

Ю. Яцук*, О. Тимчук, Р. Янович
 Національний університет "Львівська політехніка",
 *кафедра КСА,
 кафедра МСС

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОРОГУ ЧУТЛИВОСТІ ДІОДНИХ ЦИФРОВИХ ТЕРМОМЕТРІВ

© Яцук Ю., Тимчук О., Янович Р., 2011

Встановлено основні джерела похибок діодних цифрових термометрів із змінюваними вимірювальними струмами. На основі теореми Вінера-Хінчіна визначено поріг чутливості термометрів як середньоквадратичне відхилення результатів вимірювання, зумовлене шумами вимірювального кола.

Ключові слова: цифровий термометр, поріг чутливості, функція перетворення, дисперсія шумів.

The basic sources of errors of diode digital thermometer set with variable measuring currents. On the basis of theorem of Winer-Khinchin the thermometer sensitivity level is determined as the dispersion square root mean of the measurement results predefined by noises of measuring scheme.

Keywords: digital thermometer, sensitivity level, transducer function, noises dispersion.

Вступ

Загальновідомі переваги діодних сенсорів температури (ДСТ) сприяють їх широкому використанню [1–8]. Для уніфікації статичних характеристик перетворення (СХП) сенсорів з прямо зміщеним р-п переходом дуже широко використовуються конструктивно-технологічні методи, що здебільшого полягають в розробленні та довгочасному підтриманні прецизійної технології виготовлення [1, 2, 5–9] або ж у адитивно-мультиплікативному підстроюванні певних параметрів структури вторинного приладу [3, 10]. Сучасні мікроелектронні та інформаційні технології дають можливість уніфікувати СХП шляхом пропускання через сенсор двох значень вимірювального сигналу з подальшим знаходженням результату вимірювання як різниці спадків напруг, що уможливило забезпечення його інваріантності до багатьох нестабільних від зразка до зразка електричних параметрів сенсорів [1, 2, 9, 10]. Однак, навіть у цьому випадку не вдається забезпечити незалежності результату вимірювання до опорів бази, виводів сенсора та з'єднувальних ліній. Цього можна досягти під час використання для уніфікації трьох вимірювальних струмів з певним опрацюванням спадків напруги на сенсорі, при цьому умовою незалежності результату вимірювання від опору бази є $2I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ($I_2 < I_1 < I_3$), де I_1, I_2, I_3 – значення вимірювальних струмів [4, 10, 11]. Як показали результати експериментальних досліджень, для певних типів серійних транзисторів можна досягти максимального розкиду показів приладу $\pm 0,3$ К, а з розбиттям СХП сенсорів на групи цей розкид можна зменшити до значень, менших від $\pm 0,1$ К. Це, своєю чергою, потребує оцінювання порогу чутливості діодних цифрових термометрів (ЦТ) з метою встановлення їх граничних можливостей.

Постановка задачі досліджень

Основною метою цієї статті є теоретичний аналіз оцінювання порогу чутливості діодних цифрових термометрів, в яких для уніфікації статичних характеристик перетворення використовується метод змінювання значень вимірювальних струмів.

Функція перетворення діодних цифрових термометрів

У загальному випадку код N_x результату вимірювання ЦТ із змінюваним значенням вимірювальних струмів $I_2 < I_1 < I_3$ визначатиметься співвідношенням [4, 10, 11]:

$$N_x = k_{ADC}[(U_1 - U_2) - (U_3 - U_1)] = k_{ADC}(2U_1 - U_2 - U_3), \quad (1)$$

де k_{ADC} – коефіцієнт аналого-цифрового перетворення; U_1, U_2, U_3 – спадки напруги на сенсори відповідно при струмах I_1, I_2, I_3 .

Як показав аналіз, реалізація співвідношення (1) в аналоговій формі призводитиме не тільки до ускладнення структури ЦТ [12], але й до значних похибок, викликаних процедурами аналогового запам'ятовування, зберігання та опрацювання результатів проміжних перетворень напруг U_1, U_2, U_3 . Якщо в структурі ЦТ є мікропроцесорний контролер, побудований, наприклад, в базисі програмованих систем на чипі [13] і коефіцієнт перетворення k_{ADC} АЦП не змінюється за час вимірювання, що здебільшого забезпечується на практиці, то співвідношення (1) найдоцільніше реалізувати в цифровій формі [13]:

$$N_i = k_{ADC}(U_i - U_{d0} + \Delta_a) = k_{ADC} \left[R_L I_i - m E_q \theta_x + \frac{k T_x}{q} \ln \frac{I_i}{I_{SD}} - U_{d0} + \Delta_a \right], \quad (2)$$

де R_L – опори бази, виводів бази та емітера ДСТ та з'єднувальних дротів; q – заряд електрона; k – стала Больцмана; U_i – спад напруги на сенсори під час протікання струму I_i ; m – коефіцієнт, що враховує дрейфову складову струму р-п переходу сенсора; E_q – ширина забороненої зони напівпровідника; $T_x = \theta_x + T_0$ – вимірювана температура; $T_0 = 273,15$ К; I_{SD} – еквівалентне значення теплового, дифузійного та дрейфового струмів р-п переходу; U_{d0} – напруга зміщення, значення якої приблизно дорівнює спаду напруги на сенсори при кімнатній температурі; Δ_a – адитивна складова похибки (АСП) вторинного приладу, зведена до входу, під час перетворення сигналу U_i .

За умови, що $2I_{1n} - I_{2n} - I_{3n} = 0$, забезпечується інваріантність до опору R_L і код N_x результату вимірювання визначається як (нехтуючи складовими другого і вищих порядків малості):

$$N_x = N_1 - N_2 - N_3 = N_{xn} + \Delta N_x, \quad (3)$$

$$N_{xn} = k_{ADCn} \frac{k T_x}{q} \ln \frac{I_{1n}^2}{I_{2n} I_{3n}}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta N_x = & k_{ADCn} \left[R_L (2I_{1n} \delta_{\mu 1} - I_{2n} \delta_{\mu 2} - I_{3n} \delta_{\mu 3}) + (2\Delta_{a1} - \Delta_{a2} - \Delta_{a3}) \right] + \\ & + k_{ADCn} \frac{k T_x}{q} \left[(2\delta_{\mu 1} - \delta_{\mu 2} - \delta_{\mu 3}) + \frac{\Delta_I}{I_{1n} R_{cn}} \left(\frac{2}{I_{1n}} - \frac{1}{I_{2n}} - \frac{1}{I_{3n}} \right) \right] + \delta_{k_{ADC}} N_{xn}, \end{aligned} \quad (5)$$

де нижнім індексом «*n*» позначено номінальні значення відповідних величин; N_1, N_2, N_3 – коди проміжних результатів перетворення сигналів з ДСТ, отриманих під час пропускання струмів відповідно I_1, I_2, I_3 ; Δ_{ai} – АСП вторинного приладу, зведена до входу під час перетворення сигналу U_i ; d_{m1}, d_{m2}, d_{m3} – відносні похибки ЦАП під час подачі кодів m_1, m_2, m_3 ; Δ_I – АСП генератора струму; R_{cn} – номінальне значення опору струмозадавального резистора.

Під час подання співвідношення (3) враховано, що час перетворення для отримання коду N_1 удвічі більший від відповідних часів для кодів N_2 та N_3 , а вхідна напруга вторинного приладу (ВП) інвертується під час отримання кодів N_2 та N_3 . Значення похибки ΔN_x може бути зменшене відомим способом, наприклад, шляхом розміщення сенсора в програмно керованому термостаті та адитивного і мультиплікативного підстроювання ВП. Однак через наявність шумів сенсора та компонентів ВП з плином часу значення ΔN_x буде збільшуватись.

Оцінювання порогу чутливості цифрових термометрів

Очевидно, що поточне значення порогу чутливості визначатиметься середньоквадратичним відхиленням випадкової похибки ЦТ, яка, своєю чергою, залежатиме від шумових сигналів компонентів ЦТ, зведених до місця під'єднання сенсора. Дисперсію D еквівалентної шумової напруги на вході ЦТ із змінюванням струмів I_i знаходять за співвідношенням [14]:

$$D = \int_0^{\infty} S(w) |G_t(w)|^2 dw = D = S_0 \int_0^{\infty} (1 + w_0/w) |G_t(w)|^2 dw, \quad (6)$$

де $S(\omega) = S_0(1+\omega_0/\omega)$ – спектральна густина еквівалентного шумового сигналу на вході ВП; S_0 , ω_0 – спектральна густина білого шуму та частота спряження флікер та білих шумів; $|G_t(\omega)|$ – модуль поточної частотної характеристики ЦТ.

Квадрат модуля поточної частотної характеристики знаходять як добуток поточного значення вихідного сигналу $y_\omega(t)$ на його комплексно спряжене значення $y_{-\omega}(t)$. Поточне значення вихідної напруги $y_\omega(t)$ електричного пристрою знаходять на основі інтервалу Дюамеля за умови, що на вхід подано комплексне гармонійне коливання $e^{j\omega t}$ [14]. Для визначення поточного значення вихідної шумової напруги враховуємо, що в ЦТ періодично квантується інтервал від вхідної напруги і, при безперервній роботі, вхідна шумова напруга постійно інтегрується до наступного автокалібрування з імпульсною ваговою функцією $g_{\text{ex}}(t-\tau) = g(\tau) = k/\tau_i = k\omega_i$, де k – коефіцієнт передачі вхідного безінерційного масштабувального пристрою; $\tau_i = 1/\omega_i$ – стала часу інтегратора. За цих умов поточне значення вихідної шумової напруги $y_\omega(t)$ ЦТ, зумовлене еквівалентними вхідними шумами з урахуванням зміни значень вимірювальних струмів

$$y_w(t) = kw_i \left(\int_0^{T_i} e^{j\omega t} dt - \int_{T_i}^{3T_i} e^{j\omega t} dt + \int_{3T_i}^{4T_i} e^{j\omega t} dt \right), \quad (7)$$

а квадрат модуля поточної частотної характеристики

$$|G_t(w)|^2 = 8 \left(\frac{k}{f} \right)^2 (1 - \cos fT_i)^2 (1 - \cos 2fT_i)^2 = 2 \left(\frac{k}{f} \right)^2 (5 - 4 \cos fT_i - 4 \cos 2fT_i + 4 \cos 3fT_i - \cos 4fT_i), \quad (8)$$

де $\omega = 2\pi/t$ – поточне значення кругової частоти; T_i – час перетворення вхідної напруги U_2 .

Вираз для визначення дисперсії D_σ вихідного сигналу, зумовлений еквівалентним білим шумом, зводиться до табличних [15]

$$D_\sigma = 2^6 S_0 k^2 w_i^2 \int_0^\infty \frac{\sin^4 wT_i \sin^2 2wT_i}{w^2} dw = 8p S_0 k^2 w_i^2 T_i, \quad (9)$$

де S_0 – спектральна густина білого шуму.

Вираз для визначення дисперсії D_ϕ вихідного сигналу, зумовлений флікер шумами, на жаль, не зводиться до табличних, тому замінимо межі інтегрування: нижню на α , верхню на β та знайдемо їх граничні значення за умов $\alpha \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow \infty$:

$$D_\phi = 8f_0 S_0 k^2 f_i^2 \int_0^\infty \frac{(1 - \cos fT_i)^2 (1 - \cos 2fT_i)}{f^3} df = 2f_0 S_0 k^2 f_i^2 \lim_{b \rightarrow \infty} \left[\lim_{a \rightarrow 0} \int_a^b \frac{(1 - \cos fT_i)^2 (1 - \cos 2fT_i)}{f^3} df \right], \quad (10)$$

де f_0 – частота спряження білих та флікер шумів.

З урахуванням того, що значення нижньої граничної частоти обмежене значенням частоти перетворення $f_{np} = 1/(T_1+2T_2+T_3) = 1/4T_i$, то після ряду перетворень отримуємо вираз для дисперсії D_ϕ :

$$D_\phi = 2f_0 S_0 k^2 \left[\frac{5}{2(f_{np}T_i)^2} - 2 \frac{\cos f_{np}T_i}{(f_{np}T_i)^2} - 8 \frac{\cos 2f_{np}T_i}{(2f_{np}T_i)^2} + 18 \frac{\cos 3f_{np}T_i}{(3f_{np}T_i)^2} - 8 \frac{\cos 4f_{np}T_i}{(4f_{np}T_i)^2} + 18 \ln 3 - 11 \ln 2 \right]. \quad (11)$$

З метою оцінювання порогу чутливості діодних ЦТ за співвідношеннями (9) та (11) визначимо сумарну шумову дисперсію $D_\Sigma = D_\sigma + D_\phi$ та середньоквадратичне відхилення $s_\Sigma = \sqrt{D_\Sigma}$ результатів вимірювання, зумовлене шумами. З аналізу виразу (5) похибки вимірювання робимо висновок, що еквівалентна шумова напруга формуватиметься шумами за напругою власне ДСТ, масштабувального підсилювача і двох підсилювачів генератора вимірювального струму. У першому наближенні значення спектральних густин їх шумів S_0 та частоти f_0 спряження білих та флікер шумів можна прийняти однаковими. Аналіз виразу (4) номінальної функції перетворення ЦТ показує, що чутливість термометра, зведена до його входу, залежить від співвідношення між вимірювальними струмами:

$$e = \frac{1}{k_{ADC_H}} \cdot \frac{dN_{xH}}{dT_x} = \frac{k}{q} \ln \frac{I_{1H}^2}{I_{2H} I_{3H}} = \frac{k}{q} \ln \frac{a^2}{2a-1}, \quad (12)$$

де $a = \frac{I_{1n}}{I_{2n}}; \frac{I_{3n}}{I_{1n}} = \frac{2a-1}{a}$ – співвідношення між вимірювальними струмами, що протікають через діод.

З урахуванням цього, в табл. 1 подано дані розрахунків середньоквадратичного відхилення результату вимірювання цифровим термометром, зведеного до його входу, для різних значень спектральної густини шумів та вимірювальних струмів. У таблиці подано результати розрахунків в одиницях напруги як $s_{\Sigma U} = \sqrt{D_{\Sigma}}$ та в одиницях температури $s_{\Sigma q} = s_{\Sigma U} / e$. Чутливість розраховувалась для трьох значень співвідношення a , які придатні для практичної реалізації: $a_1 = 5$, $e_1 = 88$ мкВ/К; $a_2 = 10$, $e_2 = 143$ мкВ/К; $a_3 = 50$, $e_3 = 278$ мкВ/К.

Результати розрахунків порогу чутливості діодних цифрових термометрів

Еквівалентна спектральна густина шумів, В ² /Гц			25·10 ⁻¹⁸	25·10 ⁻¹⁷	25·10 ⁻¹⁶	
Середньоквадратичне відхилення результатів вимірювання			мкВ	0,2	0,6	2,0
	Чутливість, мкВ/К	e_1	К	0,002	0,007	0,023
		e_2	К	0,001	0,004	0,014
		e_3	К	0,0007	0,002	0,007

Як показує аналіз таблиці, для побудови діодних ЦТ доцільно вибирати елементи з найменшими значеннями спектральної густини шумів, а також забезпечувати якомога більше співвідношення між значеннями вимірювальних струмів.

Висновки

1. На підставі аналізу функції перетворення цифрових термометрів для роботи з діодними сенсорами із змінюваними значеннями вимірювальних струмів встановлено основні джерела адитивної складової похибки.
2. Запропоновано методику оцінювання порогу чутливості діодних цифрових термометрів на основі теореми Вінера–Хінчіна як середньоквадратичного відхилення результатів вимірювання, зумовленого шумами вимірювального кола.
3. На основі розрахунків порогу чутливості подано рекомендації до вибору елементної бази, параметрів функціональної схеми та алгоритму роботи діодних цифрових термометрів.

1. *Sensor Technology Handbook, Editor-in-Chief Jon S. Wilson, 2005, Elsevier Inc. – 691 p. 2. Smart sensor systems, Edited by Gerard C.M. Meijer, 2008, John Wiley & Sons, 379 p. 3. Василюк В.М. Принципи побудови високоточних температурних сенсорів на основі p-n переходу // Вимірювальна техніка та метрологія, 1998, №53. – С. 70-75. 4. New Method of Dispersion Minimization of Si p-n Junction Temperature Sensors, V.O. Yatsuk, O.Ye. Basalkevych, Yu.V. Yatsuk, A.O. Sachenko. – Proceedings of SAS 2007 – IEEE Sensors Applications Symposium, San Diego, California USA, 6-8 February 2007. P. 1-4. 5. Honeywell web site, temperature sensor information: <http://content.honeywell.com/sensing/prodinfo/temperature/#technical>. 6. Датчики температуры WAD305/1, WAD305/2, WAD305/3. – Internet: www.wel.net.ua. 7. National Semiconductor, National Temperature Sensor Handbook: <http://luna.et-inf.fho-enden.de/datenblaetter/sensor/temphb.pdf>. 8. Analog Devices, Walt Kester, Temperature Sensors: http://www.analog.com/UploadedFiles/Associated_Docs/245380809_Power_sect6.pdf. 9. Shwarts Yu.M., Borblik V.L., Kulish N.R. etc Limiting characteristics of diode temperature sensors. – Sensors and actuators, 86 (2000). – pp. 197-205. 10. Яцук Ю.В. Покращання метрологічних характеристик цифрових перетворювачів температури в робочих умовах експлуатації: автореферат дис. ... канд. техн. наук: 05.11.04 / Ю.В. Яцук. – Львів, 2009. – 19 с. 11. Обух І.Я., Яцук В.О., Скебський П.П. Результати експериментальних досліджень уніфікації напівпровідникових сенсорів температури // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Автоматика, вимірювання та керування”. – 2006. – Вип. 551. – С. 70-73. 12. Патент 81330 (UA), МПК G01K7/16, G01K7/34. Пристрій для вимірювання температури / Яцук В.О. (UA). Заявл. 20.01.2006. Опубл. 25.12.2007.- Бюл.№21. – 4 с. 13. Тимчук О., Яцук В. Використання*

програмованих систем на чіпі для уніфікації характеристик діодних сенсорів / *Мат. 4-ї Міжнар. наук.-техн. конф. ACSN-2009 «Сучасні комп'ютерні системи та мережі»*, 9–11 лист. – Львів: Вид-во Націон. ун-ту «Львівська політехніка», 2009. – С. 236. 14. Гутников В.С. *Применение операционных усилителей в измерительной технике.* – Л.: Энергия, 1975. –118 с. 15. Двайт Г.Б. *Таблицы интегралов и другие математические формулы: Пер. с англ.* – М.: Наука, 1983. – 176 с.

УДК 517.958

Л. Журавчак, А. Струк

Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІНИ ТИСКУ У ПЛАСТІ З УРАХУВАННЯМ ДЕБІТУ СВЕРДЛОВИНИ ТА ГІДРОНЕПРОНИКНОСТІ ЗОВНІШНЬОЇ КРИВОЛІНІЙНОЇ МЕЖІ

Ї Журавчак Л., Струк А., 2011

Обґрунтовано ефективність використання непрямого методу граничних елементів для побудови чисельно-аналітичного розв'язку задачі про неусталений рух стисливої рідини в пружному пористому замкненому пласті з урахуванням дебіту свердловини. З використанням фундаментального розв'язку нестационарного рівняння теплопровідності та схеми послідовності початкових умов побудовано дискретно-континуальну модель задачі з довільними початковими умовами та граничними умовами другого роду. Здійснено низку обчислювальних експериментів для оцінювання впливу характеристик середовища на зміну пластового та вибійного тисків.

Ключові слова: нестационарний процес зміни пластового тиску, непрямий метод граничних елементів.

The efficiency of using the indirect boundary element technique for the construction of numerical-analytical solution of the problem of unsettled motion of compressible fluid in porous, elastic, closed reservoir, including well production, was proved. Using the fundamental solution of the non-stationary thermal conductivity equation and sequence diagram of initial conditions the discrete-continual model of the problem with arbitrary initial conditions and boundary conditions of the second kind, was constructed. Series of computational experiments were carried out to assess the influence of characteristics of environment on reservoir pressure and well pressure change.

Key words: non-stationary process of reservoir pressure change, indirect boundary element technique.

Вступ

Процес розроблення конкретного нафтового родовища одноразовий і безпосередньому спостереженню доступний лише в обмеженій кількості точок-свердловин. Це дало поштовх до розвитку математичних методів його моделювання як посередників у наукових дослідженнях. Математичне моделювання дає можливість за порівняно невеликих витрат у короткий термін розглянути багато варіантів процесу розробки родовища у різних технологічних умовах і цим самим вибрати раціональну технологію. Під час створення моделей процесів розроблення нафтових родовищ враховують геолого-фізичні властивості пласту, його геометричну форму, флюїди та процес вилучення нафти й газу із надр.

Математична модель процесів розроблення нафтових родовищ ґрунтується на спрощенні (певній ідеалізації) складного реального процесу. Для її створення природні умови відповідним чином диференціюють, виділяють серед них головні, визначальні чинники і подають їх у такому