

АРХІТЕКТУРА ТА КОМПОНЕНТИ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

УДК 62-502.101.5

І. Ковела, О. Вітер, О. Іванюк
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра комп'ютеризованих систем автоматики

СИНТЕЗ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ З ЦИФРОВИМ (ПІ-ПД)- АЛГОРИТМОМ ТА ОБ'ЄКТАМИ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ

© Ковела І., Вітер О., Іванюк О., 2011

Наведено результати параметричного синтезу автоматичних систем з цифровим (ПІ-ПД)-алгоритмом та об'єктами високого порядку із запізненням за допомогою удосконаленого методу багатокритеріальної оптимізації. Доведено ефективність запропонованого методу, на основі якого розроблено інженерну методичку, актуальну для практики автоматизації широкого класу промислових об'єктів.

Ключові слова: параметричний синтез, промислові об'єкти, цифровий (ПІ-ПД)-алгоритм, інженерна методика.

The results of parametric synthesis of automatic systems with digital (PI-PD)-algorithm and higher-order objects with delay using the improved method of multiobjective optimization. Proved the effectiveness of proposed method on which engineering method is relevant to a broad class of industrial objects.

Keywords: parametrical synthesis, industrial objects, digital (PI-PD)-algorithm, engineering method.

Постановка проблеми

У практиці автоматизації теплових та хімічних процесів найчастіше застосовуються математичні моделі об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді послідовного сполучення n аперіодичних ланок з однаковими сталими часу T

$$W_o(s) = \frac{K_o}{(Ts + 1)^n} e^{-ts} . \quad (1)$$

Реакція такого об'єкта на ступінчастий вхідний сигнал описується рівнянням

$$h(t) = K_o \left(1 - e^{-\frac{t-t}{T}} \sum_{n=0}^{n-1} \frac{(t-t)^n}{n! T^n} \right), t \geq t . \quad (2)$$

При $K_o = 1$ вираз (2) – це рівняння перехідної характеристики об'єкта. У формулах (1), (2) t – це ємнісне запізнення. Якщо ж об'єкт має ще й транспортне запізнення, то враховується $t = t_n + \tau_T$. Спосіб апроксимації експериментальних перехідних характеристик об'єктів моделлю (1) описано зокрема в роботі [1].

Широке застосування математичних моделей об'єктів вигляду (1) зумовлює необхідність розроблення відповідних методів синтезу автоматичних систем регулювання з такими об'єктами.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Задачу синтезу автоматичних систем регулювання з цифровим (ПІ-ПД)-алгоритмом на основі багатокритеріального підходу розглянуто, наприклад, у роботі [2]. У цій роботі синтез систем

здійснюється лише для об'єктів першого та другого порядку за заданого значення періоду дискретності, що обмежує сферу застосування її результатів.

Однак у загальному випадку, враховуючи взаємний вплив на характеристики системи, значення періоду дискретності бажано визначати в процесі її синтезу одночасно з визначенням параметрів настроювання регулятора (ПНР). При цьому задача синтезу суттєво ускладнюється. Крім того, вона ускладнюється також із збільшенням порядку об'єкта.

Формулювання цілі статті

Згадані недоліки обумовлюють науково-практичну актуальність розроблення досконалішого методу синтезу цифрових автоматичних систем, які функціонують за (ПІ-ПД)-алгоритмом, що і є предметом цієї статті.

Виклад основного матеріалу

Поставлену задачу можна бути розв'язати з використанням методу багатокритеріальної оптимізації, удосконалений варіант якого дає змогу виконати синтез цифрових систем з одночасним визначенням періоду дискретності.

У процесі синтезу за основу береться структурна схема, у якій ПІ- та ПД-складові цифрового алгоритму регулювання подаються відповідно у вигляді еквівалентних цифровим неперервних складових (рис. 1). Коректність такого підходу при частотах $\omega \leq \pi / T_0$, де T_0 – період дискретності, обґрунтована, зокрема, у роботах [3–5]. У системах регулювання промислових об'єктів ця вимога, як правило, задовольняється.

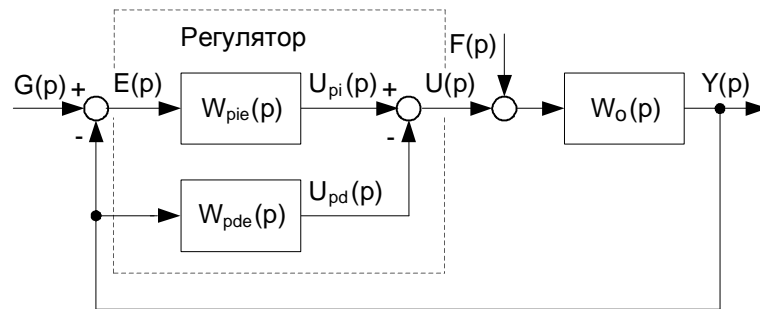


Рис. 1. Структурна схема системи з еквівалентним цифровому неперервним (ПІ-ПД)-алгоритмом

Система, зображена на рис. 1, з позицій теорії автоматичного керування може розглядатися як двоконтурна, що враховується в алгоритмі її синтезу.

Під час синтезу систем з об'єктами високого порядку доцільно увести комплексну змінну $p = Ts$. Тоді математична модель об'єкта набуває вигляду

$$W_o(p) = \frac{K_o}{(p+1)^n} e^{-t_b s}, \quad (3)$$

де $t_b = t / T$ – відносне запізнення об'єкта.

При цьому параметри еквівалентного цифровому неперервного (ПІ-ПД)-регулятора описуються співвідношеннями: $K_{p2}K_o$, $K_{p1}K_o$ – безрозмірні коефіцієнти підсилення розімкненого контуру ПД-регулятора і системи загалом; $T_{ib} = T_i / T$; $T_{db} = T_d / T$; $T_{0b} = T_0 / T$ – безрозмірні сталі часу інтегрування, диференціювання та період дискретності; $\Omega_1 = \omega_1 T$, $\Omega_2 = \omega_2 T$ – безрозмірні власні частоти контурів системи.

З урахуванням уведених позначень, а також екстраполятора нульового порядку передавальні функції еквівалентних цифровим неперервних ПІ- та ПД-регуляторів описуються виразами

$$W_{pie}(p) = \frac{K_{p2}}{T_{0b} p} \left(\frac{e^{T_{0b} p} - 1}{e^{T_{0b} p}} + \frac{T_{0b}}{T_{ib}} \right), \quad (4)$$

$$W_{pde}(p) = \frac{K_{p2}}{T_{0b}p} \left(\frac{e^{T_{0b}p} - 1}{e^{T_{0b}p}} + \frac{\frac{2T_{db}N}{(2T_{db} + T_{0b}N)} (e^{T_{0b}p} - 1)^2}{\left(e^{T_{0b}p} - \frac{(2T_{db} - T_{0b}N)}{(2T_{db} + T_{0b}N)} \right) e^{T_{0b}p}} \right), \quad N=10. \quad (5)$$

Для систем з цифровими регуляторами необхідно забезпечити також виконання умови відсутності пульсацій, обумовлених квантуванням сигналів у часі [3], яка у цьому випадку набуває вигляду

$$\left| \Phi_{yf}(j\Omega) \right|_{\Omega=p/T_{0b}} \leq \Delta, \quad \Phi_{yf}(j\Omega) = \frac{W_o(j\Omega)}{1 + W_{pde}(j\Omega)W_o(j\Omega)}, \quad (6)$$

де $\Phi_{yf}(j\Omega)$ – передавальна функція замкненого контуру ПД-регулятора (рис. 1), а Δ - мала величина ($\Delta \leq 0.01$).

В алгоритмі синтезу (табл. 1) умова (6) використовується у вигляді рівності.

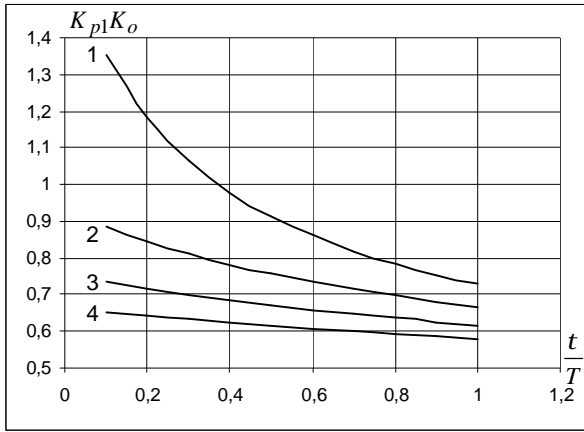
Таблиця 1

Алгоритм синтезу систем з цифровим (ПД-ПД)-алгоритмом у безрозмірній формі з одночасним визначенням періоду дискретності

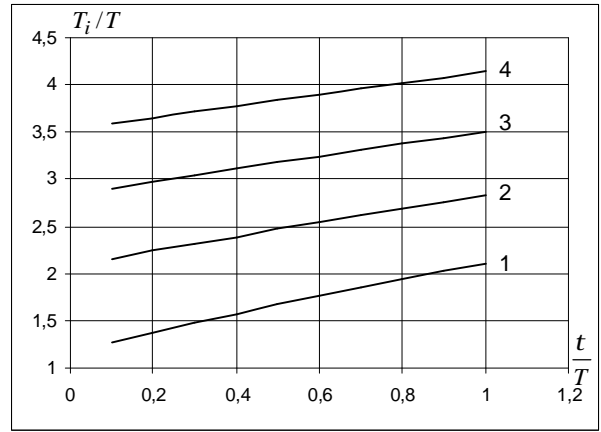
Характеристичне рівняння та його корені	Система рівнянь	Параметри, що визначаються
<p>Контур ПД-регулятора</p> $\Delta_{pd}(p) = 1 + W_{pde}(p)W_o(p) = 0,$ $p_{1,2} = -m_2\Omega_2 \pm j\Omega_2, \quad p_3 = -m_2\Omega_2.$	$\left. \begin{aligned} eq_1 &:= \operatorname{Re} \left[\Delta_{pd}(p) \Big _{p=p_1} \right] = 0, \\ eq_2 &:= \operatorname{Im} \left[\Delta_{pd}(p) \Big _{p=p_1} \right] = 0, \\ eq_3 &:= \operatorname{Re} \left[\Delta_{pd}(p) \Big _{p=p_3} \right] = 0, \\ eq_4 &:= \left \Phi_{yf}(j\Omega) \Big _{\Omega=p/T_{0b}} = \Delta. \end{aligned} \right\}$	$K_{p2}K_o, T_0/T, T_d/T, \Omega_2 = w_2T$
<p>Контур ПІ-регулятора (система загалом)</p> $\Delta_{pi}(p) = 1 + [W_{pie}(p) + W_{pde}(p)]W_o(p) = 0,$ $p_{1,2} = -m_1\Omega_1 \pm j\Omega_1, \quad p_3 = -m_1\Omega_1.$	$\left. \begin{aligned} eq_1 &:= \operatorname{Re} \left[\Delta_{pi}(p) \Big _{p=p_1} \right] = 0, \\ eq_2 &:= \operatorname{Im} \left[\Delta_{pi}(p) \Big _{p=p_1} \right] = 0, \\ eq_3 &:= \operatorname{Re} \left[\Delta_{pi}(p) \Big _{p=p_3} \right] = 0. \end{aligned} \right\}$	$K_{p1}K_o, T_i/T, \Omega_1 = w_1T$

Програмну реалізацію алгоритму (табл. 1) було здійснено у середовищі *Maple 9.5* [6].

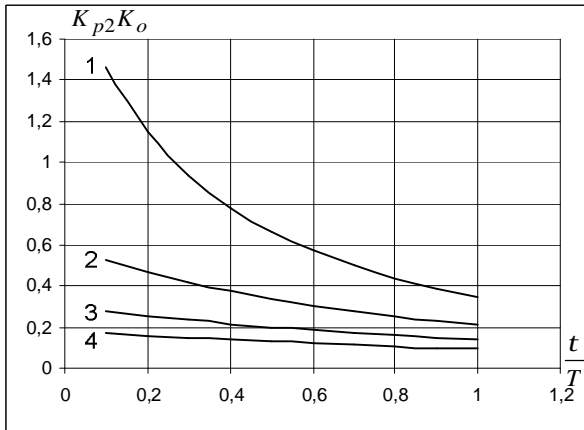
Розв'язуючи числовим способом систему рівнянь, наведену в табл. 1, при прийнятих значеннях t_b, n і m_1, m_2 , отримуємо у табличній формі залежності: $T_0/T = f(n, t/T)$, $K_{p1}K_o = f(n, t/T)$, $T_i/T = f(n, t/T)$, $K_{p2}K_o = f(n, t/T)$, $T_d/T = f(n, t/T)$, а також $\Omega_1 = f(n, t/T)$, $\Omega_2 = f(n, t/T)$. Дві останні залежності є допоміжними. Такі розрахунки було виконано для значень $t_b = 0.1 \div 1.0$ і $n = 3, 4, 5, 6$. Отримане при розрахунку ПД-регулятора значення T_{0b} приймається і для системи загалом. Після визначення ПНР легко обчислити запаси стійкості системи, а також дослідити перехідні процеси і визначити показники їх якості за допомогою моделювання. Характеристики систем, розрахованих запропонованим методом, подано на рис. 2–5.



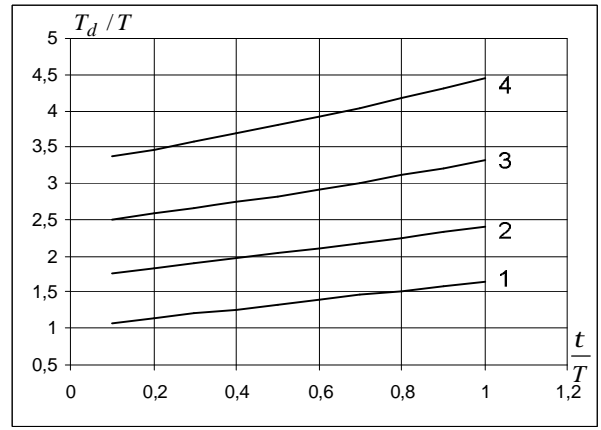
a



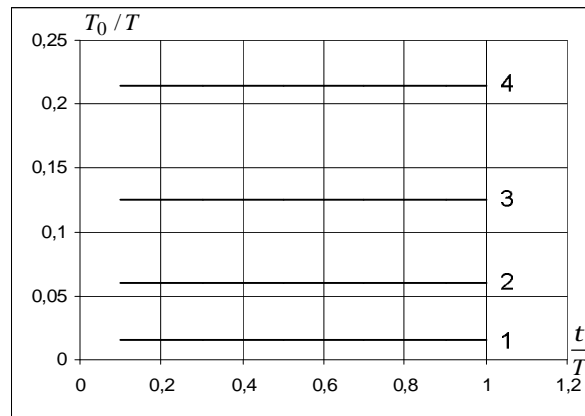
б



в



г



д

Рис. 2. Параметри настроювання цифрового (ПІ-ПД)-регулятора в системі з об'єктом

$$W_o(s) = e^{-ts} / (Ts + 1)^n ; 1 - n = 3 ; 2 - n = 4 ; 3 - n = 5 ; 4 - n = 6$$

Часові ПНР і характеристики об'єктів, а також показники якості систем, за винятком максимальних динамічних відхилень регульованої величини y_{mg} , y_{mf} , $g|f$ у відносній формі; t_g/T , t_f/T – відносний час регулювання (час входження у зону п'ятипроцентних відхилень від усталеного значення); непрямі показники якості: J_g/T , J_f/T – відносні інтегральні квадратичні оцінки перехідних процесів (індекси g і f стосуються відповідно процесів відпрацювання завдання та компенсації збурення f , що діє на вхід об'єкта); при відомому значенні T легко визначити T_0 і перейти до абсолютних значень ПНР та показників якості системи.

Інтегральні квадратичні оцінки якості перехідних процесів визначалися при моделюванні у середовищі *Simulink* [7] за допомогою виразів

$$J_g / T = \int_0^{\infty} [e_g(t_g / T)]^2 d(t_g / T), \quad J_f / T = \int_0^{\infty} [e_f(t_f / T)]^2 d(t_f / T), \quad (6)$$

де $e_g(t_g / T)$, $e_f(t_f / T)$ – відносні помилки регулювання для процесів відпрацювання завдання та компенсації збурення.

Як видно з рис. 2д, значення періоду дискретності залежить переважно від порядку об'єкта n і практично не змінюється у разі змін його t / T .

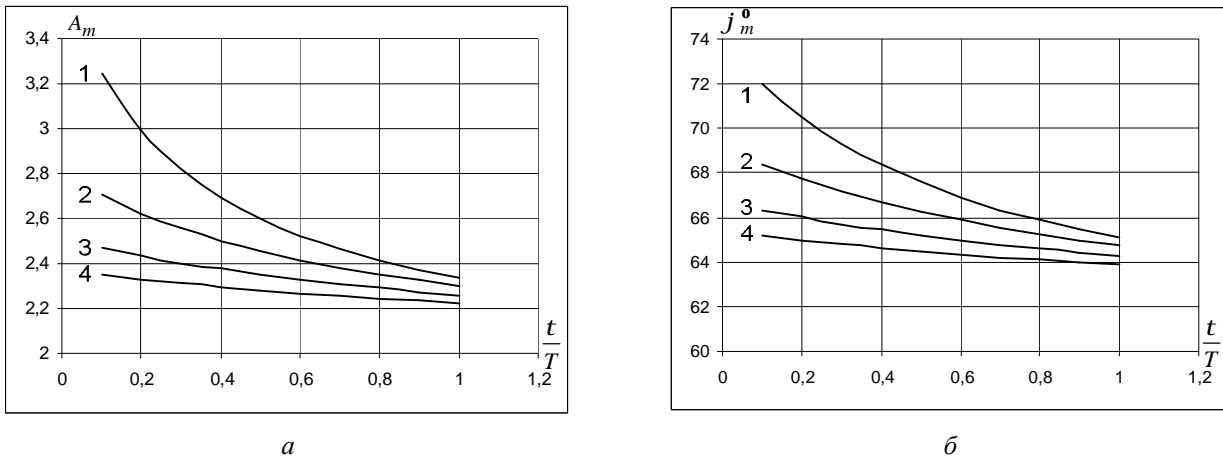


Рис. 3. Запаси стійкості розімкненої цифрової системи з (ПІ-ПД)-регулятором та об'єктом $W_o(s) = e^{-t s} / (Ts + 1)^n$; 1 – $n = 3$; 2 – $n = 4$; 3 – $n = 5$; 4 – $n = 6$

З рис. 3 видно, що запаси стійкості розімкненої системи за модулем A_m і за фазою j_m^0 відповідають загальноприйнятим у теорії керування рекомендаціям.

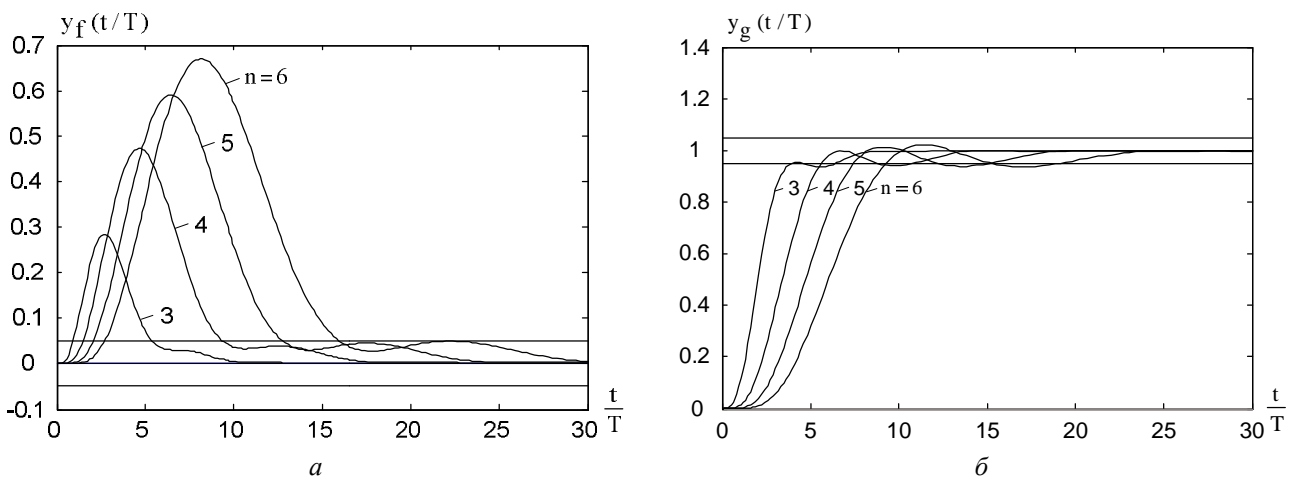
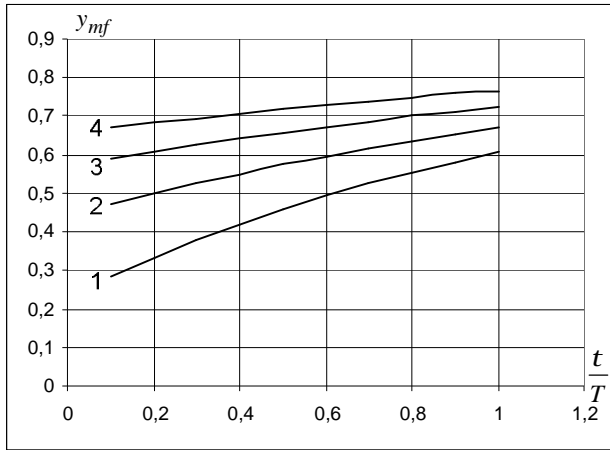
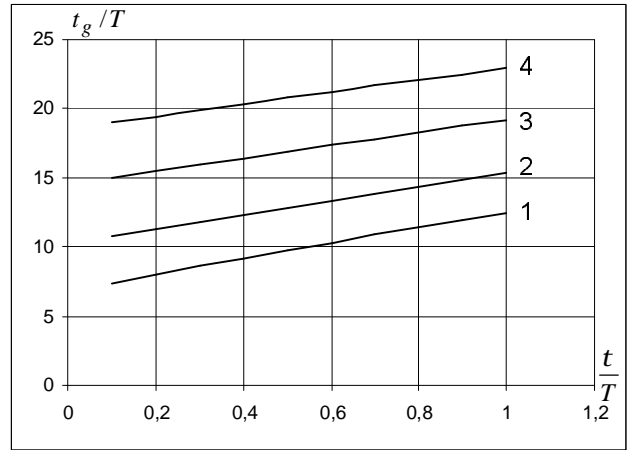


Рис. 4. Перехідні процеси в цифровій системі з (ПІ-ПД)-регулятором та об'єктом $W_o(s) = e^{-t s} / (Ts + 1)^n$; а, б – $t / T = 0.1$

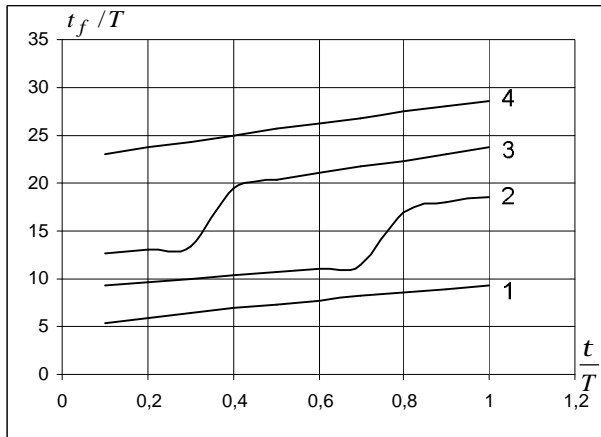
З рис. 5 можна побачити, що усі показники якості системи погіршуються із зростанням порядку n і значення t / T об'єкта. При цьому максимальне динамічне відхилення y_{mg} у процесах відпрацювання завдання у всьому прийнятному діапазоні значень n і t / T об'єкта не виходить за межі зони 1 ± 0.05 , і тому на рис. 5 цей показник не наводиться.



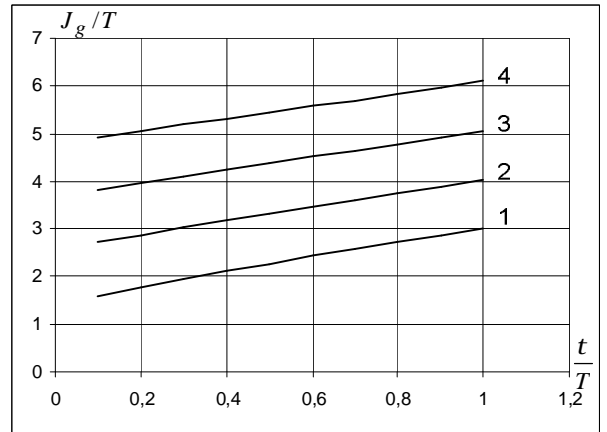
a



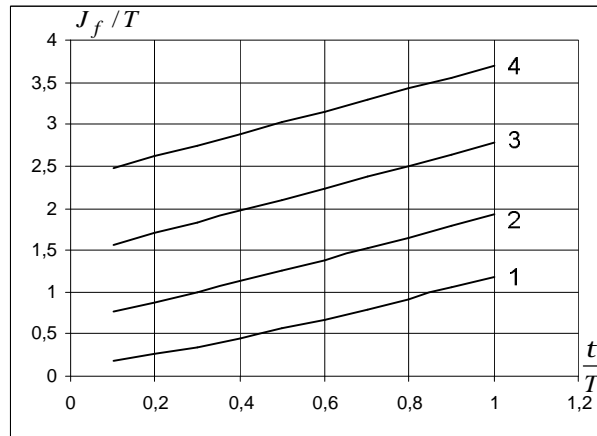
б



в



г



д

Рис. 5. Показники якості цифрової системи з (ПІ-ПД)-регулятором та об'єктом $W_o(s) = e^{-ts} / (Ts + 1)^n$; 1 – $n = 3$; 2 – $n = 4$; 3 – $n = 5$; 4 – $n = 6$

Для зручності користування наведеними вище графічними залежностями їх було апроксимовано за допомогою програми *Graphical Analysis 3* [8], яка реалізує метод найменших квадратів і забезпечує високу точність апроксимації за мінімумом критерію *RMSE* (*Root Mean Squared Error*), [9].

При цьому усі наведені вище графічні залежності, що описують характеристики систем з цифровим (ПІ-ПД)-алгоритмом, з достатньою точністю апроксимуються однаковим виразом

$$y = A \exp(-Cx) + B; \quad x = t/T. \quad (7)$$

Коефіцієнти цієї емпіричної формули (табл. 2) справедливі при $0.1 \leq t/T \leq 1.0$.

Таблиця 2

Параметри настроювання регулятора, запаси стійкості та показники якості перехідних процесів

ПНР (y)	Коеф .	Порядок об'єкта n				Показ. (y)	Коеф .	Порядок об'єкта n			
		3	4	5	6			1	2	3	4
$K_{p1}K_o$	A	0.875	0.358	0.232	0.172	$\frac{t_g}{T}$	A	-30.5	-36.2	-39.0	-42.8
	B	0.676	0.572	0.519	0.490		B	37.3	46.4	53.8	61.3
	C	2.650	1.330	0.856	0.646		C	0.206	0.151	0.128	0.109
$\frac{T_i}{T}$	A	-3.32	-5.78	-6.41	-8.60	$\frac{J_g}{T}$	A	-6.48	-13.4	-14.5	-21.6
	B	4.38	7.86	9.24	11.40		B	7.91	16.0	18.2	26.4
	C	0.352	0.139	0.109	0.080		C	0.282	0.113	0.099	0.063
$K_{p2}K_o$	A	1.56	0.490	0.255	0.166	y_{mf}	A	-0.66	-0.50	-0.42	-0.36
	B	0.251	0.095	0.044	0.014		B	0.888	0.945	0.996	1.02
	C	2.70	1.41	0.980	0.715		C	0.849	0.604	0.448	0.364
$\frac{T_d}{T}$	A	-12.6	1.70	1.78	2.13	$\frac{t_f}{T}$	A	-10.0	-	-	-34.8
	B	13.6	0.008	0.647	1.14		B	14.9			57.1
	C	0.052	-0.349	-0.406	-0.436		C	0.568			0.201
A_m	A	1.27	0.608	0.369	0.249	$\frac{J_f}{T}$	A	1.58	6.13	11.7	19.3
	B	2.26	2.19	2.14	2.12		B	-1.50	-5.48	-10.3	-17.0
	C	2.71	1.65	1.13	0.877		C	-0.53	-0.19	-0.11	-0.07
j_m^o	A	10.10	5.97	3.87	2.68	-	-				

Таблиця 3

Порівняльна оцінка якості цифрових систем з ПІ-, ПІД- та (ПІ-ПІД)-регуляторами і об'єктом $W_o(s) = K_o e^{-ts} / (Ts + 1)^n$

Тип рег.	$\frac{t}{T}$	n=3		n=4		n=5		n=6	
		J_g/T	J_f/T	J_g/T	J_f/T	J_g/T	J_f/T	J_g/T	J_f/T
ПІ	0.1	1.609	0.542	2.633	1.245	3.696	2.077	4.777	2.985
	0.5	2.216	0.993	3.210	1.735	4.249	2.579	5.309	3.488
	1.0	2.930	1.611	3.900	2.368	4.922	3.216	5.966	4.125
ПІД	0.1	0.987	0.137	1.889	0.579	2.826	1.175	3.775	1.860
	0.5	1.613	0.432	2.456	0.955	3.357	1.586	4.279	2.283
	1.0	2.314	0.924	3.123	1.482	3.996	2.130	4.888	2.836
(ПІ-ПІД)	0.1	1.602	0.173	2.742	0.767	3.822	1.570	4.912	2.482
	0.5	2.278	0.559	3.315	1.255	4.375	2.097	5.446	3.017
	1.0	3.021	1.183	4.013	1.922	5.047	2.780	6.102	3.703

Значення періоду дискретності практично не залежать від t/T , а залежать тільки від порядку об'єкта n. Значенням n=3, 4, 5, 6 відповідають $T_0/T = 0.015; 0.06; 0.125; 0.214$. Максимальне

динамічне відхилення y_{mg} при відпрацюванні сигналу завдання не виходить за межі зони 1 ± 0.05 і тому в табл. 3 не наводиться. Залежності t_f / T при $n=3$ і $n=4$ через істотно немонотонний характер не можуть бути апроксимовані простими виразами. У такому випадку значення цього показника потрібно визначати за відповідним графіком.

З метою порівняння (табл. 3) способом, схожим на описаний вище, було також синтезовано систему з цифровими ПІ- та ПІД-регуляторами.

Як видно з табл. 3, системи з (ПІ-ПІД)-алгоритмом за інтегральними квадратичними оцінками процесів дещо поступаються системам з ПІД-регулятором у всьому прийнятному діапазоні характеристик об'єкта n і t/T . Порівняно з ПІ-регулятором вони значно краще компенсують дію збурень і майже однаково відпрацьовують зміни завдання. Перевагами систем з (ПІ-ПІД)-регуляторами є великі запаси стійкості, відсутність перерегулювання при відпрацюванні сигналу завдання і майже на порядок порівняно з ПІД-регулятором менші максимальні значення регулюючої змінної. Тому у практиці автоматизації теплових і хімічних об'єктів високого порядку застосування систем з (ПІ-ПІД)-алгоритмом може виявитися обгрунтованим і доцільним.

Висновки

1. Отримані результати підтверджують коректність та ефективність запропонованого методу синтезу цифрових систем з (ПІ-ПІД)-алгоритмом та об'єктами високого порядку.
2. Графічні залежності та емпіричні формули можуть розглядатися як інженерна методика синтезу і аналізу цифрових автоматичних систем регулювання для широкого класу промислових об'єктів.

1. Гурецький Х. *Анализ и синтез систем управления с запаздыванием: пер. с польск.* – М.: Машиностроение, 1974, 328 с. 2. Іванюк О.О., Ковела І.М., Рудяк П.В. *Параметричний синтез АСР з неперервним та цифровим ПІ-ПІД-алгоритмом регулювання // Сборник научных трудов Национального горного университета.* – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет України, 2004. – Т.2, № 19. – С. 148–156. 3. Ротач В.Я. *Теория автоматического управления.* – М.: Издательский дом МЭИ, 2008. – 396 с. 4. *Микропроцессорные системы автоматического управления / Под ред. В.А. Бесекерского.* – М.: Машиностроение, 1988. – 356 с. 5. *Микропроцессорные автоматические системы регулирования / Под ред. В.В. Солодовникова.* – М.: Высш. школа, 1991. – 256 с. 6. Дьяконов В.П. *Maple 7. Учебный курс.* – СПб.: Питер, 2002. – 672 с. 7. Черных И.В. *SIMULINK: среда создания инженерных приложений.* – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. – 496 с. 8. *Graphical Analysis 3* [<http://www.vernier.com/soft/ga.html> (“International” page)]. 9. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. *MATLAB 7.* – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.