УДК 656.71.06(045)

В. Казак, Д. Шевчук
Київський національний авіаційний університет

МЕТОД СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗУ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ЗБЕРЕЖЕННЯ КЕРОВАНОСТІ ТА СТІЙКОСТІ ЛІТАКА В УМОВАХ НЕШТАТНОЇ СИТУАЦІЇ У ПОЛЬОТІ

Запропоновано метод структурного синтезу регулятора для збереження керованості та стійкості літака в умовах нештатної ситуації під час польоту.

Ключові слова: система керування, нештатна ситуація, структурний синтез, керованість та стійкість літака.

The method of structural synthesis of regulator for maintenance controllability and stability of the airplane in the unmoral conditions is offered in the article.

Key words: control system, unmoral situation, structural synthesis, stability and controllability of the airplane.

Постановка проблеми

Аналіз праць [1-3], присвячених питанням збереження керованості та стійкості літака в умовах механічних зовнішніх впливів і внутрішніх пошкоджень, показує, що основним напрямом досліджень є дослідження можливості збереження прийнятних цих характеристик за рахунок застосування самовідновних систем керування (СК) польотом. Майже в усіх працях об'єктом досліджень були літаки з приводами, що відмовили, або пошкодженими кермовими поверхнями. І це слушно, оскільки аналіз причин тільки надзвичайних подій в авіації країн світу за 1999 – 2010 рр. показує, що близько 9 % від їхньої загальної кількості припадає на пошкодження органів керування. Якщо врахувати всі передумови до льотних подій, то показник значно збільшиться.

Можливості і теоретичні основи створення самовідновних СК польотом літака досліджують за такими напрямами: розроблення методів проектування, методів автоматичного бортового підстроювання і концепцій реконфігурації СК (застосування розрахованих заздалегідь законів керування польотом). Усі ці методи спрямовані на забезпечення прийнятної (заданої) ефективності керування польотом літака в умовах відмови органів керування. Проте досвід тривалої експлуатації систем автоматичного управління (САУ) і пілотажно-навігаційного комплексу (ПНК) показує, що понад 70 % відмов і пошкоджень припадає саме на ці системи [2, 3]. У зв'язку з цим виникає потреба у розробленні методів структурного та параметричного синтезу самовідновної (реконфігурованої) СК літакам, яка могла б забезпечувати задану ефективність виконання польоту в умовах відмови не тільки органів керування, а й елементів структури самої САУ.

Аналіз публікацій

У реальному польоті на літак, крім керівних сил і моментів, що залежать від переміщення органів керування і їх станів, завжди діють випадкові збурення, зумовлені різними факторами. До них належать випадкові складові сил і моментів рухової установки, а також аеродинамічні сили і моменти, що з'являються внаслідок турбулентності атмосфери, порушення первісної аеродинамічної поверхні літака чи відмов і пошкоджень у СК. Ці дестабілізувальні фактори розглядатимемо як еквівалентні впливи. Математичний опис літака як динамічної системи в таких умовах утруднений. Найчастіше точна модель може бути недосяжною [4]. Багато реальних додатків стосуються взаємозалежних підсистем з маловідомими чи змінюваними структурою і параметрами [4].

Аналіз праць [1, 4] показує, що стосовно літака, коли приймається власна модель атмосферної турбулентності (моделі Драйдена, фон Кишені, Ю. П. Доброленского), модель відмов (пошкоджень) [5], а також обрана модель динаміки літака [5–7], з'являється можливість класифікувати еквівалентні вхідні впливи для апаратів різних аеродинамічних форм, схем і розмірів. За відповідної зміни масштабів часу й амплітуд ці вхідні впливи можна послідовно використати для будь-яких умов польоту, певного виду аеродинамічних пошкоджень чи за будь-яких форм конструкцій літака [6, 7].

Мета досліджень

Метод структурного синтезу регулятора, що дає змогу зберегти прийнятні льотно-технічні характеристики і забезпечити безпечне виконання завдання в умовах пошкодження аеродинамічної поверхні літака чи відмов у його системі керування.

Основна частина

Під впливом зовнішніх і внутрішніх дестабілізувальних факторів змінюється аеродинамічний стан рухомого об’єкта, а також характеристики його стійкості і керованості. Для збереження заданих (потрібних) параметрів руху і потрібних характеристик стійкості та керованості в умовах дії дестабілізувальних факторів необхідно розв’язати фундаментальну задачу нечутливості реакції замкненої системи у просторі стану.

Будемо вважати, що лінеаризована стаціонарна модель керованого польоту ЛА у незбуреному стані описується такою номінальною моделлю у просторі стану:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_0 x(t) + B_0 U(t), x(0) = x_0; \\ y(t) &= C_0 x(t), \end{aligned} \tag{1}$$

де $x(t) \in R^n$ – n-вимірний вектор стану; $U(t) \in R^r$ – r-вимірний вектор керівних входів; $y(t) \in R^m$, $m < n$ – m-вимірний вектор вимірів (виходу); A – перехідна матриця стану розміром $n \times n$; B – перехідна матриця керування розміром $n \times r$; C – матриця спостережень системи розміром $m \times n$.

Передбачається, що B_0 і C_0 мають повний ранг. У розглянутому класі літаків, обладнаних СК з постійною структурою, використовується закон керування у вигляді зворотного зв’язку по виходу з фіксованим посиленням

$$U(t) = KC_0 x(t_0), \tag{2}$$

де $K = \{K, \ldots, K_m\}$ – матриця зворотного зв’язку по виходу.

Із формул (1) і (2) випливає, що номінальна замкнена модель ЛА має вигляд [8]:

$$\dot{x}(t) = (A_0 + B_0 K C_0) x(t). \tag{3}$$

Динамічну реакцію замкненої системи (2) у будь-який момент часу $0 \le t < t_k$ можна визначити за виразом

$$x(t) = \exp\{(A_0 + B_0 K C_0) t\} x(0). \tag{4}$$

Зі структурного погляду наведені описи справедливі, якщо пара (A, B) керована, а пара (C, A) спостережувана.

Припустімо, що в реальному польоті в умовах зовнішніх, зокрема механічних, впливів і внутрішніх пошкоджень матриці моделі номінальної системи (3) A_0, B_0 і C_0 зазнають варіації деяких чи усіх своїх елементів. Позначимо збурення матриць A_0, B_0 і C_0 через ΔA, ΔB і ΔC. З урахуванням уведених позначень матриці моделі збуреної системи набудуть вигляду:

$$A = A_0 + \Delta A; \; B = B_0 + \Delta B; \; C = C_0 + \Delta C. \tag{5}$$

Структура зовнішніх і внутрішніх деградувальних впливів залежить від конкретної позаштатної ситуації, однак у загальному випадку її можна описати так [8]:

$$\Delta A = \begin{bmatrix} S_{11}^1 & \cdots & S_{1n}^1 \\ \vdots & & \\ S_{1n}^1 & \cdots & S_{1nn}^1 \end{bmatrix} \Delta_1 + \ldots + \begin{bmatrix} S_{11}^n & \cdots & S_{1n}^n \\ \vdots & & \\ S_{1n}^n & \cdots & S_{1nn}^n \end{bmatrix} \Delta_n;$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} U_{11}^{1}\,\mathbf{K}\,U_{1r}^{1} \\ \mathrm{M} \\ U_{1n}^{1}\,\mathbf{L}\,U_{1nr}^{1} \end{bmatrix}\Delta_1 + \mathbf{L} + \begin{bmatrix} U_{11}^{n}\,\mathbf{K}\,U_{1n}^{n} \\ \mathrm{M} \\ U_{1n}^{n}\,\mathbf{L}\,U_{1nr}^{n} \end{bmatrix}\Delta_n\,; \tag{6}$$

$$\Delta C = \begin{bmatrix} y_{11}^{1}\,\mathbf{K}\,y_{1n}^{1} \\ \mathrm{M} \\ y_{m1}^{1}\,\mathbf{L}\,y_{1mn}^{1} \end{bmatrix}\Delta_1 + \mathbf{L} + \begin{bmatrix} y_{11}^{n}\,\mathbf{K}\,y_{1n}^{n} \\ \mathrm{M} \\ y_{m1}^{n}\,\mathbf{L}\,y_{1mn}^{n} \end{bmatrix}\Delta_n\,,$$

де $S_{ij}^{l}, U_{ij}^{l}, y_{ij}^{l} \in R$ відомі для всіх i, j, λ, а Δ, …, Δ_v – невідомі і можуть мати різні, зокрема і катастрофічні, значення.

З аналізу виразу (4) випливає, що необхідною і достатньою умовою повної нечутливості реакції замкненої системи «літак – САУ» ($x(t)\in R^{H}$) до деградувальних дій зовнішніх і внутрішніх збурень, тобто до варіацій ΔA, ΔB і ΔC моделі в просторі стану (5), є формула

$$A_0 + \Delta A + (B_0 + \Delta B)K(C_0 + \Delta C) - A_0 - B_0 K C_0 = \Delta A + \Delta B K C_0 + B_0 K \Delta C + \Delta B K \Delta C = 0. \tag{7}$$

З виразу (7) видно, що досягти повної нечутливості реакції стану (4) важко, оскільки на практиці не можна забезпечити повну нечутливість усіх лівих мод реакції стану. Проте відповідним підбором матриці K можна забезпечити призначення множині різних самоспряжених власних значень λ_i, $i = 1, ..., n$, замкненої системи. Тоді динамічну реакцію замкненої системи (4) у будь-який момент часу $t \geq 0$ можна визначити за залежністю

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} [\exp\{ l_i t\}] v_i w_i^{\mathrm{T}} x(0)\,,$$

де $v_i = 1, ..., n$ – лінійно незалежні власні вектори у виразі (3), що задовольняють рівність

$$(A_0 + B_0 K C_0) v_i = l_i v_i\,; \tag{8}$$

де w_i^{T}, $j = 1, ..., n$ – відповідні власні вектори виразу $[A_0 + B_0 K C_0]^{\mathrm{T}}$, що задовольняють умову

$$w^{\mathrm{T}}[A_0 + B_0 K C_0] = l_j w^{\mathrm{T}}\,. \tag{9}$$

Праві власні вектори у виразі (8) і ліві власні вектори у виразі (9) у разі нормування задовольняють умову ортогональності, тобто

$$w_j^{T} n_i = n_i^{T} w_j = d_{ij}, i, j = 1,...,n. \tag{10}$$

У виразі (10) δ_{ij} – дельта-функція Кронекера.

На практиці рідко трапляються випадки «катастрофічних» відмов, тобто одночасної відмови всіх складових літака. Тому доцільно розглянути спочатку послідовно нечутливість для кожної власної моди. Запишемо умову повної нечутливості i-ї лівої власної моди замкненої системи

$$w_i^{T} \exp\{l_i t\}, i = 1,...,n$$

до збурень моделей ΔA, ΔB, ΔC:

$$\begin{bmatrix} w_i^{T} BK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DA & DB \\ DC & 0 \end{bmatrix} = 0. \tag{11}$$

Уводимо в умову (11) позначення:

$$DB = \begin{bmatrix} U_{11}^{1}\mathbf{K} & U_{1r}^{1} & U_{11}^{v}\mathbf{K} & U_{1r}^{v} \\ \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} \\ U_{n1}^{1}\mathbf{K} & U_{nr}^{1} & U_{n1}^{v}\mathbf{K} & U_{nr}^{v} \end{bmatrix};$$

$$DA = \begin{bmatrix} S_{11}^{1}\mathbf{K} & S_{1n}^{1} & S_{11}^{v}\mathbf{K} & S_{1n}^{v} \\ \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} \\ S_{n1}^{1}\mathbf{K} & S_{nn}^{1} & S_{n1}^{v}\mathbf{K} & S_{nn}^{v} \end{bmatrix}; \tag{12}$$

$$DC = \begin{bmatrix} y_{11}^{1}\mathbf{K} & y_{1n}^{1} & y_{11}^{v}\mathbf{K} & y_{1n}^{v} \\ \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} & \mathrm{M} \\ y_{m1}^{1}\mathbf{K} & y_{mn}^{1} & y_{m1}^{v}\mathbf{K} & y_{mn}^{v} \end{bmatrix}.$$

Введені до формули (12) позначення випливають з формули (6). Умовою повної нечутливості i-ї власної правої моди замкненої системи

$$v_i \exp\{l_i t\}, i = 1,...,n$$

до збурень моделі ΔA, ΔB, ΔC буде

$$[\Delta A : \Delta B : \Delta C_0] v_i = 0 . \qquad (13)$$

Умову (13) можна подати еквівалентним виразом

$$\{\Delta A^{\mathrm{T}} : \Delta C^{\mathrm{T}} : C_0^{\mathrm{T}}\} \subseteq \{w_1,...,w_{i-1}, w_{i+1},...,w_n\} ,$$

де {.} – образ.

Наведені умови (11) і (13) – достатні.

Отже, забезпечення повної нечутливості поточних параметрів польоту літака до відмов і пошкоджень його САУ має забезпечувати призначення необхідної множини власних значень $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ замкнених контурів керування так, щоби забезпечити повну нечутливість відповідних лівих і правих власних мод замкненої системи.

Для подальших міркувань зробимо ряд припущень:

– замкнена система «ЛА – САУ» достатньо спостережувана і керована;
– власні значення замкненої системи $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ різні;
– множина власних значень $\Lambda_n = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ замкненої системи не містять яких-небудь власних значень розімкненої системи;
– сумарна кількість входів і виходів перевищує кількість станів:

$$m = r + m - 1 - n > 0 .$$

Припустімо, що САУ як складова замкненої системи здатна призначити самоспряжену підмножину $\Lambda_n=\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ множини власних значень замкненої системи «літак - САУ» Λ_n, а також відповідну підмножину припустимих лівих власних векторів $W_r = \{w_1, ..., w_r\}$. Тоді за такого часткового призначення матрицею зворотного зв'язку по виходу буде $K_1 \neq K$, а матрицею замкнутої системи:

$$A_1 = A_0 + B_0 K_1 C_0, K_1 = [W_r B_0]^{-1} G_r , \qquad (14)$$

де $W_r = \begin{bmatrix} w_1^{\mathrm{T}} \\ \mathrm{M} \\ w_r^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$ – m-вимірний векторний простір n-вимірних лівих власних векторів w_i; $G_r \begin{bmatrix} \Delta_0(l_1) g_1^{\mathrm{T}} \\ \mathrm{M} \\ \Delta_0(l_r) g_r^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} g_1^{\mathrm{T}} \\ \mathrm{M} \\ g_r^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$ – r-вимірний простір m-вимірних лівих параметричних векторів g_i^{T}, що можуть бути обрані довільно для виконання таких нежорстких умов:

– $|Wr_0| \neq 0$;
– $g_i \in R^m$ для дійсних власних значень λ_i;
– $g_i = g_i \in R^m$ для комплексно-спряженої пари власних значень g_i, $g_j = g_i^*$.

Матрицю W_r у виразі (14) можна записати в такому вигляді (з урахуванням того, що $w_i^{\mathrm{T}} = g_i^{\mathrm{T}} C_0 y\,(l_i)$, $i = (1, \dots, r)$:

$$W_r = \begin{bmatrix} g_1^{\mathrm{T}} C_0 \Psi(l_1) \\ \mathrm{M} \\ g_r^{\mathrm{T}} C_0 \Psi(l_r) \end{bmatrix},$$

де

$$\Psi(l) = adj\,[lE - A_0];$$
$$\Delta_0(l) = |lE - A|.$$

Отже, для досягнення повної нечутливості системи «літак – САУ» треба параметризувати регулятор зворотного зв'язку так, щоб він забезпечував призначення необхідної множини власних значень замкненої системи. При цьому параметризація матриці зворотного зв'язку по виходу K_1 за допомогою заданого числа m-вимірних параметричних векторів g_1 автоматично параметризує призначувані ліві власні вектори w_1. Однак у процесі експлуатації ЛА трапляються такі ситуації, у яких відповідне число λ_i (числа) у комплексній площині може бути призначене за допомогою зворотного зв'язку по виходу як власне значення замкненої системи. Для того, щоб дійсне число λ_i, яке не є елементом множини власних чисел розімкненої системи, було призначено за допомогою зворотного зв'язку по виходу як власне значення замкненої системи, необхідно, щоб виконувалася нерівність

$$C_0 y\,(l_i)B_0 \neq 0\,. \tag{15}$$

Якщо ж власне значення являє собою комплексно спряжену пару $\lambda_i\lambda_i^*$, то умова (15) модифікується до такого вигляду:

$$\mathrm{rank}[C_0 y\,(l_i)B_0 \quad C_0 y\,(l_i^*)B_0] \geq 2\,.$$

На практиці під час розроблення систем «літак - САУ» можуть бути два випадки:

– кількість керівних входів r ($r < n$) менша або дорівнює кількості вимірюваних виходів m ($m < n$);

– кількість керівних входів r ($r < n$) більша від кількості вимірюваних виходів m ($m < n$).

Якщо система «літак - САУ» має модель з комплексноспряжними парами передатних нулів λ_i, $\lambda_i^* \in \Lambda_n$, то:

$$\mathrm{rank}\,[C_0 y\,(l_i)B_0 \quad C_0 y\,(l_i^*)B_0] \geq 2;$$

$$\mathrm{rank}\,[C_0 y\,(l_i)B_0 \quad C_0 y\,(l_i^*)B_0] \leq 1.$$

У різних умовах льотної і технічної експлуатації літака, особливо в умовах зовнішніх механічних впливів (влучення в конструкцію літака птахів, осколків каменів і снарядів), може виникнути потреба уникати в польоті наслідків таких впливів за рахунок відхилення відповідного руля. Залежно від характеру і ступеня ураження конструкції літака відхилення руля $\delta_{ру}$ можуть досягати великих значень. У таких випадках для керування рухом ЛА залишається малий запас відхилення руля

$$d_{ру} = d_{\max} - d_{р.к} \geq 0, \tag{16}$$

де $\delta_{\max}$ – максимально допустиме значення відхилення руля; $\delta_{р.к}$ – необхідне значення відхилення кермової поверхні для балансування літака в умовах механічних пошкоджень; $\delta_{ру}$ – залишкове від балансованого відхилення $\delta_{р.к}$ значення відхилення кермової поверхні, яку можна використовувати для керування рухом літака.

У таких ситуаціях САУ має забезпечити обмеження або цілком, якщо $\lambda_{р.у} = 0$ (формула (16)), виключити відповідний вхід для цілей керування, тобто обрати таку редукцію входу $\tilde{B}$, що забезпечує некерованість λ_i, але зберігає його спостережуваність. За правильного вибору редукції $\tilde{B}$ лівий вектор w_i буде ортогональним до r стовпців матриці $B_0\tilde{B}$, а редукція $\tilde{B}$ – визначатися співвідношенням $w_i B_0 \tilde{B} = 0$.

Некеровані власні значення λ_i і відповідні їм ліві власні вектори w_i інваріантні щодо зворотного зв'язку по виходу. З цього випливає, що ліва власна мода може бути збережена за допомогою редукції виходу, причому максимальна кількість виходів в еквівалентній системі $(A_1, B_0\tilde{B}, C_0)$ дорівнюватиме: $\tilde{r} = r - 1$.

Отже, залежно від ступеня ураження конструктивних частин літака чи елементів його САУ, застосувавши метод збереження, можна сформувати еквівалентну систему $(A_1, B_0\tilde{B}, C_0)$ з m виходами і необхідною у такій експериментальній ситуації кількістю входів, зокрема й одномірною. Застосувавши метод призначення частини власної структури, можна визначити таку єдину $m \times$ 1-вимірну матрицю зворотного зв'язку по виходу $\tilde{K}_2$, що в замкненій системі з матрицею $A_2 = A_1 + B_0\tilde{B}\tilde{K}_2C_0$ можна призначати $n - r + 1$ залишкові власні значення $\{\lambda_r, \lambda_{r+1}, \ldots, \lambda_n\}$ разом із відповідною множиною єдиних правих власних векторів $\{v_r, v_{r+1}, \ldots, v_n\}$... Результуючу матрицю посилення регулятора визначаємо виразом

$$K = K_1 + K_2, \quad K_2 = \tilde{B}\tilde{K}_2,$$

а матрицю повної замкненої системи – співвідношенням

$$A_c = A_2 = A_0 + B_0KC_0. \tag{17}$$

Якщо пошкодження конструкції або відмова відповідного контуру керування САУ потребують, щоб $\Delta B = 0$, то умовою нейтралізації відхилень параметрів системи від номінальних значень A_0, B_0, C_0 буде

$$\Delta A_c = \Delta A + B_0K\Delta C = 0. \tag{18}$$

Підставивши у вираз (18) співвідношення для K_1 і K_2, одержимо умову

$$\Delta A + \Delta C + B_0K_2\Delta C = 0. \tag{19}$$

Помноживши вираз (19) ліворуч на вектор W_r і з урахуванням введених у формулу (12) позначень, одержимо умову повної нечутливості перших r лівих власних мод:

$$W_rDA + G_rDC + W_rB_0K_2DC = 0. \tag{20}$$

Оскільки виконати умову (20) тільки за рахунок матриці коефіцієнтів зворотного зв'язку K в загальному випадку не можна, то надалі повну нечутливість будемо розглядати послідовно для кожної власної моди. Необхідною і достатньою умовою повної нечутливості k-ї лівої власної моди замкненої системи (w_k^{T}, lk), $k = 1, ..., r - 1$ до збурень моделі ΔA і ΔC є:

$$g_k^{\mathrm{T}}C_0(lkE - A_0)^{-1}DA + g_k^{\mathrm{T}}DC = 0, \qquad k = 1, \mathbf{K}, r-1.$$

Достатньою умовою повної нечутливості k-ї правої власної моди замкненої системи (λ_k, ν_k), $k = 1, ..., n - k$ до збурень моделі ΔA і ΔC є:

$$[\Delta A \mathrm{M} \Delta C]v_\kappa = 0, \quad k = 1, \mathbf{K}, n. \tag{21}$$

Умова (21) еквівалентна такому виразу:

$$\{\Delta A^{\mathrm{T}} \mathrm{M} \Delta C^{\mathrm{T}}\} \subseteq \{w_1, ..., w_{k-1}, w_{k+1}, ...w_n\}.$$

Аналіз поводження системи «літак–САУ» у відмовних ситуаціях показує, що існують режими польоту, коли потрібно, щоб забезпечувалась умова $\Delta B \equiv 0$. У цьому разі завдання синтезу полягає в такому виборі параметричних векторів $g_k \in C^m$, $k = 1, ..., r$–1, за якого буде цілком нечутливе максимально можливе число лівих власних мод $w_k^{\mathrm{T}} \exp\{l_k t\}$ і буде збережена можливість довільного призначення максимального числа власних значень λ_k замкненої системи.

Якщо ж реальна ситуація забезпечує $DC \equiv 0$, то синтез таких систем показує, що стовпці матриці B_0 лінійно залежать від DA, і не можна забезпечити повну нечутливість жодної з перших r лівих власних мод. Якщо ж від DA лінійно залежать не всі r стовпців матриці B_0, а тільки p ($p < r$), то верхня межа числа перших r лівих власних мод, для яких можна забезпечити повну нечутливість, дорівнює $r - p$.

Синтез ґрунтується на нечутливості лівої власної моди, що у деяких практичних випадках може призводити до неприйнятних значень з погляду реалізації в системі «літак – САУ». Однак існують відмови й пошкодження, за яких для збереження заданих чи необхідних параметрів польоту потрібно лише забезпечити нечутливість обраних власних значень λ_s, тоді як відповідні ліві власні вектори w_s мають зберегти розчленування збурень за варіацій параметрів. Такі вимоги до нечутливості тільки деяких елементів лівого власного вектора називають нечутливістю з розчленуванням модального збурення. Розглянемо це докладніше. Нехай призначено s елементів лівого власного вектора. Відповідним перестановленням стовпців матриці лівий власний вектор можна подати як

$$w_i^{\mathrm{T}} = [a_i^{\mathrm{T}} : b_i^{\mathrm{T}}], \quad b_i \in R^s, \tag{22}$$

де b_i – призначуваний вектор; a_i – довільний вектор.

У виразі (22) для багатьох практичних випадків лівий власний вектор замкненої системи w_i обирають так, щоб виявлялося розчленовування модального збурення, тобто забезпечувалась рівність $b_i = 0$.

Тоді повна нечутливість i-ї лівої власної моди з розчленуванням модального збурення визначають співвідношеннями:

$$\Delta l_i = 0; \quad \Delta w_i^{\mathrm{T}} = [g^{\mathrm{T}} : 0], \tag{23}$$

де g – довільний вектор.

З умови (23) випливає, що розчленування збурення зберігається в умовах параметричної невизначеності.

Визначимо умову повної нечутливості з розподілом модального збурювання. Необхідною і достатньою умовою повної нечутливості з розподілом модального збурювання у разі великих варіацій параметрів є

$$[w_i^{\mathrm{T}} + [g^{\mathrm{T}} : 0]]\Delta A_c = [g^{\mathrm{T}} : 0](l_i i - A_c), \quad g \in R^{n-s}. \tag{24}$$

З урахуванням формули (17) цю умову можна переписати у вигляді

$$(w_i^{\mathrm{T}} + [g^{\mathrm{T}} : 0])(\Delta A + B_0 K \Delta C) = [g^{\mathrm{T}} : 0](l_i E - A_c).$$

Розглянемо нечутливість реакції замкненої системи, описуваної рівнянням стану

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + B_0 u(t), \quad x(0) = x_0$$

і рівнянням вимірів $y(t) = Cx(t)$.

Номінальну реакцію такої системи визначаємо залежністю

$$y_0(t) = \sum_{i=1}^{n} \left[C_0 v_i w_i^{\mathrm{T}} \exp\{l_i t\} x_0 \right].$$

Для поточної реакції системи введемо позначення

$$y(t) = y_0(t) + \Delta y(t). \tag{25}$$

За наявності збурень у формулі (24) збільшення реакції $\Delta y(t)$ з рівняння (25) матиме нульове значення тільки тоді, коли виконується умова

$$C_0(n_i + \Delta n_i)(w_i^T + \Delta w_i^T)\exp\{(l_i + \Delta l_i)t\}x_0 - C_0 n_i w_i^T \exp\{l_i t\}x_0 = 0, \; i = 1,\dots,n.$$

чи

$$C_0(n_i + \Delta n_i)(w_i^T + \Delta w_i^T)\exp\{(l_i + \Delta l_i)t\} = C_0 n_i w_i^T \exp\{l_i t\}. \tag{26}$$

Визначимо умови, у разі виконання яких вимоги (26) задовольняються для $i = 1, \dots, S$, $S \le (r - 1)$... Зазначені вимоги виконуються, якщо для $i = 1, \dots, S$, $S \le (r - 1)$ забезпечуються умови:

$$\begin{aligned} &g_i^{\mathrm{T}} C_0 (l_i E - A_0)^{-1} [DA \quad DB] + g_i^{\mathrm{T}} [DC \quad 0] = 0; \\ &[\Delta A : \Delta C : C_0] v_i = 0, \qquad i = 1,\dots,S, \end{aligned} \tag{27}$$

де E – одинична матриця розмірності $n \times n$.

З умов (27) випливає, що забезпечити для синтезу повну нечутливість виходу системи призначенням лівої власної структури дуже важко, оскільки для певного числа елементів S лівого власного вектора умова (27) виражається через $(n - r + 1)$ непараметризованих лівих власних векторів.

Отже, діодична k-та мода замкненої системи $(l_\kappa, w_k^{\mathrm{T}}, \exp\{l_k t\})$ буде цілком нечутливою, якщо трійка $(v_\kappa, w_k^{\mathrm{T}}, l_k)$, $k = 1, \dots, r$, буде цілком нечутливою до цього класу відмов (варіацій параметрів літака ΔA і ΔC), тобто, якщо виконуються умови:

$$\begin{aligned} &g_k^{\mathrm{T}} C_0 (l_k E - A_0)^{-1} DA + g_k^{\mathrm{T}} DC = 0; \\ &\{\Delta A^{\mathrm{T}} \mathrm{M} \Delta C^{\mathrm{T}}\} \le \{w_1, \dots, w_{k-1}, \dots, w_r\}. \end{aligned} \tag{28}$$

Висновок

Отже, отримані умови дають змогу здійснити синтез замкнених систем «літак – САУ» з нечутливими діодичними модами за допомогою призначення лівої власної структури.

1. Бруссард Р. Применение рассчитанных заранее законов управления в реконфигурируемой системе управления полетом / Р. Бруссард, Д. Д. Мердер, Н. Хальо, А. К. Каглайан // Аэрокосмическая техника. – 1989. – № 2. – С. 33–42. 2. Казак В. М. Синтез наближеного аналітичного розв'язання звичайного диференціального рівняння на основі методу групового урахування аргументів / В. М. Казак, І. В. Боярінов, Ю. О. Боярінова // Вісник НАУ. – 2001. – № 3. – С. 66–76. 3. Казак В. М. Достовірність контролю аналого-цифрових об'єктів / В. М. Казак, С. М. Руденко // Зб. наук. доп. міжнар. наук.-техн. конф. «АВІА – 2001». – К. : НАУ, 2001. – С. 58–61. 4. Адаптивный регулятор для подавления флаттера крыльев при неиз-меряемых возмущениях и немоделируемых динамиках // Системы автоматического управления и техническая кибернетика. – М. : ВИНИТИ, 1992. – № 3. – С. 17–25. 5. Артемьев В. М. Теория динамических систем со случайным изменением структуры / В. М. Артемьев. – Минск : Вышэйш. шк., 1979. – 211 с. 6. IAAA. Flight Simulator Design and performance data requirement, Ist Edition. –1980. 1 Oct. – P. 54. 7. Асланян А. Э. Системы автоматического управления полетом летательного аппарата / А. Э. Асланян. – К. : КВВАИУ, 1989. – 436 с. 8. Казак В. Н. Авиационные управляемые ракеты. Ч. II / В. Н. Казак. – Даугавпилс: ДВВФИУ им. Я. Фабрициуса, 1999. – 76 с.

УДК 531.36+534

М. Назаркевич
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра автоматизованих систем управління

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ІДЕНТИФІКАЦІЇ АТЕВ-ФУНКЦІЙ НА ОСНОВІ МІР ПОДІБНОСТІ

Розроблено метод ідентифікації документів, захищених за допомогою сіток Ateb-функцій. Метод передбачає етапи розпізнавання, фільтрації, скелетизації, нормування та порівняння з еталоном. В основу етапу порівняння покладено побудову фактор-просторів за відношеннями еквівалентності, що породжується різними метриками простору неперервних або дискретних функцій на заданому проміжку.

Ключові слова: ідентифікація, Ateb-функції, захист друкованих документів.

The identification method for protected by Ateb-function printed documents is presented. The method includes filtration, normalization and verification with ethalons.The verification is based on construction metrics in functional spaces.

Keywords: identification, Ateb-function, protection printed documents.

Вступ

Для ефективного функціонування систем обробки зображень необхідне постійне поповнення арсеналу методів і засобів попередньої обробки, стиснення зображень та побудови класифікаторів, що обумовлює актуальність розроблення нового інструментарію. Створення ефективних технологій вимагає розроблення методів і алгоритмів, які повинні задовольняти вимоги щодо швидкодії і точності [1]. Розв'язання задач ідентифікації інформації визначається розробленням нових технологій обробки, аналізу і розпізнавання різних видів зображень.