору. Ці значення наведено на графіку (рис. 4).

З рис. 4 видно, що час роботи алгоритму зростає зі збільшенням розмірності набору швидкості. Таке зростання пояснюється різким збільшенням арифметичних операцій.

Таблиця 1

Зведена таблиця експериментальних та характеристичних даних-результатів роботи процесу суміщення методом дисперсії за різних розмірностей НШЗЗ, мс

Розмірність набору	Час роботи алгоритму, мс Номер експерименту					Відхилення, мс	Середнє значення, мс
	1	2	3	4	5		
11	1104	1089	1102	1096	1098	5,85	1097,80
22	2272	2248	2263	2247	2238	13,65	2253,60
32	3283	3301	3258	3293	3294	16,81	3285,80
44	4607	4624	4593	4613	4610	11,19	4609,40
88	9148	9145	9112	9107	9112	19,94	9124,80

У табл. 2 наведено дані залежності швидкості роботи процесу суміщення НШЗР від розмірів фрейма $X_{\text{fr}0,\text{зад}}^{2+,d}$. Характеристики НШЗЗ є такими, як у випадку з результатами, поданими в табл. 2.

**Порівняльні дані результатів роботи процесу суміщення НШЗЗ
методом дисперсії за різних розмірів заданого фрейма, мс**

Розмір рисунка (піксели)			
X		Y	
37		54	
Розмір фрейма (піксели)		Площа фрейма/ площа рисунка	Час
X	Y		
10	10	0,05	1097,80
15	15	0,11	1491,20
20	20	0,20	1772,40
25	25	0,31	1558,20
28	28	0,39	1222,20

Експерименти здійснювались подібно до експериментів, результати яких відображено на рис. 4 і в табл. 1. Тобто характеристикою було середнє значення результатів п'яти найкращих експериментів за різних $s_{0,зад} / s_{p_0}$. При цьому похибка відхилення також не перевищувала 20 мс. Як показали результати експериментів, найгіршим (найдовше працював алгоритм) для цього P' є співвідношення $s_{0,зад} / s_{p_0} = 0.2$, що відповідає розмірам $l_{fr0,зад} = h_{fr0,зад} = 20$.

За більших та менших розмірів заданого фрейма (у цьому випадку квадратного) швидкість роботи алгоритму лише зростає.

Наведені результати ілюструють лише характер залежності швидкості роботи алгоритму від розмірів $X_{fr0,зад}^{2,+d}$ (тренд поліномний). Очевидно, що тип і якісний вміст зображення та вибраного фрагмента також впливатимуть на час роботи алгоритму.

Важливим результатом експериментів є існування максимуму – найбільшого часу роботи алгоритму. Відповідно до цього можна зробити висновок, що пришвидшення роботи алгоритму є можливим через вибір за розмірами $X_{fr0,зад}^{2,+d}$. Пошук найменшого значення є достатньо складним, оскільки розглядати треба двовимірний розподіл часу роботи.

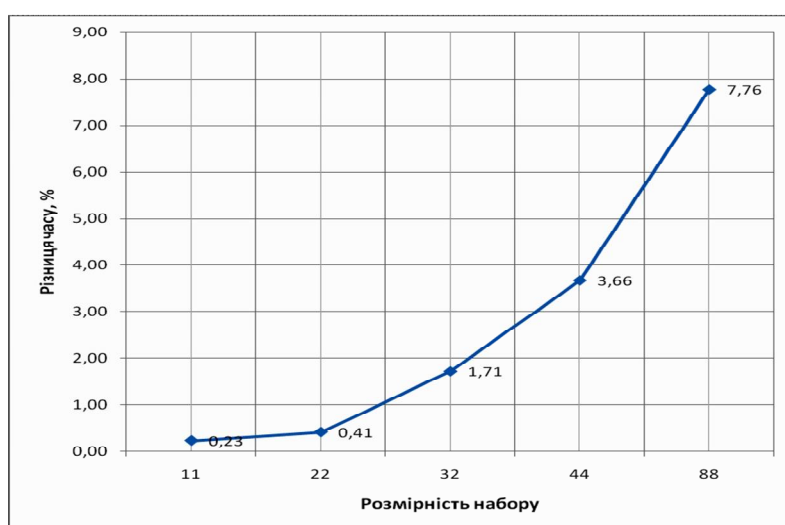


Рис. 5. Порівняння часу роботи алгоритму суміщення НШЗЗ на основі методів кореляційної прив'язки і дисперсії

На рис. 5 наведено порівняння часу роботи різних алгоритмів (у форматі приросту у відсотках пришвидшення роботи запропонованого методу порівняно з методом кореляційної прив'язки для суміщення НШЗЗ) суміщення, побудованих на методах кореляційної прив'язки та дисперсії.

Висновки

Як можна побачити з результатів, наведених на рис. 5, метод суміщення оснований на майже факторизації простору J_p на основі дисперсії є істотно швидшим від методу суміщення на основі кореляційної прив'язки. Зважаючи на дуже малі розміри зображень НШЗЗ, приріст швидкості роботи, наприклад, при $N = 88$ становить 7.76 % і зростає зі збільшенням розмірності P' .

Запропонований алгоритм можна застосувати для суміщення в горизонтальному та вертикальному напрямках зображень будь-якого типу.

1. Гусейн-Заде С.М. *Лекции по дифференциальной геометрии* / С.М. Гусейн-Заде. – М.: Изд-во МГУ, 2001. – 464 с. 2. Милнор Дж. *Дифференциальная топология* / Дж. Милнор, А.М. Уоллес. – М.: Мир, 1972. – 279 с. 3. *Класифікація моделей представлення зображень та наборів зображень як стохастичних зображень та полів: Матеріали науково-практичної конференції [“Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту ISDMCI'2009”]*, (Євпаторія, 18–22 травня 2009) / Херсонський морський інститут. – Херсон: Вид-во Херсон. морського ін-ту, 2009. – Т. 2. – С. 401–405. 4. Пелешко Д.Д. *Топології зображень та наборів зображень* / Д. Пелешко // *Науковий вісник НЛТУ України: Збірник науково-технічних праць*. – 2009. – Вип. 19.4. – С. 236–242. 5. Александров П. С. *Введение в теорию множеств и общую топологию* / П.С. Александров. – М.: Наука, 1977. – 368 с. 6. Халмош П. *Конечномерные векторные пространства* / П. Халмош. – М.: ГИФМЛ, 1963. – 276 с. 7. Рашкевич Ю. *Центрування зображень на основі методів кореляційного аналізу* / Ю. Рашкевич, Б. Деміда, Д. Пелешко, Н. Кустра // *Зб. наук. праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є.Пухова*. – 2005. – Вип. 29. – С. 121–128.