

Ковальчук А.М., Пелешико М.З. Модифікація алгоритму RSA для деяких класів зображень // Технічні вісті. – 2008/1(27), 2(28). – С. 59 – 62. 4. Фабрі Л., Ковальчук А., Ступень М. Застосування фрактальних алгоритмів для шифрування і дешифрування зображень // Вісник НУ «Львівська політехніка», «Комп'ютерні науки та інформаційні технології». – №672. – С. 262–267.

УДК 004.032.026

П. Тимощук

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра САП

МОДЕЛЮВАННЯ ОБРОБКИ КWТА-НЕЙРОННОЮ СХЕМОЮ ЗМІННИХ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ СИГНАЛІВ

© Тимощук П., 2011

Описується математична модель КWТА-нейронної схеми (“K-winners-take-all”), призначеної для ідентифікації К максимальних серед N невідомих, змінних у часі дискретизованих сигналів, де $1 \leq K < N$. Для коректного функціонування моделі динамічний зсув вхідних сигналів протягом перехідних процесів повинен змінюватись набагато швидше, ніж вхідні сигнали. Представлено відповідні результати комп'ютерного моделювання.

Ключові слова: математична модель, КWТА-нейронна схема, дискретизований сигнал, динамічний зсув, комп'ютерне моделювання.

Mathematical model of discrete-time KWTА-neural circuit (K-winners-take-all) that can identify K maximal among N unknown, variable in time sampled signals, where $1 \leq K < N$ is described. In order to have correct model functioning a dynamic shift of input signals should be changed much faster than input signals during transients. Corresponding computer modeling results are given.

Keywords: mathematical model, KWTА-neural circuit, sampled signal, dynamical shift, computer simulation.

1. Вступ

Як відомо, нейронні мережі типу “K-winners-take-all” (KWТА-мережі) здійснюють вибір К серед N елементів, де $1 \leq K < N$, з більшими значеннями активаційних функцій, ніж у решти N – K елементів. Коли К дорівнює одиниці, KWТА-мережа є мережею типу “Winner-takes-all” (WТА-мережею), яка може розрізняти нейрон з максимальною активацією [5, 8, 9]. Вибір К найбільших елементів з множини даних N дійсних чисел є ключовою задачею мереж прийняття рішень, розпізнавання образів, пов'язаних пам'ятей і конкуруючого навчання [10, 12]. Задачі такого типу зустрічаються під час розв'язання задач класифікації і застосовуються для розроблення класифікаційних нейронних мереж, для розв'язання задач розпізнавання і класифікації зразків [4]. KWТА-мережі застосовуються в телекомунікації, особливо для керування пакетними перемикачами даних [1]. KWТА-механізми мають важливі застосування у машинному навчанні, зокрема, при розв'язанні задач класифікації k найближчих об'єктів, кластеризації k значень та ін. [3, 6].

Існує низка нейронних мереж типу “K-winners-take-all”, які мають як свої переваги, так і обмеження. Так, наприклад, динамічна система з глобальною збіжністю до єдиних стабільних станів рівноваги пропонується в [7]. Нейромережева схемотехнічна реалізація системи містить N комірок, представлених підсилювачами, глобальним зворотним зв'язком і щонайбільше 2N взаємозв'язками, де N – кількість входів. Конструюється і тестується числовими методами застосування мережі (так званий “K-селектор”), сигнали якого визначають К найбільших елементів

множини вхідних сигналів. Для заданої щільності вхідних елементів отримуються можливі інтервали сепарації вихідних сигналів. Схема вимагає підсилювачів з великим коефіцієнтом підсилення, відповідного керуючого джерела, придатного масштабування вхідних даних і скидання вихідних сигналів.

Описано математичну модель КВТА-нейронної схеми, призначеної для обробки невідомих, змінних у часі дискретизованих сигналів. Модель відзначається простотою і здатністю до обробки сигналів будь-якого скінченного діапазону; вона володіє властивістю збереження впорядкування сигналів. Наводяться результати комп'ютерного моделювання обробки змінних у часі дискретизованих сигналів.

2. Математична модель КВТА-нейронної схеми обробки дискретизованих сигналів

Нехай задано N дійсних чисел від a_1 до a_N , $N > 1$, тобто a_1, a_2, \dots, a_N , як миттєвих значень невідомих вхідних сигналів і необхідно вибрати K найбільших з них, де $1 \leq K < N$ – ненегативне ціле. Припустимо, що задані числа розподілені у відомому діапазоні $a \in (A_{\min}, A_{\max})$. Покладемо, що ці числа не однакові (відрізняються між собою за значеннями) і впорядковані у спадному за величиною порядку так, що задовольняються нерівності

$$a_1 > a_2 > \mathbf{L} > a_N, \quad (1)$$

де індекси $1, 2, \mathbf{L}, N$ у загальному випадку можуть відрізнятися від оригінальних номерів входів, означаючи, що компоненти вектора $a = [a_1, \mathbf{L}, a_N]$ впорядковані. Побудуємо математичну модель нейронної схеми, яка обробляє вхідний вектор дискретизованих сигналів, тобто після скінченної кількості ітерацій отримуються вихідні сигнали схеми $b = [b_1, \mathbf{L}, b_N]$, які задовольняють нерівності

$$b_i > 0, i \in 1, 2, \mathbf{L}, K; b_j < 0, j \in K + 1, K + 2, \mathbf{L}, N. \quad (2)$$

Нерівності (2) виражають КВТА-властивість, тобто саме вихідні сигнали від b_1 до b_K "виграють" конкуренцію. Той факт, що тільки вони є позитивними компонентами вектора b , свідчить про те, що вхідні сигнали від a_1 до a_K є K найбільшими компонентами вектора a .

Виконаємо попередню обробку заданого вектора a вхідних сигналів, віднявши від усіх його компонентів значення A_{\min} і отримаємо додаткові сигнали

$$c_1 > c_2 > \mathbf{L} > c_N, \quad (3)$$

де $c_n = a_n - A_{\min}$, $n = 1, 2, \dots, N$. Неважко побачити, що сигнали (3) знаходяться у діапазоні $(0, A)$, де $A = A_{\max} - A_{\min} > 0$, тобто $c \in (0, A)$, де $c = [c_1, c_2, \dots, c_N]$. Оскільки вхідні сигнали (1) не рівні між собою і розподілені у відомому діапазоні, тому сигнали (3) також різні і обмежені в діапазоні $(0, A)$. Отже, для будь-яких $1 \leq K < N$ існують такі значення $x \in \mathfrak{R}$, які задовольняють нерівності

$$c_i > x, i \in 1, 2, \mathbf{L}, K; c_j < x, j \in K + 1, K + 2, \mathbf{L}, N. \quad (4)$$

Віднімання x від (4) дає

$$c_i - x > 0, i \in 1, 2, \mathbf{L}, K; c_j - x < 0, j \in K + 1, K + 2, \mathbf{L}, N. \quad (5)$$

Як можна побачити з (5), сигнали $c_n - x$, де $n = 1, 2, \dots, N$, володіють КВТА-властивістю. Тому такі сигнали можуть бути використані як вихідні сигнали моделі КВТА-нейронної схеми, тобто можна записати рівності

$$b_i = c_i - x, i \in 1, 2, \mathbf{L}, K; b_j = c_j - x, j \in K + 1, K + 2, \mathbf{L}, N. \quad (6)$$

Для побудови моделі КВТА-нейронної схеми необхідно розробити процедуру знаходження значення скалярного динамічного зсуву вхідних сигналів x , який задовольняє нерівності (4). Використаємо для цього вимогу, що такий зсув у встановленому режимі повинен знаходитись у діапазоні $(0, A)$. Спроекуємо траєкторію дискретного часу $x^{(k)}$, де $k = 1, 2, \dots, m$ кількість ітерацій до досягнення встановленого режиму, яка може перетнути весь діапазон $(0, A)$. Нехай така

траекторія буде розв'язком відповідного різницевого рівняння $x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)})$ з початковою умовою $x^{(1)}$, де $\varphi(x^{(k)})$ – певна функція, яка повинна бути визначена. Припустимо, що у деякий момент дискретного часу $t^{(m)}$ змінна $x^{(k)}$ набуває у встановленому режимі значення $x^{(k)} = x^{(m)}$, яке задовольняє нерівність (4). Для зупинки обчислювального процесу у момент $t^{(m)}$ визначимо наступну умову, яка керує кількістю переможців і переможених у кожній дискретній часовій точці протягом обчислювального процесу:

$$R(x^{(k)}) = 2K - N - \sum_{n=1}^N \text{sgn}(b_n^{(k)}), \quad (7)$$

де $R(x^{(k)})$ – k -те дискретне значення нев'язки, $b_n^{(k)} = c_n - x^{(k)}$ – значення n -го вихідного сигналу моделі на k -й ітерації,

$$\text{sgn}(b_n^{(k)}) = \begin{cases} 1, & \text{if } b_n^{(k)} > 0; \\ 0, & \text{if } b_n^{(k)} = 0; \\ -1, & \text{if } b_n^{(k)} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

- сигнум- (жорстко обмежувальна) функція, $\sum_{n=1}^N \text{sgn}(b_n^{(k)})$ – різниця між дійсними кількостями переможців і переможених. Сигнум-функція виконує порівняння між k -м дискретним значенням n -го вихідного сигналу $b_n^{(k)}$ і нулем. Якщо $b_n^{(k)} > 0$, тоді n -на сигнум-функція забезпечує вихідний сигнал $\text{sgn}(b_n^{(k)}) = 1$, якщо $b_n^{(k)} = 0$, тоді вихідний сигнал n -ї сигнум-функції $\text{sgn}(b_n^{(k)}) = 0$, інакше $\text{sgn}(b_n^{(k)}) = -1$.

Визначатимемо динамічний зсув $x^{(k)}$ за допомогою такого рекурсивного алгоритму:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - A\Delta x^{(k)}, \quad (9)$$

де $\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha^k$, α – параметр, який гарантує збіжність алгоритму до КВТА-розв'язку; $0 \leq x^{(1)} \leq A$ – початкова умова; m – число ітерацій до досягнення збіжності пошуковим процесом встановленого режиму.

3. Обробка змінних у часі дискретизованих сигналів

Нехай вхідні сигнали c_n , $n = 1, 2, \dots, N$ вибираються випадково з певного розподілу. Тоді кількість ітерацій, необхідних для збіжності вихідних сигналів моделі КВТА-нейронної схеми b_n , $n = 1, 2, \dots, N$ до стійких станів можна подати як

$$m > \log_{\alpha} \frac{\mu_{K,N} - \mu_{K+1,N}}{A}, \quad (10)$$

де $\mu_{K+1,N}$ і $\mu_{K,N}$ – значення математичних сподівань c_{K+1} і c_K відповідно вхідних сигналів, вибраних з певного розподілу [2, 11]. Вищенаведені результати є справедливими для множин постійних у часі вхідних сигналів (1), якщо період їх повторення $T = m\tau$, де $\tau = t^{(k+1)} - t^{(k)}$ – період дискретизації. Однак модель, що описується різницеvim рівнянням (9) і рівностями (6), може бути узагальнена для застосування у випадку змінних у часі вхідних сигналів $a_n(t^{(k)}) = a_n^{(k)}$, $n = 1, 2, \dots, N$. У цьому випадку повинна задовольнятися умова

$$\left| a_n^{(k+1)} - a_n^{(k)} \right| \ll \left| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right| \quad (11)$$

для кожного $k = 1, 2, \dots, m$ і зміна зсуву $\Delta x^{(k)}$ рівняння (9) повинна визначатись з рівності

$$\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha^{(k)}, \quad \alpha^{(k+1)} = \begin{cases} \alpha^{(k)}\alpha^{(1)}, & \text{if } R(x^{(k)}) \neq 0; \\ \alpha^{(1)}, & \text{if } R(x^{(k)}) = 0. \end{cases} \quad \text{Це означає, що нерівність}$$

$|a_n^{(k+1)} - a_n^{(k)}| \ll \alpha^{m-1} - \alpha^m$ повинна задовольнятися для кожного $0 < \alpha < 1$, $k = 1, 2, \dots, m$, $n = 1, 2, \dots, N$. Енергетична функція $|R(x^{(k)})|$, де $k = 1, 2, \dots, m$, буде монотонно спадною до нуля функцією дискретного часу для кожних $0 < \alpha < 1$ і $0 \leq x^{(1)} \leq A$. Іншими словами, у цьому випадку динамічний зсув $x^{(k)}$ повинен змінюватись значно швидше, ніж вхідні сигнали протягом перехідних процесів. Тоді модель, що описується різницеvim рівнянням (9) і рівностями (6), буде функціонувати коректно, як модель КВТА-нейронної схеми у випадку змінних у часі дискретизованих сигналів. Комп'ютерне моделювання функціонування моделі, що описується різницеvim рівнянням (9) і рівностями (6) у випадку змінних у часі вхідних сигналів, представлено у наступному розділі.

4. Результати комп'ютерного моделювання

Для ілюстрації теоретичних результатів, представлених у статті, розглянемо приклад з відповідним комп'ютерним моделюванням, яке демонструє обробку сигналів описаною моделлю КВТА-нейронної схеми.

Приклад. Задамо множину, що містить три дискретизовані вхідні сигнали синусоїдальної форми з такими дискретними значеннями: $a_i^{(k)} = 1.2 \sin[2\pi(0.001k + 2(i-1))]$ ($i = 1, 2, 3$, i.e. $N = 3$). Такі вхідні сигнали є змінними у часі і відповідна КВТА-задача є також нестационарною. На рис. 1 проілюстровано динаміку цих вхідних сигналів, зсуву $x^{(k)}$ і відповідних вихідних сигналів моделі, що описується різницеvim рівнянням (9) і рівностями (6) при $K=2$, $A_{\min} = -1.2$, $A = 2.4$, $\alpha^{(1)} = 0.7$ і $x^{(1)} = 0$. Згідно з рис. 1, зсув $x^{(k)}$ характеризується двома ітераційними (або пошуковими) процесами, тривалість яких є меншою, ніж період коливань вхідних сигналів. Обмеження (11) задовольняються для кожного $k = k_j, k_j + 1, \dots, k_j + m_j$, де $j=1, 2$ – номер ітераційного процесу. Два максимальні вхідні сигнали ідентифікуються у кожній дискретній часовій точці $k \neq k_j, k_j + 1, \dots, k_j + m_j$.

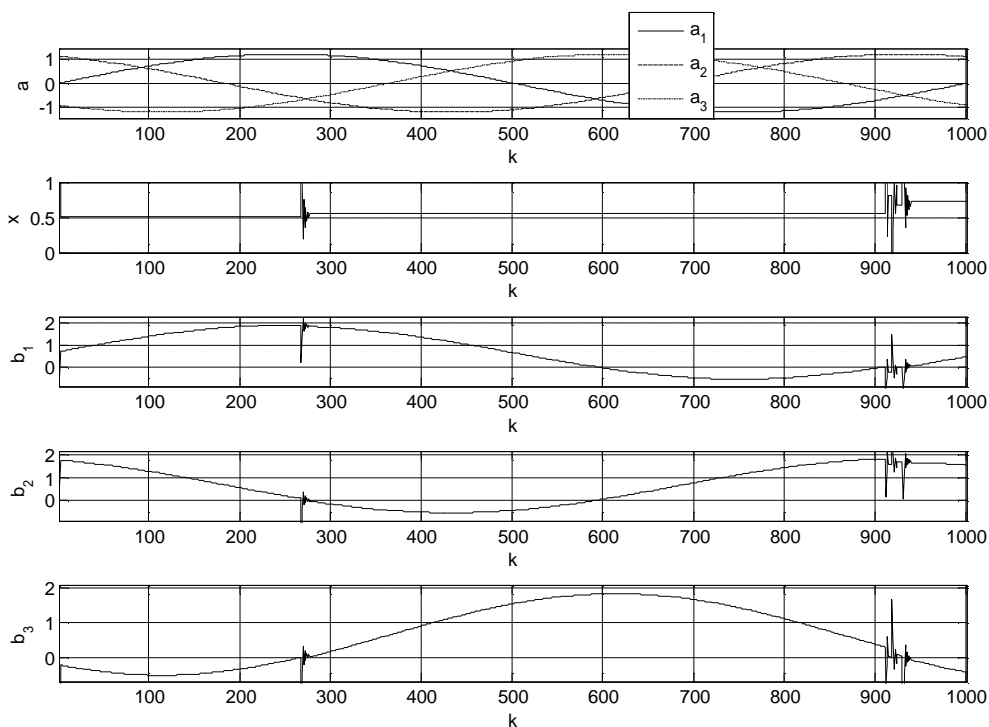


Рис. 1. Графіки вхідних сигналів і відповідних вихідних сигналів КВТА-нейронної схеми при

$$\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha^{(k)}, \text{ де } \alpha = 0.7$$

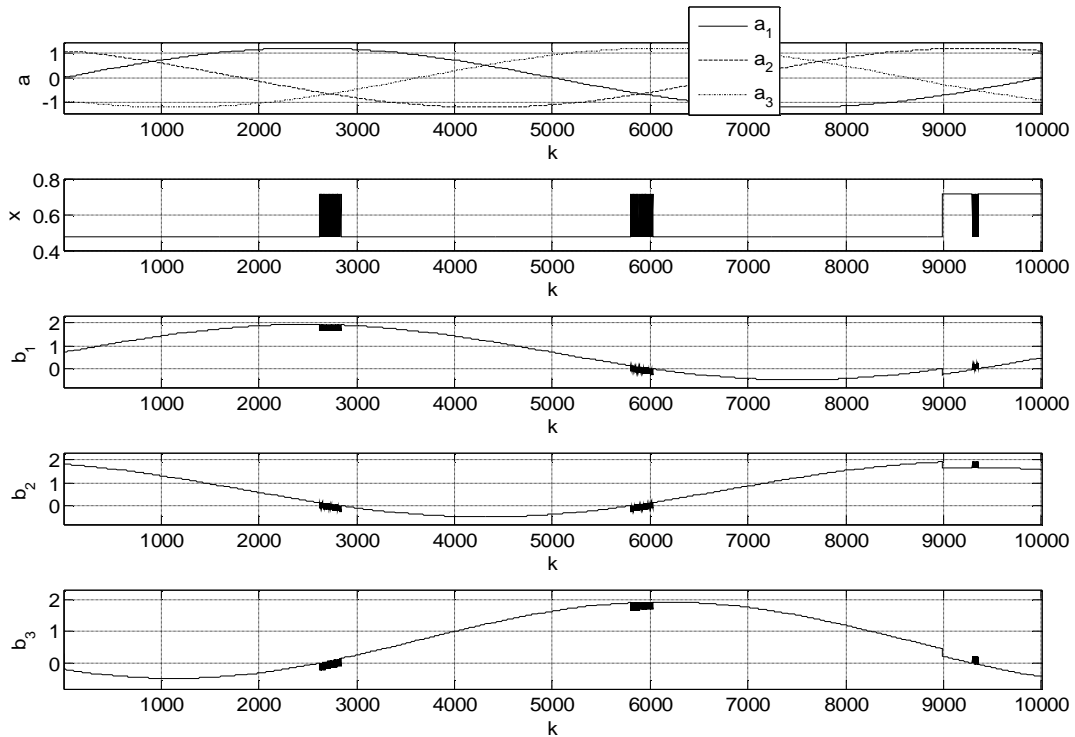


Рис. 2. Результати моделювання KWTN-нейронної схеми при $\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha$, де $\alpha = 0.1$

Динаміка заданих трьох вхідних сигналів, зсуву $x^{(k)}$ і відповідних вихідних сигналів часткового випадку моделі, що описується різницеvim рівнянням (9) і рівностями (6), а саме при $\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha$, $\alpha = 0.1$, представлена на рис. 2. Як можна побачити, траєкторія зсуву $x^{(k)}$ має частину з перехідним процесом в околі дискретної часової точки $k = 9000$ і три частини з так званим феноменом “вібрації” з тривалістю, меншою від періоду коливань вхідних сигналів.

У дискретних часових точках траєкторії $x^{(k)}$, у яких порушується умова $|\Delta x^{(k)}| = |x^{(k+1)} - x^{(k)}| < a_k - a_{k+1}$, у кожній часовій точці $k = k_1, k_1 + 1, \dots, k_1 + m_1$ існує вібрація зсуву $x^{(k)}$, де $l=1,2,3,4$ – кількість ітераційних або вібраційних процесів. Як можна побачити, і в цьому випадку два найбільші вхідні сигнали визначаються у кожній дискретній часовій точці $k \neq k_1, k_1 + 1, \dots, k_1 + m_1$.

Отже, результати моделювання показують, що описана модель KWTN-нейронної схеми придатна для ефективного визначення найбільших серед змінних у часі сигналів. Іншими словами, результати моделювання демонструють добру відповідність теоретичному прогнозу.

5. Висновки

У статті описано математичну модель нейронної схеми типу “K-winners-take-all”, призначеної для обробки дискретизованих сигналів. Модель, що функціонує на основі динамічного зсування вхідних сигналів, придатна для обробки будь-яких не рівних між собою сигналів із скінченними значеннями і володіє властивістю збереження впорядкування сигналів. Описану модель можна рекомендувати до використання за необхідності високих роздільної здатності і швидкості обробки сигналів широкого діапазону, незалежності від початкових умов і властивості збереження впорядкування сигналів. Отже, описана модель придатна для багатьох застосувань.

1. Bihl L. N. and Chong, H. C. A neural-network contention controller for packet switching networks, *IEEE Trans. on Neural Networks* 6 (1995) 1402-1410. 2. David H.A. *Order Statistics*, 2nd ed.

(New York: Wiley, 1980). 3. Hu X. and Wang J. An improved dual neural network for solving a class of quadratic programming problems and its k -winners-take-all application, *IEEE Trans. on Neural Networks*, 19 (2008) 2022-2031. 4. Kwon T. M. and Zervakis M. A parallel sorting network without comparators: A neural-network approach, in: *Proc. Int. Joint Conf. on Neural Networks*, Vol. 1 (1992) 701-706. 5. Lippmann R. P., Gold B. and Malpass M.L. A comparison of Hamming and Hopfield neural nets for pattern classification, *MIT Lincoln Laboratory Technical report TR-769* (1987) 1-37. 6. Liu S. and Wang J. A simplified dual neural network for quadratic programming with its KWTA application, *IEEE Trans. on Neural Networks*, 17 (2006) 1500-1510. 7. Marinov C. A. and Hopfield J. J. Stable computational dynamics for a class of circuits with $O(N)$ interconnections capable of KWTA and rank extractions, *IEEE Trans. on Cir. and Syst. I: Fundamental Theory and Applications* 52 (2005) 949-959. 8. Tymoshchuk P. and Kaszkurewicz E. A Winner-take-all circuit based on second order Hopfield neural networks as building blocks, in: *Proc. Int. Joint Conf. on Neural Networks*, Vol. II (2003) 891-896. 9. Tymoshchuk P. and Kaszkurewicz E. A winner-take-all circuit using neural networks as building blocks, *Neurocomputing* 64 (2005) 375-396. 10. Urahama K. and Nagao T. K -Winner-take-all circuit with $O(n)$ complexity, *IEEE Trans. on Neural Networks* 6 (1995) 776-778. 11. Yang J. F. and Chen C. M. A Dynamic K -Winners-Take-All Neural Network, *IEEE Trans. on Syst., Man and Cyb.* 27 (1997) 523~526. 12. Yen J. C., Guo J. I. and Chen H.-C. A new k -Winners-take all neural network and its array architecture, *IEEE Trans. on Neural Networks* 9 (1998) 901-912.

УДК 004.942

Р. Вовк, В. Процюк, В. Шекета

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу
кафедра програмного забезпечення автоматизованих систем

ФОРМАЛЬНИЙ ОПИС ПРОЦЕСУ КОНТРОЛЮ ЗАДОВОЛЕННЯ ТА ПОРУШЕННЯ ОБМЕЖЕНЬ В ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

© Вовк Р., Процюк В., Шекета В., 2011

Досліджено процес функціонування інтелектуальної навчальної системи засобами формальних методів теорії інформаційно-пошукових задач на основі обмежень. Побудовано множини, системи та ієрархії обмежень для статичних та динамічних навчальних проблем з виділеними станами, для яких описано можливі помилки рішень як результат порушення накладених обмежень з повідомленнями зворотного зв'язку.

Ключові слова – обмеження, ієрархія обмежень, правила, умова релевантності, умова задоволення.

The exploration of the functioning process for intelligible tutoring system by the means of constraints satisfaction problem formal methods is done. The sets, systems and hierarchies of constraints for static and dynamic learning problems with selected states is introduced with descriptions of possible solution errors, that are arising by violation of imposed constraints complemented with relevant feedback messages is proposed.

Keywords: constraints, constraints hierarchy, rules, relevancy condition, satisfaction condition.

Вступ

Інформаційно-пошукові задачі на основі обмежень (*CSP – constraints satisfaction problem*) [1, 2] формулюються шляхом накладання множини обмежень на деяку скінченну множину змінних. Для кожної змінної вводиться її домен, що містить множину її можливих значень. Інтерпретація обмеження полягає в контролі кортежів значень для відповідних наборів змінних. Обмеження за-яються явно або неявно, всі досліджувані множини змінних, доменів та обмежень є скінченними.