– 304 с. 8. Свами М. Графы, сети и алгоритмы: Перевод с английского. // М. Свами, К. Тхуласираман – М.: Мир, 1984 – 455 с. 9. Местецкий Л. Непрерывная морфология бинарных изображений: фигуры, скелеты, циркуляры // Л. Местецкий. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009 – 288 с. 10. Blum H. A Transformation for Extracting New Descriptors of Shape, Models for the erception of Speech and VisualForm // H. Blum .– MIT Press. – 1967. – P. 363–380. 11. Harrison S.J. The influence of shape and skeletal axis structure on texture perception. // Sarah J. Harrison – JournalofVision – 2009 – 9 – P.1–21. 12. Rizvandi N. B. Skeleton analysis of population images for detection of isolated and overlapped nematode celegans. / N. B. Rizvandi, A. Pizurica, F. Rooms, W. Philips // 16th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2008), Lausanne, Switzerland – August – 2008 pp.25-29. 13. Žitkevičius E. On skeletonization of blood vessels in angiographic mri images of human brain // E. Žitkevičius, D. Grigaitis, D. Navakauskas – Information technology and control, 2007 – pp. 372-376. 14. Bai X. Skeleton Pruning by Contour Partitioning with Discrete Curve Evolution // X. Bai, L. J. Latecki, W.-Yu. Liu / IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 29, – no. 3,- march – 2007 – P.1–14. 15. Местецкий Л.М. Непрерывная морфология бинарных изображений:фигуры, скелеты, циркуляры // Л.М. Местецкий. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 288 с. 16. Березький О.М. Порівняння алгоритмів перетворення зображень в афінному та топологічному просторах // О.М. Березький, Ю.М. Батько. – "Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта (ISDMCI'2011). – Євпаторія, 2011. – С. 68–72. 17. Березский О.Н. Топологические методы и алгоритмы преобразования контуров и областей плоских изображений / О.Н. Березский // Проблемы информатики и управления. – 2010. – №5. – С.123–131.

УДК 681.14

В. Коцовський
Ужгородський національний університет

АЛГОРИТМІЧНА СКЛАДНІСТЬ ЗАДАЧІ НАВЧАННЯ ДВОПОРОГОВИХ НЕЙРОНІВ

Розглядаються питання, пов'язані з розпізнаванням скінченних множин за допомогою двопорогових нейронних елементів. Показано, що задача навчання ДНЕ є NP-повною. Також наведено умови, виконання яких забезпечує двопороговість булевих функцій, які задаються за допомогою списків рішень.

Ключові слова: двопороговий нейронний елемент, порогова логіка, нейронна мережа, теорія складності алгоритмів, список рішень.

We study finite set dichotomies on bithreshold neurons. We prove that training a BN is NP-complete task. We also give sufficient conditions ensuring that decision list represents a bithreshold function.

Key words: bithreshold neuron, threshold logic, neural networks, complexity theory, decision list.

Вступ і формулювання задачі

Нейромережі, побудовані з нейронних елементів (НЕ), успішно використовуються для розв'язування широкого кола практичних задач [1]. При цьому залежно від специфіки задачі вибирається та чи інша активаційна функція НЕ. Історично першою було використано порогову функцію активації, прототипом якої були процеси активації нервових клітин живих організмів. На її основі Розенблат [2] побудував модель розпізнавального пристрою, який отримав назву перцептрон. Було запропоновано алгоритм навчання цього пристрою, – так званий алгоритм навчання з підкріпленням, який з успіхом використовувався для розв'язування задач розпізнавання. Збіжність цього алгоритму було встановлено у роботі [3]. Проте незабаром Мінський [4] показав, що в загальному випадку алгоритм навчання перцептрона є неефективним. Пізніше, з появою поліноміальних алгоритмів у теорії лінійного програмування вдалося їх застосувати для розроблення ефективного алгоритму навчання НЕ. У зв'язку з тим, що класичний пороговий елемент не здатний правильно розпізнавати навіть підмножини невеликої потужності (класичним прикладом є проблема породження функції XOR), виникла необхідність застосування складніших активаційних функцій. Одними з перших таких функцій стали багатопорогові функції активації [5], зокрема двопорогові функції. Пристрої на їх основі отримали назву двопорогових нейронних елементів (ДНЕ). Постала проблема розроблення ефективних алгоритмів навчання ДНЕ. Слід зазначити, що ця проблема не знайшла свого вирішення. Водночас у роботі [6] було показано, що задача навчання двошарових порогових нейромереж є NP-повною навіть у випадку, коли мережа складається з двох прихованих і одного вихідного НЕ. Це, своєю чергою, наштовхує на ідею, що задача перевірки того, чи можна здійснити задану дихотомію за допомого ДНЕ також є NP-складною.

Ця робота складається з двох частин. У першій частині буде розглянуто питання реалізації дихотомій скінченних множин на двопорогових нейронних елементах. Спочатку вивчається задача перевірки двопороговості БФ (або, що те саме, задача про дихотомії вершин *n*-місного гіперкуба), заданих за допомогою ДНФ та доводиться її NP-повнота. Потім розглядається загальна задача навчання ДНЕ. Буде показано, що навіть частковий найпростіший випадок цієї задачі належить до відомого класу NP-повних задач [7], що практично виключає можливість розроблення універсального ефективного алгоритму навчання ДНЕ. У другій частині роботи розглянуто зв'язок між ДНЕ та списками рішень, які є ефективним засобом задання булевих функцій. Встановлено достатні умови представлення двопорогових булевих функцій за допомогою списків рішень.

Двопороговим нейронним елементом з ваговим вектором $\mathbf{w} \in \mathrm{R}^n$, порогами $t_1, t_2 \in \mathrm{R}$ $(t_1 < t_2)$ будемо називати функціональний елемент з *n* дійсними входами $x_1, x_2, \mathbf{K}, x_n$ та одним виходом $y \in \{a, b\}, (a < b)$, поведінка якого описується співвідношеннями:

$$y = \begin{cases} a, & \text{якщо } t_1 < (\mathbf{w}, \mathbf{x}) < t_2, \\ b, & \text{якщо } (\mathbf{w}, \mathbf{x}) \le t_1 \text{ або } (\mathbf{w}, \mathbf{x}) \ge t_2. \end{cases}$$

Надалі ми будемо обмежуватися випадками $\{a, b\} = \mathrm{Z}_2$ або $\{a, b\} = E_2$, де $\mathrm{Z}_2 = \{0, 1\}$, $E_2 = \{-1, 1\}$. Якщо вважати, що $t_1 = -\infty$, то ми отримуємо звичайний НЕ.

Нехай A — довільна скінченна множина у просторі R^n. Тоді кожному ДНЕ із вектором структури $(\mathbf{w}, t_1, t_2)$ можна поставити у відповідність розбиття (A^+, A^-) множини A так: $A^- = \{\mathbf{x} \in A \mid t_1 < (\mathbf{w}, \mathbf{x}) < t_2\}$, $A^+ = A \setminus A^-$. Розбиття такого вигляду ми будемо називати д-розбиттями. При цьому множини A^+ і A^- називатимемо д-сепарабельними. Для застосувань великий інтерес становить випадок $A = \mathrm{Z}_2^n$ або $A = E_2^n$. Будемо казати, що булева функція (БФ) $f(x_1, \mathbf{K}, x_n) : \mathrm{Z}_2^n \to \mathrm{Z}_2$ є двопороговою (ДПБФ), якщо знайдеться такий ДНЕ із структурою $(\mathbf{w}, t_1, t_2)$, що $f(\mathbf{x}) = 0 \Leftrightarrow t_1 <$ $< (\mathbf{w}, \mathbf{x}) < t_2$. Позначимо через LBT_n множину усіх *n*-місних двопорогових булевих функцій.

Алгоритмічна складність задачі перевірки д-сепарабельності

Теорія складності алгоритмів займається встановленням оцінок, які показують залежність часу роботи алгоритму від розмірності вхідних даних. При цьому алгоритм вважається ефективним (а відповідна задача «легкою»), якщо тривалість його роботи є величиною порядку $O(s^r)$, де s — розмірність вхідних даних, r — деяке фіксоване додатне число. У випадку навчання БФ *f*(x) вхідною інформацією є або деяка ДНФ, яка задає цю функцію, або множина векторів у алфавіті Z_2, на яких *f*(x) набуває заданого значення (0 або 1). Зараз ми покажемо, що якщо припущення $\mathrm{NP} \ne \mathrm{P}$ є вірним, то не існує поліноміального алгоритму перевірки двопороговості БФ. Для цього розглянемо добре відому проблему «ЧЛЕНСТВО». Нехай C — клас БФ, тобто послідовність множин $\{C_n\}_{n \ge 1}$, де для всіх $n \in \mathrm{N}$ $C_n \subset \{f \mid f : \mathrm{Z}_2^n \to \mathrm{Z}_2\}$. Для класу C проблема ЧЛЕНСТВО формулюється так:

ЧЛЕНСТВО(C)

Вхід: ДНФ j від n змінних.

Вихід: 1, якщо БФ функція f, яка задається формою j, належить до класу C_n, 0 — у протилежному випадку.

У роботі [8] показано, що ЧЛЕНСТВО(C) є NP-повною задачею за умови, що клас C задовольняє такі умови:

1) для довільної функції $f \in C_n$ і довільного індексу $i \in \{1, \mathbf{K}, n\}$ функції $f(x_1, \mathbf{K}, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \mathbf{K}, x_n)$ і $f(x_1, \mathbf{K}, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \mathbf{K}, x_n)$ належать C_{n-1};

2) для довільного $n \in \mathrm{N}$ n-місна функція, що тотожно дорівнює 1, належить C_n;

3) знайдеться таке $k \in \mathrm{N}$, що $C_k \neq \left\{ f \mid f : \mathrm{Z}_2^k \to \mathrm{Z}_2 \right\}$.

Теорема 1. *Задача перевірки реалізовності булевих функцій на ДНЕ є* NP-*повною.*

Доведення. Покажемо, що клас $LBT = \{LBT_n\}_{n \geq 1}$ задовольняє умови 1–3. Виконання умови 1 випливає з розкладу Шеннона $f(x_1, \mathbf{K}, x_n) = \; = f(x_1, \mathbf{K}, x_{n-1}, 0)\overline{x}_n \vee f(x_1, \mathbf{K}, x_{n-1}, 1) x_n$. Тоді якщо БФ $f(x_1, \mathbf{K}, x_n)$ реалізується на ДНЕ із структурою $(\mathbf{w} = (w_1, \mathbf{K}, w_{n-1}, w_n), t_1, t_2)$, то функції $f(x_1, \mathbf{K}, x_{n-1}, 1)$ і $f(x_1, \mathbf{K}, x_{n-1}, 0)$ можна задати на ДНЕ із структурами $((w_1, \mathbf{K}, w_{n-1}), t_1 - w_n, t_2 - w_n)$ і $((w_1, \mathbf{K}, w_{n-1}), t_1, t_2)$ відповідно. Умова 2 очевидна. Виконання умови 3 випливає, наприклад, з результатів роботи [9], в якій показано, що при $n > 2$ булева функція $x_1 \oplus x_2 \oplus \mathbf{K} \oplus x_n$ не належить до класу LBT_n. Тому з урахуванням [8] ЧЛЕНСТВО(LBT) є NP-повною задачею.

Теорема 2. *Задача перевірки д-сепарабельності скінченних множин* A^+ *і* A^- *є* NP-*повною навіть за умови, що* $A^+ \cup A^- \subset \{a, b\}^n$, *де* $a \in \mathrm{R}$, $b \in \mathrm{R}$ $(a \neq b)$ *і модулі вагових коефіцієнти ДНЕ можуть набувати двох різних значень.*

Доведення. Скористаємося результатом роботи [6], де фактично було показано, що задача навчання нейромережі з двома прихованими нейронами, вагові вектори яких протилежні і належать E_2^n, та одним вихідним нейроном, який реалізує кон'юнкцію своїх входів, є NP-повною за умови, що на вхід мережі подаються вектори, які належать Z_2^n, оскільки до цієї задачі зводиться відома NP-повна задача РОЗБИТТЯ МНОЖИНИ (Set-Splitting) [7]. Неважко пересвідчитися, що довільне розбиття (A^+, A^-) є д-розбиттям тоді і тільки тоді, коли його можна реалізувати на нейромережі вказаного вигляду. Справді $\mathbf{x} \in A^+ \Leftrightarrow (\mathbf{w}, \mathbf{x}) \leq t_2$ і $(-\mathbf{w}, \mathbf{x}) \leq -t_1$, а перехід від базису $\{a, b\}$ до базису Z_2 можна здійснити за допомогою лінійного перетворення змінних (те саме справедливе і для коефіцієнтів вагових векторів).

Списки рішень і двопорогові булеві функції

Списки рішень (decision lists) було введено до розгляду Рівестом у роботі [10]. У ряді застосувань двозначної логіки списки рішень виявилися зручнішим засобом представлень БФ, ніж класичні ДНФ та КНФ. Надалі у цьому підрозділі розглядатимемо лише БФ у алфавіті Z_2.

Нехай $K = \{f_1, f_2, \mathbf{K}, f_r\}$ — довільна скінченна послідовність n-місних БФ. Функція $f : \mathrm{Z}_2^n \to \mathrm{Z}_2$ називається списком рішень на основі послідовності K, якщо знайдеться така послідовність $\{c_1, c_2, \mathbf{K}, c_r\}$ елементів множини Z_2, що для довільного $\mathbf{x} \in \mathrm{Z}_2^n$ значення $f(\mathbf{x})$ може бути обчислене за допомогою наступного алгоритму:

якщо $f_1(\mathbf{x}) = 1$, то покладемо $f(\mathbf{x}) = c_1$

інакше якщо $f_2(\mathbf{x}) = 1$, то покладемо $f(\mathbf{x}) = c_2$

інакше якщо $f_r(\mathbf{x}) = 1$, то покладемо $f(\mathbf{x}) = c_r$

інакше покладемо $f(\mathbf{x}) = 0$.

Більш формально список рішень на базі *K* задається як послідовність

$$f = (f_1, c_1), (f_2, c_2), \mathbf{K}, (f_r, c_r),$$

де $f_i \in K, c_i \in \mathrm{Z}_2$, $i = 1, 2, \mathbf{K}, r$. Значення функції *f* визначається так:

$$f(\mathbf{x}) = \begin{cases} c_j, & \text{якщо } j = \min\{i : f_i(\mathbf{x}) = 1\}, \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

Приклад. Нехай список рішень на послідовності функцій $K = \ = \{x_1\bar{x}_3, x_2, \bar{x}_1\}$ має такий вигляд: $f = (x_1\bar{x}_3, 0), (x_2, 1), (\bar{x}_1, 1)$.

Тоді значення функції *f* обчислюються так:

1) на наборах $(1,0,0), (1,1,0)$ функція набуває значення 0;
2) на наборах $(0,1,0), (0,1,1), (1,1,1)$ функція набуває значення 1;
3) на наборах $(0,0,0), (0,0,1)$ функція набуває значення 1;
4) на наборі $(1,0,1)$ функція набуває значення 0.

Неважко переконатися, що за допомогою списку рішень ми отримали функцію $\bar{x}_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3 \vee x_2x_3$.

Зв'язок між списками рішень і пороговими БФ (ПБФ) вивчався у роботах [8, 11], де було показано, що список рішень на основі послідовності літералів є ПБФ. Наступне твердження встановлює умови, у разі накладання яких на списки рішень отримуються двопорогові функції.

Теорема 3. *Якщо для кожного елемента списку рішень* $f = \\ = (f_1, c_1), (f_2, c_2), \mathbf{K}, (f_{r-1}, c_{r-1}), (f_r, c_r)$ *виконуються умови*

1) f_i *— довільна двомісна БФ, яка набуває значення істинності* 1 *на парній кількості наборів* $i = 1, 2, \mathbf{K}, r-1$*;*

2) $c_i = 1,\ i = 1, 2, \mathbf{K}, r$,

і функція f_r *є ДПБФ, то f — двопорогова булева функція.*

Доведення. Використаємо індукцію по *r* — кількості термів у списку рішень. База індукції. Нехай $r = 1$. Тоді список рішень має вигляд $f = (f_1, 1)$. Тоді $f \equiv f_1$ — деяка двопорогова булева функція. Тому при $r = 1$ наше твердження є справедливим. Припустимо, що довільний список рішень довжини *r*, терми якого задовольняють умову твердження теореми, є двопороговою функцією. Розглянемо список рішень довжини $r+1$

$$f = (f_1, c_1), (f_2, c_2), \mathbf{K}, (f_r, c_r), (f_{r+1}, c_{r+1}).$$

Тоді за припущенням індукції список рішень

$$f' = (f_2, c_2), \mathbf{K}, (f_r, c_r), (f_{r+1}, c_{r+1})$$

є двопороговою БФ. Нехай $(\mathbf{w}', t_1', t_2')$ — структура ДНЕ, який реалізує цю функцію і нехай $d = \sum_{i=1}^{n} |w_i'| + |t_1| + |t_2| + 1$. Якщо виконуються умови твердження, то терм (f_1, c_1) може набувати таких значень:

1) (0,1);
2) (1,1)
3) $(x_i, 1)$;
4) $(\bar{x}_i, 1)$;
5) $(\bar{x}_i\bar{x}_j \vee x_ix_j, 1)$;
6) $(\bar{x}_ix_j \vee x_i\bar{x}_j, 1)$.

У першому випадку покладемо $\mathbf{w} = \mathbf{w}', t_1 = t_1', t_2 = t_2'$. У другому випадку покладемо $\mathbf{w} = 0, t_1 = 1, t_2 = 2$. У третьому випадку покладемо $\mathbf{w} = \mathbf{w}' + d\mathbf{e}_i$, $t_1 = t_1', t_2 = t_2'$, де $\mathbf{e}_i = \left(0, \mathbf{K}, 0, \underset{i}{1}, 0, \mathbf{K}, 0\right)$ — одиничний орт-вектор. У четвертому випадку покладемо $\mathbf{w} = \mathbf{w}' - d\mathbf{e}_i$, $t_1 = t_1' - d, t_2 = t_2' - d$. У п'ятому випадку покладемо $\mathbf{w}=\mathbf{w}'+d\mathbf{e}_i+d\mathbf{e}_j$, $t_1=t_1'+d, t_2=t_2'+d$. У шостому випадку покладемо $\mathbf{w}=\mathbf{w}'+d\mathbf{e}_i-d\mathbf{e}_j$, $t_1=t_1', t_2=t_2'$. Покажемо, що у кожному випадку список рішень *f* є двопороговою функцією, яку можна реалізувати на ДНЕ із структурою $(\mathbf{w},t_1,t_2)$. У перших двох випадках це очевидно. Розглянемо третій випадок. Для довільного $\mathbf{x}=(x_1,\mathbf{K},x_i,\mathbf{K},x_n)\in Z_2^n$

$$(\mathbf{w},\mathbf{x})=(\mathbf{w}'+d\mathbf{e}_i,\mathbf{x})=(\mathbf{w}',\mathbf{x})+dx_i.$$

Якщо $x_i=1$ (у цьому випадку вихідне значення списку рішень дорівнює 1), то

$$(\mathbf{w},\mathbf{x})=(\mathbf{w}',\mathbf{x})+d\geq-\sum_{j=1}^{n}|w_j'|+\sum_{j=1}^{n}|w_j'|+|t_2'|+1>t_2'=t_2.$$

Тому у цьому випадку на виході ДНЕ отримується значення 1, яке збігається з виходом списку рішень. Якщо $x_i=0$, то $(\mathbf{w},\mathbf{x})=(\mathbf{w}',\mathbf{x})$. За припущенням індукції, список рішень $f'=(f_2,c_2),\mathbf{K},(f_r,c_r),(f_{r+1},c_{r+1})$ є двопороговою функцією, яку можна реалізувати на ДНЕ із структурою $(\mathbf{w}',t_1',t_2')$. Оскільки $t_1'=t_1, t_2'=t_2$, то і у випадку $x_i=0$ вихідне значення ДНЕ збігається із виходом списку рішень. Отже, ДНЕ із структурою $(\mathbf{w},t_1,t_2)$ реалізує функцію *f*. Аналогічно проводиться доведення у випадку 4. Розглянемо випадок 5. Нехай $\mathbf{x}\in Z_2^n$. Якщо $x_i=0$ і $x_j=0$, то

$$(\mathbf{w},\mathbf{x})=(\mathbf{w}',\mathbf{x})\leq\sum_{k=1}^{n}|w_k'|<\sum_{k=1}^{n}|w_k'|+|t_2'|+1\leq t_1'+d=t_1.$$

Якщо $x_i=1$ і $x_j=1$, то

$$(\mathbf{w},\mathbf{x})=(\mathbf{w}',\mathbf{x})+2d\geq-\sum_{k=1}^{n}|w_k'|+2d>|t_2'|+\sum_{k=1}^{n}|w_k'|+|t_1'|+|t_2'|+1\geq t_2'+d=t_2.$$

В обох випадках на виході ДНЕ отримуємо значення 1, яке збігається з виходом списку рішень. Якщо $x_i=1$, $x_j=0$ або $x_i=0$, $x_j=1$, то $(\mathbf{w},\mathbf{x})=(\mathbf{w}',\mathbf{x})+d$. Оскільки $t_1=t_1'+d, t_2=t_2'+d$, то у цих двох випадках вихід ДНЕ із структурою $(\mathbf{w},t_1,t_2)$ збігається з виходом ДНЕ із структурою $(\mathbf{w}',t_1',t_2')$, який, своєю чергою, за припущенням індукції збігається з виходом списку рішень f'. Отже, ДНЕ із структурою $(\mathbf{w},t_1,t_2)$ реалізує функцію *f*. Аналогічно доводиться теорема і у випадку 6.

Наслідок 1. Якщо БФ $f:Z_2^n\to Z_2$ можна задати за допомогою формули вигляду

$$f(x_1,\mathbf{K},x_n)=g(x_1,\mathbf{K},x_n)\vee x_{i_1}^{a_1}\vee\mathbf{K}\vee x_{i_l}^{a_l}\vee x_{j_1}^{b_1}x_{k_1}^{g_1}\vee x_{j_1}^{\bar{b}_1}x_{k_1}^{\bar{g}_1}\vee\mathbf{K}\vee x_{j_m}^{b_m}x_{k_m}^{g_m}\vee x_{j_m}^{\bar{b}_m}x_{k_m}^{\bar{g}_m},$$

де $g(x_1,\mathbf{K},x_n)$ — довільна ДПБФ $x^1=x$, $x^0=\bar{x}$, $a_i\in\text{¢}_2, i=1,\mathbf{K},l$, $b_j\in Z_2, g_j\in Z_2$, $j=1,\mathbf{K},m$, то *f* є двопороговою.

Доведення випливає з теореми 3. та того очевидного факту [8], що для списку рішень *f* виконується умова $c_i=1, i=1,\mathbf{K},r$, то $f=f_1\vee\mathbf{K}\vee f_r$.

Наслідок 2. БФ *f*, яка задається списком рішень вигляду

$$f=(f_1,1),\mathbf{K},(f_r,1),(x_{r+1}^{a_1},c_{r+1}),\mathbf{K},(x_{r+m}^{a_m},c_{r+m}),$$

де $a_i\in Z_2$, $c_{r+i}\in Z_2$, $i=1,\mathbf{K},m$, а функції $f_1,\mathbf{K},f_r$ задовольняють умови теореми 3, є двопороговою.

Доведення випливає з теореми 3 та теореми 3.9 [8], згідно з якою список рішень вигляду $(x_{r+1}^{a_1},c_{r+1}),\mathbf{K},(x_{r+m}^{a_m},c_{r+m})$ є пороговою, а отже, і двопороговою функцією.

Висновки

Досліджені у роботі властивості ДНЕ використано для доведення того факту, що задача навчання ДНЕ належить до класу NP-повних задач. Також встановлено умови, які забезпечують можливість представлення допорогових булевих функцій за допомогою списків рішень.

1. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – 2-е изд. – М.: Вильямс-Телеком, 2006. – 1104 с. 2. Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики / Ф. Розенблатт. – М. : Мир, 1965. – 480 с.

3. Novikoff, A. On convergence proof for perceptrons / A. Novikoff. – Proceeding of Symposium on Mathematical Theory of Automata. Polytechnic Institute of Brooklyn. – 1963, v. XII. 4. Минский М. Персептроны / М. Минский, С. Пейперт. – М.: Мир, 1971. – 262 с. 5. Бахарев, А. Т. Оптимизация многопороговых моделей / А. Т. Бахарев // Пробл. случайного поиска. – Рига – 1975, вып. – С. 209–214. 6. Blum A. Training a 3-Node Neural Network is NP-Complete / A. Blum, R. Rivest // Neural Networks. – 1992, Vol 5. – PP. 117–127. 7. Гэри М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982. – 416 с. 8. Anthony M. Discrete Mathematics of Neural Networks / M. Anthony. – Philadelphia: SIAM, 2001. – 132 c. 9. Гече Ф. Властивості бульових функцій реалізовних на двопорогових елементах / Ф. Гече, А. Батюк, В. Коцовський // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. – 2001. – № 438. – С. 22–25. 10. Rivest, R. Learning decision lists / R. Rivest // Machine Learning – 1987. – # 2 – PP. 229–246. 11. Anthony M. Threshold functions, decision lists, and the representation of Boolean Functions / M. Anthony // Technical Report NC-TR-96-028, Neurocolt Technical Reports, 1996.

УДК 621.39

Я. Соколовський, І. Крошний
Національний лісотехнічний університет України

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗВ'ЯЗКУ ДЕФОРМАЦІЙНО-РЕЛАКСАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ МАТЕРІАЛАХ З ПАРАМЕТРАМИ ВНУТРІШНЬОГО І ЗОВНІШНЬОГО ТЕПЛОМАСОПЕРЕНЕСЕННЯ

Синтезовано математичну модель зв’язку деформаційно-релаксаційних процесів у капілярно-пористих матеріалах з процесами зовнішнього та внутрішнього тепломасо-перенесення.

Ключові слова: математична модель, тепломасоперенесення, капілярно-пористий, напружено-деформівний стан.

In the article synthesized mathematical model of interrelation between deformation-relaxational processes in canillary – porous bodies and processes of internal and external mass head transfer.

Keywords: mathematical model, heat and mass transfer, capillary-porous, tension-deformed state.

Актуальність досліджень

Процес тепловоголообміну між агентом сушіння і висушуваною деревиною є одним з визначальних факторів інтенсифікації технології сушіння пиломатеріалів. Особливості поведінки, зв’язаної з матеріалом вологи, обумовлюються термодинамікою поверхневих явищ, а рівновага у такій системі – характером дії поверхневих сил. Для встановлення якісних і кількісних характеристик коефіцієнтів тепловологообміну з врахуванням особливостей поведінки зв’язаної вологи є необхідним визначенням потоків тепла і маси між висушуваною деревиною і агентом сушіння. Задача побудови математичної моделі ускладнюється тим, що процеси внутрішнього і зовнішнього тепломасоперенесення визначаються єдиним потенціалом температури *t*, а внутрішній і зовнішній масообміни згідно з [1] визначаються різними потенціалами. а саме – вологовмістом *u*, а також інструментально визначеною величиною вологовмісту *d* вологого повітря (агента сушіння).