3. Novikoff, A. On convergence proof for perceptrons / A. Novikoff. – Proceeding of Symposium on Mathematical Theory of Automata. Polytechnic Institute of Brooklyn. – 1963, v. XII. 4. Минский М. Персептроны / М. Минский, С. Пейперт. – М.: Мир, 1971. – 262 с. 5. Бахарев, А. Т. Оптимизация многопороговых моделей / А. Т. Бахарев // Пробл. случайного поиска. – Рига – 1975, вып. – С. 209–214. 6. Blum A. Training a 3-Node Neural Network is NP-Complete / A. Blum, R. Rivest // Neural Networks. – 1992, Vol 5. – PP. 117–127. 7. Гэри М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982. – 416 с. 8. Anthony M. Discrete Mathematics of Neural Networks / M. Anthony. – Philadelphia: SIAM, 2001. – 132 с. 9. Гече Ф. Властивості бульових функцій реалізовних на двопорогових елементах / Ф. Гече, А. Батюк, В. Коцовський // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. – 2001. – № 438. – С. 22–25. 10. Rivest, R. Learning decision lists / R. Rivest // Machine Learning – 1987. – # 2 – PP. 229–246. 11. Anthony M. Threshold functions, decision lists, and the representation of Boolean Functions / M. Anthony // Technical Report NC-TR-96-028, Neurocolt Technical Reports, 1996.

УДК 621.39

Я. Соколовський, І. Крошний
Національний лісотехнічний університет України

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗВ'ЯЗКУ ДЕФОРМАЦІЙНО-РЕЛАКСАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ МАТЕРІАЛАХ З ПАРАМЕТРАМИ ВНУТРІШНЬОГО І ЗОВНІШНЬОГО ТЕПЛОМАСОПЕРЕНЕСЕННЯ

Синтезовано математичну модель зв'язку деформаційно-релаксаційних процесів у капілярно-пористих матеріалах з процесами зовнішнього та внутрішнього тепломасо-перенесення.

Ключові слова: математична модель, тепломасоперенесення, капілярно-пористий, напружено-деформівний стан.

In the article synthesized mathematical model of interrelation between deformation-relaxational processes in canillary – porous bodies and processes of internal and external mass head transfer.

Keywords: mathematical model, heat and mass transfer, capillary-porous, tension-deformed state.

Актуальність досліджень

Процес тепловоголообміну між агентом сушіння і висушуваною деревиною є одним з визначальних факторів інтенсифікації технології сушіння пиломатеріалів. Особливості поведінки, зв'язаної з матеріалом вологи, обумовлюються термодинамікою поверхневих явищ, а рівновага у такій системі – характером дії поверхневих сил. Для встановлення якісних і кількісних характеристик коефіцієнтів тепловологообміну з врахуванням особливостей поведінки зв'язаної вологи є необхідним визначенням потоків тепла і маси між висушуваною деревиною і агентом сушіння. Задача побудови математичної моделі ускладнюється тим, що процеси внутрішнього і зовнішнього тепломасоперенесення визначаються єдиним потенціалом температури t, а внутрішній і зовнішній масообміни згідно з [1] визначаються різними потенціалами. а саме – вологовмістом u, а також інструментально визначеною величиною вологовмісту d вологого повітря (агента сушіння).

Моделювання балансу тепломасообміну у процесі сушіння

Між геометричною поверхнею вологої деревини, що характеризується параметрами $H_\partial, d_\partial, t_\partial, U_\partial$ та потоком вологого повітря (агентом сушіння) з параметрами t_n, d_n, j_n, H_n (H – ентальпія вологого повітря, індекси "∂" характеризують деревину, а "n" – повітря) існує гідродинамічний пограничний шар, товщина якого залежить від умов взаємодії потоків повітря з поверхнею пиломатеріалів. Рівняння потоків і термодинамічних сил можна отримати з відповідних рівнянь балансу і співвідношень Онзагера, а також з врахуванням допущення про те, що у гідродинамічному пограничному шарі є відсутнім джерело вологи, а густина теплового потоку J_t дорівнює густині потоку ентальпії J_h [2]. Тому можна записати

$$J_t = -l\nabla T + h' J_n, \tag{1}$$

де l_t – коефіцієнт теплопровідності, J_n – потік маси пари, h' – питома ентальпія вологого повітря ($h' = c_p t, c_p$ – ізобарна теплоємність).

Величина J_n визначається формулою

$$J_n = a_u (d_c - d_{n\partial}), \tag{2}$$

де a_u – коефіцієнт вологообміну, d_c і $d_{n\partial}$ – відповідно вологовміст повітря на границях шару (у потоці агента сушіння) і на поверхні деревини.

Згідно з [3], інтегруючи (1) для сталих значень потоків за товщиною пограничного шару і враховуючи (2), запишемо систему рівнянь тепломасоперенесення у гідродинамічному граничному шарі:

$$\begin{gathered} J_g = a_t (t_c - t_\partial) + h(t) a_u (d_c - d_{n\partial}), \\ J_n = a_u (d_c - d_\partial), \end{gathered} \tag{3}$$

де a_t – коефіцієнт теплообміну, t_c, t_∂ – температура середовища і матеріалу деревини, $h(t) = h' + r$ – ентальпія пари, r – теплота фазового переходу.

Для встановлення балансових рівнянь тепломасовіддачі у процесі сушіння деревини конвективним способом скористаємось співвідношенням (3) та загальними балансовими рівняннями [4]:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_{nов}} r_{on} ddn = \oiint_{F_{nов}} J_n dF, \tag{4}$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V\partial} r_{o\partial} U dV = \oiint_{F\partial} J_n dF, \tag{5}$$

де $V_{nов}$ – об'ємна витрата повітря і вологої деревини; $F_{nов}$ – площа поверхні тепловіддачі; V_∂, F_∂ – відповідно об'єм та геометрична поверхня висушуваної деревини; $r_{on}, r_{o\partial}$ – густина абсолютно сухого повітря і матеріалу. Зазначимо, що (4) є аналогом закону збереження вологи для повітря, а (5) характеризує закон збереження вологи для деревини. Із співвідношень (4), (5) можна отримати залежність, яка зв'язує параметри агнета сушіння з середньоінтегральним значенням швидкості сушіння деревини

$$d_u F(d_c - d_{n\partial}) = G_\partial d\bar{U} / dt, \tag{6}$$

де G_∂ – маса абсолютно сухої деревини.

Ентальпія вологого повітря та матеріалу згідно з [1] визначається співвідношенням:

$$\begin{gathered} H_c = c_{nc} t + d(r_{os} + c_{pn} t), \\ H_\partial = c_{o\partial} t + d(h' - R_n' T \ln P_s / P), \end{gathered} \tag{7}$$

де $c_{nc}, c_{pn}, c_{o\partial}$ – теплоємність повітря, пари та сухого матеріалу; r_{os} – теплота фазового переходу пари для T = 273 К; R_n' – газова стала пари; P_s – пружність насиченої пари; P – загальний тиск агенту сушіння. Величина P_s визначається за формулою

$$\lg P_s = 0.0141966 - 3.142305[1/T - 0.0027] + 8.21g(373.16/T) - 0.0024804(373.16 - T) \tag{8}$$

На основі співвідношень, аналогічних (4), (5) (з відповідними змінами $d \to H_c$, $U \to H_\partial$, $J_n \to J_t$), отримаємо рівняння [5] балансу тепла у процесі тепломасовіддачі, яке зв'язує параметри агенту сушіння з середньоінтегральною швидкістю нагрівання

$$d_t F(t_c - t_м) = G_м \left[c_м \frac{dt_м}{dt} - \bar{h} \frac{dU}{dt} \right], \tag{9}$$

де $c_и = c_{од} + U(c_p - \frac{d}{dt}(R_n' T \ln \frac{P_s}{P}))$ – теплоємність деревини у гігроскопічній області, $\bar{h}$ – середньо інтегральне значення теплоти абсорбції для температури деревини $\bar{h} = r_s + R_n' T \ln P_s / P$.

Зазначимо, що система інтегродиференційних рівнянь (6), (9) встановлює зв'язок між станом висушуваної деревини і властивостями агента сушіння. Для осереднення вищенаведених потоків необхідно знати закон зміни температури, ентальпії та вологовмісту вологого повітря, рівноважного з поверхнею матеріалу.

Математичне моделювання зв'язку компонентів напружено-деформівного стану висушуваної деревини з процесами внутрішнього і зовнішнього тепломасоперенесення

Для встановлення зв'язку між компонентами напружено-деформівного стану висушуваної деревини, з внутрішнім і зовнішнім тепломасоперенесенням скористаємось виразом для масопровідності для вологих матеріалів без врахування внутрішніх джерел [1]. Для запису термодинамічного потоку масо провідності у змінних y і t скористаємось виразом [1] для вологого повітря, що віднесений до одиниці маси сухого повітря

$$d = \frac{R_n j P_s}{R_n'(P - j P_s)}, \tag{10}$$

де R_n – газова стала повітря; j – відносна вологість повітря.

Зв'язок між j і параметром вологого матеріалу U і T, отриманий у [5] на основі узагальнення рівнянь капілярної конденсації та адсорбції з врахуванням впливу адсорбційного шару, описується двопараметричним рівнянням стану.

Повний диференціал вологовмісту визначається виразом

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial j} \right)_T dj + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_j dT, \tag{11}$$

Враховуючи, що $U = f(d, T)$ та співвідношення (10), (11) можна записати

$$\begin{gathered} divJ + r \frac{dU}{dt} = 0, \\ r_0 dU/dt = r_0 (R_n'^2 P c_{ut} / (R_n'^2 P + (R_n^{\ 2} - R_n'^2) P_s j) \cdot \partial j / \partial t + (c_{up} - c_{ut} j \, r_s / R_n' T^2) \partial T / \partial t, \end{gathered} \tag{12}$$

де ρ – густина матеріалу, τ – час, J – термодинамічний потік, $(\partial U / \partial T)_j = c_{uj}$, $(\partial U / \partial j)_T = c_{uT}$ – відповідно ізотермічні та ізопотенціальна масоємності; R_n' – 461.19 Дж/кг град; R_n – 286.85 Дж/кг град; r_s – теплота фазового переходу.

Перейдемо до запису правої частини першого рівняння (12) у змінних d і T, або j і T. Оскільки у гігроскопічній області волога деревини у загальному випадку зв'язана абсорбційними, капілярними та осмотичними силами, то у процесі масоперенесення відповідно до вологовмісту U склад кожної з складових зв'язаної вологи є різним. Враховуючи, що незалежно від U всі три види зв'язаної вологи знаходяться у стані термодинамічної рівноваги, то для деревних матеріалів у гігроскопічній області за потенціал перенесення можна прийняти [5] $m_p = m_s + R_n' T \ln j$, де j – потенціал в області насичення.

Враховуючи, що хімічний потенціал сорбційної вологи є функцією вологовмісту матеріалу U і температури T, то ці величини ідентифіковані потенціалом перенесення у допущенні, що теплота перенесення дорівнює теплоті випаровування об'ємної рідини, а коефіцієнт фазового перетворення є залежним від вологості і структури матеріалу. Враховуючи, що деревина як капілярно-пористе тіло являє собою гетерогенну систему, яка складається з маси твердого скелету, сорбованої вологи, сухого повітря і пари відповідно з об'ємами – $V_T, V, V_n (V = V_T + V_p + V_n)$,то вибір вологовмісту матеріалу за потенціал перенесення маси деревини обумовлює певні труднощі у процесі рішення інженерних задач, оскільки за границі розділу двох взаємо-контактуючих матеріалів є наявним скачок потенціалу навіть для умови термодинамічної рівноваги прилеглих до границі контакту. Отже, перехід густини дифузійного потоку J_u до змінних j, T або (*d,T*) дає змогу вибирати потенціал перенесення маси незалежним від масоємності матеріалу.

Для встановлення зв'язку між густиною дифузійного потоку J_u і хімічними потенціалами скористаємось співвідношенням [4], що характеризує приріст одиниці маси матеріалу за одиницю часу, яке запишемо у вигляді

$$pds/dt = -T^{-1}(\nabla_a J_{t_a} + m\nabla_a J_{u_a}). \quad (13)$$

З врахуванням першого рівняння (12), а також використавши залежності рівнянь балансу ентропії *S* [4], після математичних перетворень отримаємо

$$pds/dt = -\nabla_a J_a - T^{-1}(J_t/t \cdot \nabla_a T + J_u T \nabla_a (m/T)). \quad (14)$$

Для конкретизації (14) враховуємо те, що у процесі сушіння деревини масоперенесення проходить у рідкій та паровій фазі. Враховуючи співвідношення Онзагера [4] і хімічного потенціалу m_p для визначення J_u отримаємо

$$J_u = l_{uj} \nabla j - \left[l'_u \frac{j \ln j}{T} + l''_u \frac{j\, r_s}{R'_n T^2} + l'''_u \frac{j\,(r_s + \overline{\Pi})}{R_n T^2} \right] \nabla T, \quad (15)$$

де $l_{uj} = l'_u + l''_u + l'''_u$ – коефіцієнт масопровідності загального потоку; l'_u, l''_u, l'''_u – відповідно коефіцієнти масопровідностей у рідкій та паровій фазах із неврахуванням та врахуванням дії поверхневих сил. Параметр $\overline{\Pi}$ характеризує [3] середнє значення потенціальної енергії молекул пари, які проходять через деревину в області дії поверхневих сил (у мікрокапілярах) і залежить від параметрів (стану) вологої деревини.

Оскільки у процесі тепломасоперенесення можуть змінюватися усі термодинамічні параметри системи, то відповідно [2, 4] тепловий потік J_t визначається як добуток потоку ентропії на температуру, а рівняння теплопровідності у змінних (j ,*T*) на основі локального формування закону збереження енергії має вигляд

$$r_0 c_u \frac{\partial T}{\partial t} = -div J_t = -div(-l_q \nabla T + q_u J_u), \quad (16)$$

де l_q – приведений коефіцієнт теплопровідності деревини, q_u – теплота перенесення, віднесена до загального потоку маси, c_u – теплоємність.

Використаємо результати [6, 7], де на основі представлення зміни вільної енергії як основного термодинамічного потенціалу залежно від деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів для сушіння капілярно-пористих тіл, а також співвідношення (9), (12), (14), отримаємо зв'язану систему рівнянь внутрішнього і зовнішнього тепломасоперенесення з врахуванням напружено-деформівного стану матеріалу для процесу сушіння деревини

$$r_0 \frac{R'_n P c_{ut}}{R'^2_n P + (R_n^2 - R'^2_n) P_s j} \frac{\partial j}{\partial t} + \left(c_{uj} - c_{ut} \frac{j\, r_s}{R'_n T^2} \right) \frac{\partial T}{\partial t} =$$
$$= div\left[l_{uj} (\nabla j + s_j \nabla T \right] - U \frac{\partial}{\partial t} \left(e \frac{\partial G(t,U)}{\partial U} \right), \quad (17)$$
$$r_0 c_u \frac{\partial T}{\partial t} = div\left[l_q \nabla T - q_u l_{uj} \nabla j - s_j \nabla T \right] - T \frac{\partial}{\partial t} \left(e(t) \frac{\partial G(t,U)}{\partial t} \right),$$

де *ε* – величина деформацій, *G(t,U)* – величина, що характеризує зміну механічних властивостей матеріалу [5] від температури і вологості.

Зазначимо, що система рівнянь (17) замикається за допомогою потенціалу $j(U,T)$, а також за допомогою потенціалу руху і сумісності деформації [4] та відповідних граничних умов. Вони визначаються з умов безперервності потоків маси і тепла на поверхні системи “волога деревина – агент сушіння”.

Отримана система рівнянь (17) дозволяє описати нестаціонарні температурно-вологісні і деформаційні поля деревини у процесі сушіння у контексті зв’язку зовнішнього і внутрішнього тепломасоперенесення,

Процес тепломасоперенесення у висушуваній деревині проходить одночасно у твердій та рідкій фазах, співвідношення між якими залежить від вологовмісту матеріалу та його структурних характеристик. Тому для конкретизації правої частини системи рівнянь (17) скористаємось підходами [3,5]. Загальний потік вологи у рідкій фазі складається з капілярного потоку J_u^k і плівковою J_u^n на стінках вільних пор. Враховується, що дифузія пари у мікрокапілярах залежить від температури вільних мікрокапілярів і не залежить від диференційного розподілу об’ємів капілярів за їх розмірами. Отже, у гігроскопічній області рух пари здійснюється термодифузією. Для пароповітряної фази є характерним термодифузійне J_u^r та ефузійне J_u^e масоперенесення. Отже, загальний потік маси можна записати у вигляді

$$J_u = a_1 J_u^p + a_2 J_u^t + a_3 J_u^e \ . \tag{18}$$

Відповідні інтегральні частки поверхонь a_1, a_2, a_3, через які здійснюються вищенаведені процеси масо перенесення, визначаються з умови, що деревний матеріал складається з твердого скелета об’ємом V_T, вологи і пари відповідно з об’ємом V_p і V_n. Враховуючи, що відносна зміна об’єму деревини залежить лінійно від вологовмісту $(V-V_0)/V_0 = bV$, V_0 – об’єм абсолютно сухого матеріалу, b – коефіцієнт всихання, а також рівність об’ємної та поверхневої пористості, можна записати

$$a_1 = r_0 U g / r_\partial, \quad a_2 = 1 - 1(r_0 / r_T + r_0 U / r_p) g, \quad a_1 = U_{os} r_0 (1-U) g / r_p,$$

де $g = (1+bU)^{-1}$, r_T, r_p, r_0 – відповідно густини деревини, вологи і абсолютно сухої деревини, U_{os} – максимальний гігроскопічний вологовміст. Для визначення J_u^t скористаємось з кінетичної теорії газів рівнянням дифузійного потоку [1]

$$J_u^t = -\frac{D}{R'T}\left(\nabla r + \frac{p}{2T}\nabla T\right), \tag{19}$$

де D – коефіцієнт взаємодії дефузії, пароповітряної суміші. Ефузійний потік визначається також формулою [3]

$$J_u^e = -\frac{4}{3}\frac{H_{os} y''(H_0)}{\sqrt{2p R_n' T}}\left(\nabla p - \frac{p}{2T}\nabla T\right), \tag{20}$$

де H_{os} – граничне значення приведеної ширини пари, заповненої вологою для сорбції пари повітря ($j = 1, T = 273^\circ K$). Зазначимо, що за таких умов вологовміст деревини є максимальним гігроскопічним U_{os}. Вираз $y''(H_0) = \frac{1}{1-W}\int_{H_0}^{1} H_0 \frac{dW}{dH_0} dH_0$ є інтегральною функцією осереднення швидкості ефузії пари, $H_0 = H / H_{os}$ – приведена ширина еквівалентного капіляру, dW / dH_0 – диференційний розподіл капілярів за їх розмірами, який визначається диференційованим однопараметричним рівнянням стану вологого матеріалу. З іншого боку, за теорією капілярної конденсації та адсорбції, рівноважна ширина еквівалентної пари капілярно-пористого матеріалу залежить як від адсорбційного потенціалу, так і від величини j і T, тобто $H = y(j, T)$, де y – коефіцієнт нерівномірності розподілу функціоналу. Оскільки H залежить від параметрів рівноважного стану вологого повітря (агента сушіння), то рівноважний вологовміст матеріалу можна записати через належні змінні вологого повітря у вигляді $U_p = U(H(j,T)) = U(j,T)$, що описує термодинамічний стан вологої деревини, оскільки пов'язує у стані рівноваги вологість матеріалу з відносною вологістю повітря для різних значень температури. Згідно з [3] загальний потік вологи у рідкій фазі, який складається з J_u^n і J_u^k, описується співвідношенням

$$J_u^p = -\frac{r_0 U_{os} H_{os}^2 y'(H_0)}{12(1+bU)n_s} \times \frac{R_{.}'T}{j}\left(\nabla j + \frac{j \ln j}{T}\right)\nabla T - r_s D\left(1 - \frac{1}{1+bU}\left(\frac{r_0}{r_T} + \frac{r_0}{r_p}U\right)\right), \qquad (21)$$

де $y'(H_0)$ є інтегральна функція осереднення швидкостей потоку рідини

$$y'(H_0) = 0.0833\left(1 - 4\ln\frac{T}{293}\right)^{-1} \int_0^{H_0} H_0^2 \frac{dW}{dH_0}(1 + 0.6e^{-0.04H_0} + 6.5e^{-H_0})dH_0$$

n_s – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідкої фази.

$$n_s = 0.0833\left(1 - 4\ln\frac{T}{293}\right)^{-1}(1 + 0.6e^{-0.04H_0} + 65e^{-H_0}).$$

Тобто, враховуючи співвідношення (17), (18)–(21), систему диференційних рівнянь зовнішнього і внутрішнього тепломасоперенесення з врахуванням напружено-деформівного стану матеріалу (20) для випадку $(\nabla j = 0)$ можна записати у вигляді

$$r_0 \frac{R_{.}'Pc_{uT}}{R_{.}'^2 P + (R_{.}^2 - R_{.}'^2)P_s j}\frac{\partial j}{\partial t} + \left(c_{uj} - c_{uT}\frac{j g_s}{R_{.}'T^2}\right)\frac{\partial T}{\partial t} =$$
$$= -div\left(\frac{r_0 H_{os}{}^2 y'(H_0)U_{os}}{12n_s(1+bU)}(g_s - R_n'T\ln j)\frac{\nabla T}{T}\right) - U\frac{\partial}{\partial T}\left(e\frac{\partial G(t,U)}{\partial U}\right), \qquad (22)$$
$$r_0 c_u \frac{\partial T}{\partial t} = div\left(\frac{r_0}{1+bU}\left(\frac{l_T^0}{r_T} + \frac{l_p}{r_p}U - \frac{H_{os}^2 y'(H_0)U_{os}s'}{12n_s}g_s - R_n'T\ln j\right)\right) - T\frac{\partial}{\partial t}\left(e(t)\frac{\partial G(t,U)}{\partial t}\right),$$

де l_T^0, l_p – відповідно теплопровідність сухої деревини і води, s' – питома ентропія вільної рідини.

Висновок

На основі основних законів термодинаміки незворотних процесів і механіки суцільного середовища отримано математичну модель зв'язку між компонентами напружено-деформівного стану капілярно-пористих матеріалів та параметрами внутрішнього і зовнішнього процесів тепломасоперенесення. Для замикання диференційних рівнянь моделі використовуються граничні умови, які визначаються умовами перенесення потоків тепла і маси на поверхні матеріалу.

1. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 472 с. 2. Никитенко Н.И. Теория тепломассопереноса. – К.: Наукова думка, 1983. – 351 с. 3. Загоруйко В.А., Кривошеев Ю.И., Слынько А.Г. Определение влагосодержания гигроскопических грузов для их сохранной перевозки. – М.: Трансибир, 1988. – 496 с. 4. Петров Н., Бранков Й. Современные проблемы термодинамики. – М.: Мир, 1986. – 245 с. 5. Загоруйко В.А., Соколовская А.В. Теория единого потенциала массо-переноса // ДАН СССР. – 1986. – 28 №1. – С.154–158. 6. Соколовський Я.І. Взаємозв'язок деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів у капілярно-пористих тілах // Доповіді НАН України, сер. Механіка. – 1998. – №9. – С. 76–80. 7. Соколовський Я.И. Взаимосвязь деформативно-релаксационных и тепломасообменных процесов при сушке капілярно-пористых тел //Прикладная механика. – 1988. – 34 №9. – С. 100–107.