

<sup>1</sup>Н. Джичка, <sup>1</sup>І. Дедів, <sup>1</sup>В. Дозорський, <sup>1,2</sup>Я. Драган<sup>1</sup>Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя<sup>2</sup>Національний університет “Львівська політехніка”

## МОДЕЛЬ АКУСТИЧНОГО СИГНАЛУ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ ПОРУШЕНЬ СТАНУ ДИХАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ТА ГОЛОСОВОГО АПАРАТУ ЯК ЧАСТКОВИЙ ВИПАДОК СТОХАСТИЧНОЇ КОЛИВНОЇ СИСТЕМИ

© Джичка Н., Дедів І., Дозорський В., Драган Я., 2011

Обґрунтовано математичну модель акустичного сигналу у вигляді періодично корельованого випадкового процесу із використанням енергетичної теорії стохастичних сигналів, що враховує часову структуру, поєднання випадковості та періодичності його, показано індикативність такої математичної моделі. Обґрунтовано процедуру статистичного оцінювання характеристик акустичного сигналу методами статистики періодично корельованих випадкових процесів.

**Ключові слова:** математична модель, стохастична коливна система, статистичне оцінювання.

**Grounded mathematical model of acoustic signal as the periodically correlated random process with the use of power theory of stochastic signals, which takes into account a time structure, combination of randomness and periodicity. The indicativity of such mathematical model is shown. The procedure of statistical estimation of acoustic signal characteristics by the periodically correlated random process statistics methods is substantiated.**

**Keywords:** mathematical model, statistical vibration system, statistical estimation.

### Формулювання проблеми та аналіз останніх досліджень

Завчасна діагностика захворювань в медицині дає змогу виявити функціональні зміни на початковій стадії їх виникнення і провести профілактичні заходи або вибрати курс лікування при розвитку захворювання. Ефективність вибору профілактично-терапевтичних заходів залежить від належного використання діагностичної системи, яка має ґрунтуватися на адекватній розв'язуваній задачі моделі і дати змогу автоматизовано визначити місце ураження і відстежити динаміку перебігу хвороби. Значного поширення одержала системно-сигнальна концепція, відповідно до якої джерелом інформації про систему, її стан є сигнал, який трактується як фізичний процес, спонтанно випромінюваний чи штучно викликаний, що поширюється від досліджуваного об'єкта і є засобом перенесення у просторі або часі відомостей про цей об'єкт. Опрацювання біосигналів в медицині передбачає формування опису біосигналу на основі певної моделі з подальшим перетворенням одержаного подання до потрібної форми. Останнім кроком в процесі опрацювання є виділення і використання інформативного вмісту сигналу. Модель біосигналу має містити інформативну характеристику – ознаку зміни в роботі відповідних органів чи систем.

Опрацювання сигналів та функціонування інформаційних систем втілюється у ланках тріади «модель – алгоритм – програмна реалізація» (МАПР) [1]. При цьому вибір моделі є вирішальним фактором [2,3]: модель має поєднувати у своїй структурі важливі відповідно до розв'язуваної задачі властивості досліджуваного об'єкта, замінювати його при теоретичних дослідженнях, бути основою організації експериментальних досліджень і підставою для опрацювання та тлумачення їх результатів.

Сьогодні практично завжди дослідники намагаються зробити модель математичною, тобто такою, що вона стає об'єктом певного розділу математики, бо це відкриває шлях використання здобутків цієї галузі математики для вивчення моделі, зокрема, формулювання розв'язуваних задач дослідження у формі задач цього розділу математики.

Значного поширення щодо побудови математичних моделей біосигналів набули детерміністський та імовірнісний підходи. Як зазначається в працях [4, 5], біосигнал не завжди можна трактувати як детермінований процес, бо тоді він не несе безпосередньо діагностичної інформації, а для експериментального визначення його характеристик все одно треба використовувати теорію похибок вимірювання. У випадку стохастичного підходу відомою є стаціонарна модель [4,5], поширеність застосування якої пояснюється традиційністю вихідних положень, розробленістю методів і процедур кореляційно-спектрального аналізу, моделювання, імітації. Така модель описує тільки спектральний розподіл потужності коливань [6], але не враховує фазово-часової структури сигналу. У випадку біосигналів, зміни фазово-часової структури часто характеризують моменти прояву змін у функціонуванні органів чи систем на початковій стадії захворювання. Аналіз різних типів біосигналів [7-11] показав, що адекватним задачі діагностики зображенням їх є стохастичний нестаціонарний процес. Виявлено, що функціональні порушення, спричинені патологічними станами, призводять до появи в біосигналах нестаціонарності, при зображенні їх як кусково чи локально стаціонарних процесів або зміни типу нестаціонарності. Тому адекватним задачі медичної діагностики є подання біосигналів як стохастичного нестаціонарного процесу.

### Системний аналіз обґрунтування моделі акустичних сигналів

Характерним проявом коливності складних систем, коли доступні тільки отримувані від них спонтанно висилані чи стимульовані сигнали, що несуть відомості про цю коливність, є ритміка. Під ритмікою прийнято розуміти стохастичні коливання, що є наслідком поєднання дії двох принципово різних типів закономірностей: повторності та стохастичності.

У багатьох публікаціях Я.П. Драгана та його колег ([6, 12–14]) досліджено і обґрунтовано адекватність моделі стохастичних коливань у вигляді періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП). ПКВП – це моделі стохастичних коливань з періодичною зміною імовірнісних характеристик. Вони творять підклас  $p^T$  [6].

Означення класу  $p$  мало однією із причин вивчення ПКВП у спектральній області – їхньої гармонізованості, вигляду спектра (типу корельованості гармонічних складових), закону збереження (потужності в узагальненій теоремі Вінера–Хінчина) та зображення таких процесів через спектральні компоненти. При цьому очевидно, що умова (1) при обчисленні середніх характеристик призводить до того, що усереднення по всій осі переходить в усереднення по відрізьку довжини  $T$ , що (внаслідок інваріантності усереднення зсувів) можна вважати як усереднення на відрізьку  $[0, T)$ , тобто вважати, що середні величини характеристики процесу даються виразами [6]:

$$m = M_t \{m(t)\} = \frac{1}{T} \int_0^T m(t) dt, \quad (1)$$

$$B(u) = M_t \{r(t+u, t)\} = \frac{1}{T} \int_0^T r(t+u, t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T b(t, u) dt, \quad (2)$$

де  $M_t$  – символ усереднення по всій осі,  $T$  – період корельованості ПКВП.

Подання процесу типу ПКВП та його коваріації через модуляційні стаціонарні компоненти було запроваджене у 1969р., повністю обґрунтоване у 1975р. та має вигляд [6]:

$$x(t) = \sum_{k \in Z} h_k(t) e^{ik\Lambda t}, \quad t \in R, \quad r_x(t, s) = \sum_{k, j \in Z} D_{kj}^h(t-s) e^{i\Lambda(ktz - js)}, \quad t, s \in R \quad (3)$$

де  $\{h_k(t), k \in Z\}$  – векторний зчисленновимірний стаціонарний випадковий процес.  $Z$  – множина цілих чисел,  $R$  – дійсна числова вісь  $D^h(u) = [D_{kj}^h(u)]_{k, j \in Z}$  – зчисленновимірна кореляційна матриця згаданих стаціонарних компонент ПКВП  $x(t)$ ,  $t \in R$ ,  $\Lambda = 2\pi/T$  – базова частота,  $T$  – період корельованості.

Фізичний сенс цього подання в тому, що воно, будучи сумою адитивно-мультиплікативних моделей вигляду  $x(t) = h(t)f_1(t) + f_2(t)$ , де  $h(t)$  – стаціонарний випадковий процес, а  $f_1(t)$  і

$f_2(t)$  – періодичні функції періоду  $T$ , є узагальненням такої моделі і найзагальнішим виглядом її. Це впливає з того, що кожен множник у вигляді стаціонарного випадкового процесу задає ступінь вільності у просторі випадкових величин, максимальною кількістю ступенів вільності буде, коли ці множники модулюватимуть гармоніки частот, кратних основній.

Середня потужність ПКВП дорівнює сумі потужностей його стаціонарних компонент, оскільки середнє по всій числовій осі в разі періодичної функції дорівнює її середньому по відрізьку завдовжки в період, і він, очевидно, є підкласом класу  $\mathcal{P}$ . Це показує, що множина інтенсивностей складових гармонік ПКВП розбивається на множини інтенсивностей його стаціонарних компонент і визначає розбиття «випадковості», що її містить у своїй структурі ПКВП, на сукупність «випадковостей» цих компонент, а усереднення тільки усуває корельованість їх. Ця обставина обґрунтовує застосовність стаціонарної статистики для визначення гармонічного складу процесу.

### Індикативність ПКВП-моделі акустичних сигналів

На рис. 1. наведено приклади реєстрограм акустичних сигналів, що застосовуються для оцінювання стану дихальної системи та голосового апарату людини. Цим сигналам притаманна певна коливна структура, спричинена накладанням зовнішніх та внутрішніх ритмів, що є результатом роботи внутрішніх органів, систем та пов'язаністю їх між собою. Крім того, як згадувалось раніше, ці сигнали мають імовірнісний характер. Коливність тому природно трактувати засобами статистичної теорії як періодичність імовірнісних характеристик, а систему, що породжує такі сигнали – як одноперіодний пульсатор, період якого стає періодом корельованості відповідного ПКВП.

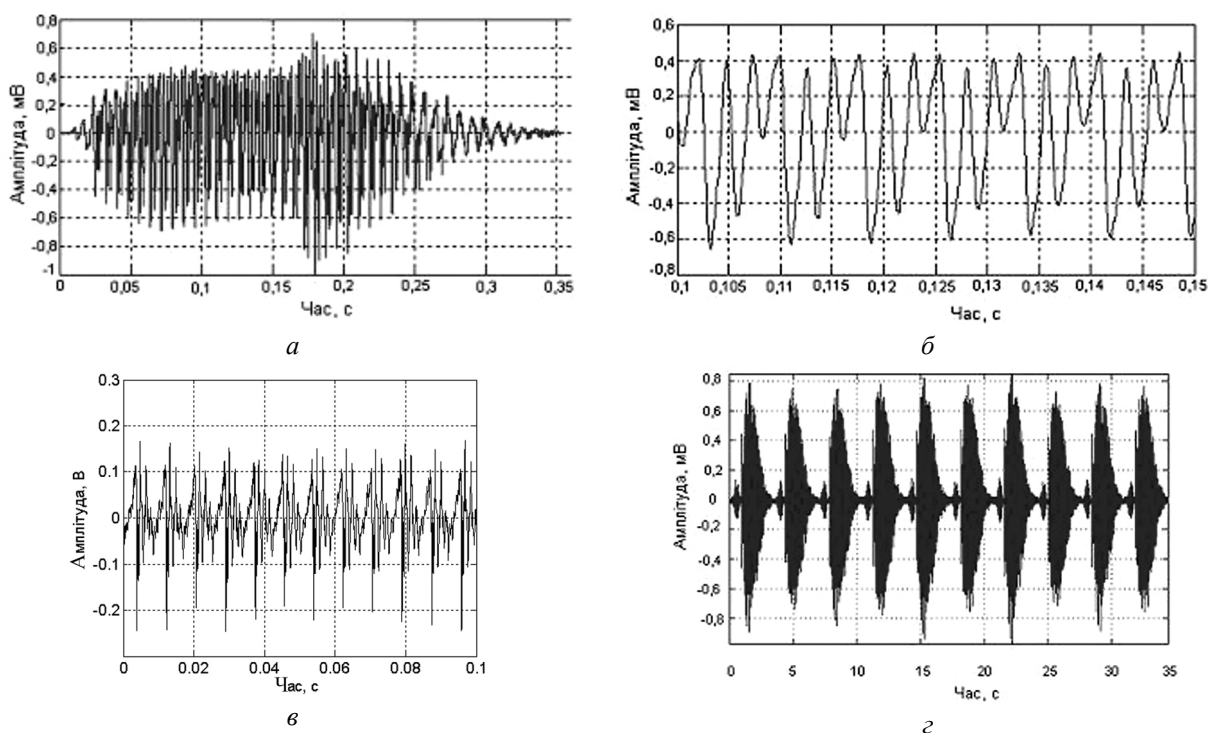


Рис. 1. Приклади реєстрограм біомедичних акустичних сигналів:  
а, б – приголосний звук та вибірка з нього; в – голосний звук; г – дихальний шум

Скінченність і відмінність від нуля періоду корельованості є індикатором вкладених у ПКВП стаціонарних елементів: послідовностей відліків його значень через період, кореляційних компонент і спектральних смуг ширини, рівної базовій частоті, що обґрунтовує застосовність до таких процесів належно змодифікованих засобів статистики стаціонарних. І коли тепер запровадити як термін скорочену назву оцінки якості статистичного матеріалу – його кондиційність, а наявність у структурі математичної моделі засобу, який вказує спосіб відбору (реєстрації) такого матеріалу як

індикативність моделі, то коротко можемо сказати, що ПКВП- модель в силу наявності в означенні її періоду корельованості є індикативною, а подання такого процесу через стаціонарні компоненти є водночас втіленням у його структурі розділення змінних – випадковості і періодичності. Тоді стан стохастичної коливної системи мають визначати такі дві узагальнені складові період корельованості та характеристики випадковості, що їх дає статистика ПКВП.

ПКВП — модель як формальний опис одноперіодного стохастичного коливання через пов'язаність її з теорією стаціонарних процесів, є індикативною внаслідок наявності періоду корельованості – характеристичної ознаки типу нестаціонарності і водночас зміни в часі інтенсивності сигналу, що є результатом когерентності його гармонічних складових, тобто сфазованості їх, і забезпечує скінченність середньої потужності сигналу, тобто застосовність енергетичної теорії для вивчення його.

Наявність періоду в структурі ПКВП в силу доведених властивостей цього класу процесів індикує синфазні вкладені стаціонарні випадкові послідовності або ж послідовності інформаційно еквівалентних їм величин (компонент розкладів, фільтрових вирізок). Це обґрунтовує кондиційність отримуваних даних і застосовність для опрацювання їх належним чином змодифікованих методів стаціонарної статистики. Обчислені статистичні оцінки характеристик ПКВП будуть визначниками стану досліджуваної стохастичної системи. Визначальний параметр стану – період корельованості – оцінюється засобами статистики ПКВП методом пробного періоду або ж у разі різкого прояву певної фази коливань процесу за статистикою часових відстаней між такими проявами.

### Підсумки

З аналізу структури біосигналів, а саме акустичних, та описаних властивостей ПКВП випливає, що математична модель процесу такого класу дає змогу адекватно описати сигнал, а саме врахувати поєднання випадковості та періодичності сигналу, а тому і розробити методи визначення інваріантних інформативних ознак сигналу, враховуючи статистику таких сигналів для задач діагностики захворювань дихальної системи та голосового апарату. ПКВП-модель акустичного сигналу при цьому є індикативною, а наявність періоду корельованості індикує синфазні вкладені стаціонарні випадкові послідовності або ж послідовності інформаційно еквівалентних їм величин. Індикаторами стану дихальної системи та голосового апарату будуть обчислені статистичні оцінки характеристик ПКВП, а період корельованості, що є визначальним параметром стану, буде оцінюватись засобами статистики ПКВП. Зміна стану системи оцінюється на підставі концепції Слуцького: режим усталеності коливань замінюється іншим – зі своїми параметрами, але такого самого типу. Цим забезпечується в цьому разі інформаційна повнота МАПР-тріади і підтверджується якість ПКВП-моделі.

1. Dragan Y.P. *Energetic concept in the theory of nonstationary stochastic signals: representations, transformations, statistical estimations* // *Latvian signal processing international conference: Proc. V.1 – Riga: Zinatne, 1990. – P.32–36.* 2. Драган Я.П. *Математичне й алгоритмічно-програмне забезпечення комп'ютерних засобів статистичного опрацювання стохастичних коливань (ритмічних процесів)* // *Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка», інформаційні системи та мережі, 2008, №621. – С.124–130.* 3. Драган Я.П., Медиковський М.О., Овсяк В.К., Сікора Л.С., Яворський Б.І. *Системний аналіз концепції та принципів побудови математичної моделі досліджуваного об'єкта в фізико-технічних науках та оцінювання її якості* // *Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка», комп'ютерні науки та інформаційні технології, 2010, №686. – С.170–179.* 4. Абакумов В.Г. *Біомедичні сигнали та їх обробка* / В.Г. Абакумов, В.О. Геранін, О.І. Рибін, Й.Сватош, Ю.С. Синькоп. – К. : ВЕК+, 1997. — 352 с. 5. Петунин Ю.И. *Приложение теории случайных процессов в биологии и медицине* / Ю.И. Петунин. – К. : Наукова думка, 1981. – 320 с. 6. Драган Я.П. *Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів : монографія* / Я. П. Драган. – Львів : Центр стратегічних досліджень еко-біо-технічних систем, 1997. –XVI+333 с. 7. Чорна Л.Б. *Стохастична модель голосового сигналу для задачі діагностики ритміки серця людини : дис. ... канд. техн. наук : 01.05.02* / Л.Б. Чорна / Тернопільський держ. технічний ун-т ім. Івана Пулюя. – Т., 1999. – 162 с. – Бібліогр. : с. 149-161. 8. Хвостівський М.О. *Математична модель*

макромеханізму формування електроретиносигналу для задач підвищення достовірності офтальмодіагностичних систем : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : 01.05.02 “Математичне моделювання та обчислювальні методи” / М.О. Хвостівський; Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя. – Т. : 2010. – 20 с. 9. Дозорський В. Обґрунтування математичної моделі фрикативного звуку у вигляді періодично корельованого випадкового процесу / Я. Драган, Є. Яворська, В. Дозорський // Вісник тернопільського національного технічного університету ім. І. Пулюя. – Тернопіль : ТНТУ ім. І. Пулюя, 2010. – Т15, №10. – С. 159–164. 10. Дедів І. Обґрунтування математичної моделі дихальних шумів у вигляді періодично корельованого випадкового процесу / Я. Драган, І. Дедів // Науковий вісник Чернівецького університету. Фізика. Електроніка. ЧНУ – Чернівці: Рута. – 2008. – Вип. 423. – Ч. II. – С. 93–97. 11. Джичка Н. Обґрунтування математичної моделі коливань голосових зв'язок людини у вигляді періодично корельованого випадкового процесу для задачі діагностування мікропошкоджень голосових зв'язок // Вісник Національного університету «Львівська політехніка» – 2011. – №694. – С. 232–239. 12. Драган Я.П. Математичне й алгоритмічно-програмне забезпечення комп'ютерних засобів статистичного опрацювання стохастичних коливань (ритмічних процесів) // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка». – 2008 – №621. – С.124–130. 13. Драган Я.П., Сікора Л.С., Яворський Б.І. Основи сучасної теорії стохастичних сигналів: енергетична концепція, математичний апарат, фізичне тлумачення. – Львів: Центр стратегічних досліджень еко-біотехнічних систем, 1999. – 133 с. 14. Информационные связи био-гелио-геофизических явлений и элементы их прогноза / К.С. Войчишин, Я.П. Драган, В.И. Куксенко, В.Н. Михайловский. – К.: Наукова думка, 1983. – 366 с.

УДК 621.39

Я. Соколовський, В. Шиманський

Національний лісотехнічний університет України

## ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕІЗОТЕРМІЧНОГО ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННЯ У СЕРЕДОВИЩАХ З ФРАКТАЛЬНОЮ СТРУКТУРОЮ

© Соколовський Я., Шиманський В., 2011

Розглянуто фрактальну модель неізотермічного вологоперенесення у капілярно-пористих матеріалах, що описується системою диференціальних рівнянь у частинних похідних з дробовим порядком. Різницевим методом отримано числовий розв'язок задачі для різних значень дробової похідної.

Ключові слова: похідна дробового порядку, фрактальна, тепломасоперенесення, капілярно-пористий, числовий метод.

There was considered fractal model of non-isothermal moisture transfer in capillary-porous materials which is described by the system of differential equations in partial derivatives with fractional order. The difference method receives the numerical decision of a problem at various orders of a fractional derivative.

Keywords: fractional order derivative, fractal, heat and mass transfer, capillary-porous, numerical method.

### Актуальність досліджень

Особливість фізичних систем з фрактальною структурою полягає в тому, що для них істотні такі властивості, як: “пам'ять”, складна природа просторових кореляцій та ефекти самоорганізації. Створення адекватних математичних моделей для систем з фрактальною структурою вимагає залучення нетрадиційних підходів, заснованих на застосуванні математичного апарату диференціальних рівнянь