

# МЕТОДИ І АЛГОРИТМИ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

УДК 004.421.2:517.443

І. Процько

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра систем автоматизованого проектування

## СХЕМА АЛГОРИТМУ СИНТЕЗУ ГАРМОНІЧНИХ ДИСКРЕТНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ У ПІДСИСТЕМІ АНАЛІЗУ САПР

© Процько І., 2011

Розглянуто узагальнену блок-схему синтезу ефективного обчислення дискретних гармонічних перетворень, що здійснюється на основі циклічних згорток. Параметри твірної масиви базисної квадратної матриці використано в алгоритмі синтезу.

**Ключові слова:** синтез алгоритму, дискретні гармонічні перетворення, твірний масив, циклічна згортка.

The general block diagram of synthesis the efficient computation discrete harmonic transforms is considered. The computation of discrete harmonic transforms is performed on base of cyclic convolutions. The parameters of hash array a basis square matrix for algorithm synthesis are used.

**Keywords:** algorithm synthesis, discrete harmonic transforms, hash array, cyclic convolution.

### Вступ

У комп'ютерних системах проектування електронних засобів важливе значення надається тестуванню моделей електронних систем. Симулятор електронних схем дає змогу виконувати моделювання в реальному часі з інтерактивним тестуванням схем. Так, наприклад, в інтерактивній системі моделювання PROTEUS VSM (Labcenter Electronics) схемотехнічний редактор виконує графічний аналіз перехідних процесів, частотний аналіз, аналіз шуму, аналіз з перетворенням Фур'є [1]. Однак ці підсистеми САПР потребують вдосконалення і розширення функціональних можливостей таких систем аналізу.

Одним з напрямів розширення аналізу є можливість ефективного перетворення довільних обсягів для різних видів дискретного базису гармонічних перетворень. Базисна квадратна матриця  $W(k,n)$  дискретних гармонічних перетворень

$$X = W^* x, \quad (1)$$

може набувати вигляду:

$W(k,n) = \exp(-j2\pi kn/NT)$ , дискретного перетворення Фур'є (ДПФ);

$W(k,n) = \cos(2\pi kn/NT) = (\cos(2\pi kn/NT) + \sin(2\pi kn/NT))$ , дискретне перетворення Хартлі (ДПХ);

$W(k,n) = c(n)x(n)\cos[\pi(2k+1)n/2NT]$ , дискретного косинусного перетворення (ДКП),

$W(k,n) = c(n)x(n)\sin[\pi(2k+1)n/2NT]$ , синусного перетворення (ДСП),

$$c(n) = \begin{cases} 2^{-1/2}, & \text{якщо } n=0; \\ 1, & \text{в інших випадках;} \end{cases}$$

де  $n, k=0, (1), \dots, N-1$ ;  $x(N)$  та  $X(N)$  – матриці-стовпці вхідних та вихідних даних;  $T$  – інтервал дискретизації;  $N$  – обсяг перетворення.

Дослідження і розвиток загальних підходів ефективного обчислення дискретних гармонічних перетворень (ДГП) послідовностей довільного обсягу дасть можливість виконувати спектральний, кореляційний, кепстральний аналіз залежностей у підсистемі САПР. Одним з підходів є застосування циклічних згорток для ефективного виконання дискретних гармонічних перетворень, що полягає в декомпозиції дискретної базисної матриці на циклічні підматриці [2, 3].

### Постановка проблеми

Важливим напрямом розвитку підсистеми аналізу є застосування дискретних гармонічних перетворень, до яких належать дискретні перетворення Хартлі (ДПХ), косинусне перетворення (ДКП), синусне перетворення (ДСП) над послідовностями дійсних даних та дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) з використанням комплексних величин. Для ефективного обчислення вихідних коефіцієнтів гармонічних перетворень потрібно дослідити алгоритмічні підходи до організації та проведення обчислювального процесу на основі програмних засобів. Одним з таких підходів є узагальнена схема ефективного обчислення дискретних гармонічних перетворень на основі циклічних згорток [4].

Розроблення узагальненої схеми алгоритму синтезу дискретних гармонічних перетворень вимагає: аналізування особливостей базису перетворення на основі періодичності та симетрії гармонік, що є елементами базису; формування матриці аргументів базису за твірним масивом, що визначає структури базисних матриць і відповідні еквівалентно-структурні матриці знаків для перетворення послідовностей довільного обсягу.

### Узагальнена схема синтезу гармонічних дискретних перетворень

Підсистема аналізу САПР для виконання дискретних гармонічних перетворень на основі циклічних згорток містить (рис. 1) два базові компоненти: блок синтезу (SU), блок обчислення (PU), входи  $x(n)$  та виходи  $X(k)$  для інформаційних послідовностей даних перетворення в PU. Число  $N$  з множини натуральних чисел задає вид та обсяг перетворення і подається на SU.

Алгоритм дискретних перетворень синтезується у SU за відповідним алгоритмом (рис. 2). На початку необхідно за  $N$  визначити приналежність  $N$  до підмножини цілих чисел простим зсувом бінарного коду обсягу перетворення. Множина натуральних чисел розподілена на підмножини  $S_i$  ( $i=1,2,3,4,5$ ), де  $S_1=p$  - прості,  $S_2=p \cdot x_1 \dots x_j$  - непарні складені,  $S_3=2p$  - парні,  $S_4=4p$ ,  $S_5=8p$ ,  $S_6=2^n$  - парні, кратні двом.

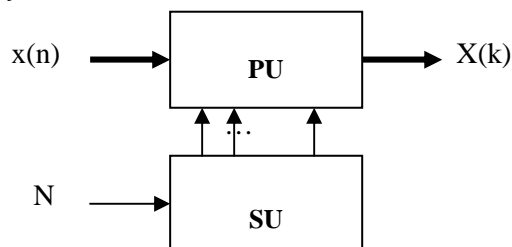


Рис. 1. Структура засобів обробки підсистеми аналізу

Наступним кроком синтезу в SU є визначення твірного масиву  $P(n)$  для значення обсягу перетворення  $N$

$$P(n) = P(n_1) P(n_2) \dots P(n_k), \quad (2)$$

де  $k$  – кількість твірних підматриць,  $n$  – обсяг масиву, який дорівнює  $n = \{N/2\} - 1$  для косинусної частини ДПФ;  $n = N - 1$  для ДПХ;  $n = 2N - 1$  для ДКП, де  $\{ \}$  – ціла частина з округленням залежно від  $S_i$ . Елементами твірного масиву  $P(n)$  є цілі значення в межах від 1 до  $N - 1$ , а кількість твірних підматриць пов'язана з розкладом обсягу  $N$  відповідно на підмножини  $S_i$ . Масив  $P(n)$ , можна одержати з використанням підстановки за першим  $i=1, 2, \dots, n$  та відповідним  $k_i$ -рядком, що формується за (3)

$$k_i = (k * i) \bmod N. \quad (3)$$

Властивості симетрії та періодичності базису гармонічного перетворення забезпечують ефективніше представлення меншими значеннями елементів твірних підмасивів  $P'(n)$  з доповненнями відповідних підмасивів знаків  $Z(n)$ . Підматриці знаків  $Z(n)$  містять значення елементів, що дорівнюють  $+1, -1, 0$ . Отже, структуру базисної матриці можна задати за допомогою елементів декомпозиції – спрощеного твірного масиву індексів  $P'(n)$  та масиву знаків  $Z(n)$ :

$$P'(n) = P'(n_1) P'(n_2) \dots P'(n_k), \quad (4)$$

$$Z(n) = Z(n_1) Z(n_2) \dots Z(n_k), \quad (5)$$

Далі виконується визначення відповідних параметрів на основі твірному масиву  $P'(n)=P'(n_1)P'(n_2)\dots P'(n_k)$  для заданого обсягу  $N$  і виду перетворення.

$$\begin{aligned} P(n_1) &= (n_{11}, n_{12}, n_{13}, \dots, n_{1L1}), \\ P(n_2) &= (n_{21}, n_{22}, n_{23}, \dots, n_{2L2}), \\ &\dots, P(n_k) = (n_{kL1}, n_{kL2}, \dots, n_{kLk}), \end{aligned} \quad (6)$$

де  $n_{ij}$  – елемент підмасиву,  $L_i$  – кількість елементів у підмасиві  $P(n_i)$ . До таких взаємопов'язаних параметрів також належить:

- $k$  – кількість підмасивів у твірному масиві  $P'(n)=P'(n_1)P'(n_2)\dots P'(n_k)$ ;
- кількість елементів кожного твірному підмасиву  $(t_1), (t_2), \dots, (t_k)$ .

Наступним етапом у схемі є визначення загальної кількості підматриць та кількості горизонтально і вертикально розміщених однотипних підматриць, що входять в структуру базисної матриці перетворення. Обчислюється також значення першого елемента підматриці:

- загальна кількість підматриць  $m \geq k^2$  базової матричної структури;
- координати  $(v_{i,j})$  і відповідні значення  $(p_{11}), (p_{21}), \dots, (p_{m1})$  перших елементів підматриць в матричній структурі;
- кількість повторень однакових підматриць  $r < m$ , визначається за однаковими значеннями перших елементів у матричній структурі та належністю до відповідного твірному підмасиву;
- кількість підматриць, що починаються з  $(n_{ij})$  проміжного елемента твірному підмасиву  $P'(n_i)$ .

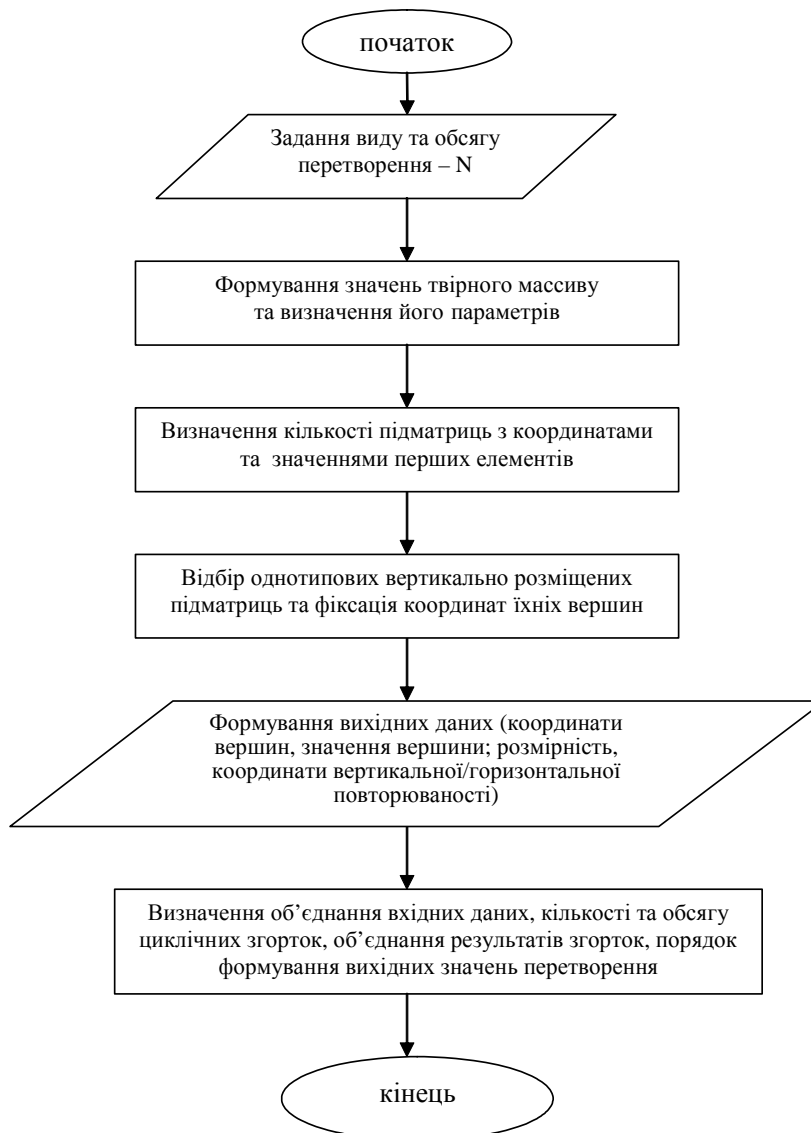


Рис. 2. Узагальнена схема синтезу алгоритму дискретних гармонічних перетворень на основі циклічних згорток

Сформований масив вихідних даних описує структуру розміщення підматриць у базисній матриці аргументів і відповідній матриці знаків і відповідно визначає процес проведення обчислення дискретного перетворення послідовностей довільного обсягу.

На завершальному етапі визначаються важливі складові організації обчислення дискретного перетворення, які реалізуюватимуться обчислювальними ресурсами ПУ.

### Конкретний приклад синтезу алгоритму обчислення

Розглянемо на основі узагальненої схеми приклад синтезу масиву вихідних даних матричної структури  $W$  обчислення косинусної частини ДПФ обсягу  $N=51$ .

$N$  відноситься до  $S2=p_i x p_j = 3 \times 17$ ;  $n = \{N/2\} - 1 = 26 - 1 = 25$ ;

Симетричне об'єднання вхідних даних  $x(i) + x(N-i)$ ,  $i = (1, 2(1), \dots, 25)$ ;

Формування значень твірною масиву за підстановкою. Елементами твірною масиву можуть бути значення  $n_{ij} = (1, \dots, 25)$ :

(1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25)

(2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 25 23 21 19 17 15 13 11 9 7 5 3 1)

$P(25) = P(n_1)P(n_2)P(n_3)P(n_4)P(n_5) = (1, 2, 4, 8, 16, 19, 13, 25) (3, 6, 12, 24) (5, 10, 20, 11, 22, 7, 14, 23) (9, 18, 15, 21) (17)$ . Твірний масив складається з підмасивів  $P(n_2), P(n_4), P(n_5)$ , які містять елементи, кратні 3, 17;

Визначення параметрів:  $k=5$  – кількість підмасивів у твірному масиві;

$t_1=8, t_2=4, t_3=8, t_4=4, t_5=1$ ;  $t_i$  – кількість елементів у підмасивах  $P(n_i)$  задають обсяг циклічних згорток.

Відбір однотипних вертикально розміщених підматриць:

$m \geq k^2 = 25$  загальна кількість підматриць  $m=33$ ;

координати  $(v_{i,j})$  і відповідні значення  $(p_{11}), (p_{21}), \dots, (p_{m1})$  перших елементів підматриць у матричній структурі;

Відповідність координат  $(i, j)$  елементам твірною масиву  $P(n_i)$ :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

(1, 2, 4, 8, 16, 19, 13, 25) (3, 6, 12, 24) (5, 10, 20, 11, 22, 7, 14, 23) (9, 18, 15, 21) (17).

Координати перших елементів підматриць  $i+t_i, j+t_i$  ( $t_i$  – вибирається за належністю до твірною підмасиву значення перших елементів підматриць у матричній структурі, які обчислюються за відповідністю координат  $(i, j)$  елементам твірною масиву  $(n_i \times n_j) \bmod N$ , а у випадку одержання значення, більшого за  $\{N/2\}$ , спрощується за виразом  $N - [(n_i \times n_j) \bmod N]$  (подано у табл. 1).

Таблиця 1

( $i+t_i, j+t_i$ ) - $n_{ij}$ (координати рядок/стовпець) – значення першого елемента підмасиву					
(1,1) - 1;	(1,9) - 3;	(1,13) - 5;	(1, 21) - 9;	(1,25) - 17;	
	(5,9) - 3;		(5,21) - 9;		
(9,1) - 3;	(9,5) - 3;	(9,9) - 9;	(9,13) - 15;	(9,17) - 15;	(9,21) - 24;
					(9,25) - 0;
(13,1) - 5;	(13,9) - 15;	(13,13) - 25;	(13,21) - 6;	(13,25) - 17;	
	(17,9) - 15;		(17,21) - 6;		
(21,1) - 9;	(21,5) - 9;	(21,9) - 24;	(21,13) - 6;	(21,17) - 6;	(21,21) - 21;
(25,1) - 17;		(25,9) - 0;	(25,13) - 17;		(25,21) - 0;
					(25,25) - 17;

Відбір за координатами перших елементів однакових підматриць по горизонталі:

(9,1) - 3; (9,5) - 3; для  $P(n_2) = (3 \ 6 \ 12 \ 24)$ ,  $[x(1), x(2), x(4), x(8)] + [x(16), x(19), x(13), x(25)]$ ;

(21,1) - 9; (21,5) - 9; для  $P(n_4) = (9 \ 18 \ 15 \ 21)$ ,  $[x(1), x(2), x(4), x(8)] + [x(16), x(19), x(13), x(25)]$ ;

(9,13) - 15; (9,17) - 15; для  $P(n_4) = (15 \ 21 \ 9 \ 18)$ ,  $[x(5), x(10), x(20), x(11) + x(22), x(7), x(14), x(23)]$ ;

(21,13) - 6; (21,17) - 6; для  $P(n_2) = (6 \ 12 \ 24 \ 3)$ ,  $[x(5), x(10), x(20), x(11) + x(22), x(7), x(14), x(23)]$ ;

(25,9) - 0; (25,21) - 0; для  $P(n_5) = (0)$ ,  $[x(3) + x(6) + x(12) + x(24) + x(9) + x(18) + x(15) + x(21)]$ ;

(25,1) - 17; (25,13) - 17; (25,25) - 17; для  $P(n_5) = (17)$ ,  $[x(1) + x(2) + x(4) + x(8) + x(16) + x(19) + x(13) + x(25)]$ ,

$[x(5) + x(10) + x(20) + x(11) + x(22) + x(7) + x(14) + x(23)]$ .

Виконуються додавання вхідних значень для виконання однієї згортки.

Відбір за координатами перших елементів однакових підматриць по вертикалі:

(1,9) - 3; (5,9) - 3; для  $P(n_2) = (3 \ 6 \ 12 \ 24)$ ,  $[x(3), x(6), x(12), x(24)]$

(13,9) - 15; (17,9) - 15; для  $P(n_4) = (15 \ 21 \ 9 \ 18)$ ,  $[x(3), x(6), x(12), x(24)]$

(1, 21) - 9; (5, 21) - 9; для  $P(n_4) = (9 \ 18 \ 15 \ 21)$ ,  $[x(9), x(18), x(15), x(21)]$

(13,21) - 6; (17,21) - 6; для  $P(n_2) = (6 \ 12 \ 24 \ 3)$ ,  $[x(9), x(18), x(15), x(21)]$

(1,25) - 17; (13,25) - 17; (25,25) - 17; для  $P(n_5) = (17)$ ,  $x(17)$ .

Виконання однієї згортки для однакових вертикальних підматриць. Решта циклічних згорток виконуються за своїми параметрами на основі визначених координат.

Об'єднання результатів згорток:

- результат 8-точкової згортки з координатами (1,1) додається до двох 4-точкових однотипних згорток з (1,9), (5,9) додається до 8-точкової згортки з (1,13), додається до двох 4-точкових однотипних згорток з (1, 21), (5,21) додається до 8-точкового вектора з (1,25);
- результат 4-точкових об'єднаних згорток з координатами (9,1)+(9,5) додається до 4-точкової згортки з (9,9) додається до 4-точкових об'єднаних згорток з (9,13)+(9,17), додається до 4-точкової згортки з (9,21), додається до 4-точкового вектора з (9,25);
- результат 8-точкової згортки з координатами (13,1) додається до двох 4-точкових однотипних згорток з (13,9), (17,9) додається до 8-точкової згортки з (13,13), додається до двох 4-точкових однотипних згорток з (13, 21), (17,21) додається до 8-точкового вектора з (13,25);
- результат 4-точкових об'єднаних згорток з координатами (21,1)+(21,5) додається до 4-точкової згортки з (21,9), додається до 4-точкових об'єднаних згорток з (21,13)+(21,17), додається до 4-точкової згортки з (21,21), додається до 4-точкового вектора з (21,25);
- результат об'єднань з координатами (25,1)+(25,13)+(25,25) додається до об'єднань з (25,9)+(25,21).

Одержані вихідні значення перетворення відповідають порядку відповідно значень твірного масиву: X(1), X(2), X(4), X(8), X(16), X(19), X(13), X(25), X(3), X(6), X(12), X(24), X(5), X(10), X(20), X(11), X(22), X(7), X(14), X(23), X(9), X(18), X(15), X(21), X(17).

У табл. 2 наведені основні члени класу Sectioner об'єктно-орієнтованої програми виконання аналізу підматриць для синтезу алгоритму обчислення гармонічного дискретного перетворення [5].

Таблиця 2

```

/**
 * Base class that implements all calculation functions */
class Sectioner
{
protected:

TDataType m_iSize; /**Size of input data*/
TDataType m_iBaseSize; /**Number used to calculate matrix*/
TDataType m_iWorkLine; /**index of row with first '1'*/
TDataType* m_pMovesArray; /**pointer to moves array*/
TDataType m_iMovesCyclesCount; /**count of cycles of moves array*/
TDataType* m_pMovesCyclesArray; /**pointer to array with sizes of each moves
cycle*/
TDataType* m_pSubMatrixLine; /**pointer to array with first line of current
submatrix*/
bool *m_pSignesLine; /**pointer to array with signes of current submatrix*/
TDataType* m_pRowHeights; /**pointer to result of submatrixes of current
column */

// used for optimization
TDataType m_iNumCalculatedRows; /**count or calculated submatrixes in current
column*/
TDataType* m_pFirstElements; /**first elemnts of calculated submatrixes in
current column, used for searching similar rows*/
TFloatDataType* m_pTempResult; /**pointer to current Temp result */
TFloatDataType* m_pCurrentTempResult; /**pointer to current result */
/***/

virtual void CreateMovesCylcle(const TDataType iFirstElem, TDataType*
pDataArray, TDataType& iLineSize) = 0; /** creates cycle for moves array */

virtual void CreateSubmatrixCylcle(const TDataType iFirstElem,
TDataType* pDataArray, bool *pSignes, TDataType& iLineSize) = 0; /** creates
first line of submatrix */

```

Можливості високорівневих мов програмування з опрацювання твірних масивів дають змогу ефективно реалізовувати етапи синтезу алгоритму ДПГ.

### Висновки

У роботі розглянуто алгоритм синтезу обчислення дискретного гармонічного перетворення для дійсного базису даних. В основу синтезу покладено використання твірного масиву і його параметрів, що приводить до однотипного підходу виконання з використанням циклічних згорток. Результати розробленої програмної моделі можуть застосовуватись для створення підсистем гармонічного аналізу в різноманітних засобах інформаційних технологій. Алгоритм синтезу дає змогу розпаралелювати процес обчислення на етапі аналізу однотипних підматриць та проектувати розподіл завантаження ресурсів паралельних структур у блоці обчислення, підвищуючи швидкодію опрацювання інформації. Визначення твірного масиву не потребує спеціальних обчислень і визначається на основі двох рядків матриці аргументів дискретного базису. Окреме обчислення циклічних згорток, на який структуровано базисну матрицю, і подальше об'єднання одержаних результатів може виконуватись на рівні грубозернистого паралелізму. Однак запропонований алгоритм синтезу вимагає опрацювання варіантів для середніх та великих обсягів перетворення з метою створення збалансованіших у вимірах мультиплікативної та адитивної складових обчислювальної складності.

Адаптування алгоритму до вхідного значення обсягу перетворення, гнучкість у послідовно-паралельному виконанні циклічних згорток, можливість паралельного виконання операцій на етапах синтезу алгоритму дискретного перетворення є перевагами запропонованого підходу синтезу і виконання ефективного обчислення ДПГ.

1. [Електронний ресурс]. – Режим доступу. *labcenter.com*. 2. Процько І.О., Ефективне обчислення дискретних косинусних перетворень // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка": Комп'ютерні системи проектування. – № 591, 2007. – С.58-63. 3. Процько І.О., Підхід ефективного обчислення дискретних гармонічних перетворень через циклічні згортки // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка": Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика. – № 626, 2008. 4. Макклеллан Дж. Х., Рейдер Ч. М. *Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов: пер. с англ.* – М.: Радио и связь, 1983. 5. Никифорчин Р.Б., Процько І.О., *Формування блочно-матричних структур для алгоритмів гармонічного перетворення даних* // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка": Автоматика, вимірювання та керування. – № 530, 2005. – С.175-180.