УДК 004.942

[1]В. Пасічник, [2]Н. Іванущак
[1]Національний університет "Львівська політехніка",
[2]Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

ЕВОЛЮЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ВІЗУАЛІЗАЦІЯ КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖ У СЕРЕДОВИЩІ PROCESSING

Наведено дослідження комп'ютерних інтернет-мереж на основі концепції статистичної фізики складних мереж, теоретичні обґрунтування та симуляції з використанням математики як інструменту та мови аналізу, розглянуто методику та здійснено моделювання росту та структуризації локальних мереж, результати якого узгоджуються з емпіричними даними.

Ключові слова: комп'ютерні мережі, стохастичний граф, статистичне моделювання.

The paper presents the investigative of computer internet-networks, based on the concepts of statistical physics of complex networks, theoretical studies and simulations, using mathematics as a tool and analysis language, the technique was considered and modeling of the growth and structure of local networks was performed, the results are consistent with the empirical data.

Key words: computer networks, stochastic graph, statistical modeling.

Постановка проблеми

Метою роботи є розв'язання задачі, яка має істотне значення для створення нових методів математичного моделювання, а саме – дослідження і обґрунтування підходів, які дають змогу ідентифікувати структуру і параметри моделей локальних комп'ютерних мереж на основі даних спостережень.

Основною причиною актуальності теорії складних мереж є результати сучасних робіт з опису реальних комп'ютерних, біологічних і соціальних мереж. Властивості багатьох реальних мереж суттєво відрізняються від властивостей класичних випадкових графів з рівноймовірними зв'язками між вузлами, і тому вони будуються на основі зв'язаних структур та степеневих розподілів.

У теорії складних мереж виділяють три основні напрями:

– дослідження статистичних властивостей, які характеризують поведінку мереж;

– створення моделей мереж;

– прогнозування поведінки мереж при зміні їх структурних властивостей.

Складні мережі застосовуються для моделювання об'єктів і систем, для яких інші способи дослідження (з допомогою спостереження і активного експерименту) є недоцільними або неможливими.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Моделювання мереж з використанням апарата теорії графів є важливим напрямком дискретної математики [1]. В останні роки зросла зацікавленість дослідників до складних мереж з великою кількістю вузлів, зокрема до комп'ютерних мереж, структура яких нерегулярна, складна і динамічно розвивається в часі [2]. Для таких мереж доводиться генерувати стохастичні графи з величезною кількістю вершин. У загальному вигляді модель комп’ютерної мережі являє собою випадковий граф, закон взаєморозміщення ребер і вершин для якого задається розподілом ймовірностей.

Сьогодні сформульовано чотири основні підходи до моделювання складних мереж:

– випадкові пуассонівські графи та узагальнені випадкові графи [3];

– марковські випадкові графи і модель блукання по «графові графів» з ймовірностями, які пропорційні бажаним властивостям [4];

– модель «тісного світу» Ватса і Строгатса [5] та її узагальнення, еволюційна модель росту мережі Барабаші і Альберта [6];

– модель Прайса [7].

Перші три підходи передбачають генерацію випадкового графу із заздалегідь відомим числом вершин і заданими ймовірнісними властивостями.

Ймовірнісна модель комп’ютерної мережі

Комп’ютерна мережа зображується у вигляді графу G, який визначається як сукупність (V, E) кінцевої множини вершин V, $\dim(V) = N$, і множини ребер E, яка складається із невпорядкованих пар (u, v) де $u, v \in V$ і $u \neq v$. Кожна вершина характеризується своїм ступенем, тобто числом інцидентних їй ребер. Впорядкований список ступенів вершин називається ступеневою послідовністю.

Інтегральною характеристикою комп’ютерної мережі є закон розподілу ступенів p_k, який задає ймовірність того, що випадково вибрана вершина має ступінь k. Ступеневу послідовність для неорієнтованого графу зручно подати у формі

$$d = \left(k_1^{n_1}, k_2^{n_2}, ..., k_s^{n_s}\right), \tag{1}$$

де числа k_i є ступенями вершин, а показник n_i визначає кількість повторів числа k_i у послідовності. Так, наприклад $\left(3^1, 2^2, 1^4\right) = (3,2,2,1,1,1,1)$. Такий запис дає змогу пов’язати дискретний розподіл ступенів вершин p_k зі ступеневою послідовністю d у формі

$$p_k \overset{def}{=} P[x = k_i] = n_i / N .$$

У загальному випадку мається на увазі, що ступенева послідовність є монотонно незростаючою, однак у випадку генерації комп’ютерних мереж ця вимога не є обов’язковою.

У моделі випадкових графів [3] ребро, яке інцидентне довільним двом вершинам, присутнє або відсутнє з рівною ймовірністю, а тому розподіл p_k буде біноміальним або (у границі за N) пуасонівським. Однак більшість реальних мереж має структуру відмінну від структури випадкових графів, що позначається на характері розподілу ступенів вершин. Зокрема, у багатьох реальних мережах емпіричний розподіл ступенів вершин інтерпретується в термінах ступеневого розподілу $p_k = k^{-\gamma} / \zeta(\gamma)$, де ζ – функція Рімана відіграє роль нормуючої константи. Цей розподіл характеризується єдиним параметром γ, який визначає швидкість спадання «хвоста» розподілу.

Для здійснення процесу моделювання комп’ютерної інтернет-мережі використовувались характеристики конкретних мереж, а саме «BW-Star & FoxNet», «DSS-Group» в м. Чернівцях та «Авеню» в м. Сумах, подані в табл. 1. Ступінь вузла k задає кількість ребер інцидентних конкретній вершині, а n_k – кількість вершин у графі із заданим k. За цими даними побудований розподіл ступенів вершин, поданий у вигляді гістограми на рис.1. На рис. 2 здійснено апроксимацію «хвостів» розподілів ступенів вершин досліджуваних мереж та встановлені для них значення параметра степеневого розподілу: $p_k = k^{-2.2}$ для мережі «BW-Star & Fox Net» та $p_k = k^{-1.5}$ для мережі «Авеню».

Таблиця 1

Характеристики комп'ютерних мереж

	«BW Star & Fox Net » в м. Чернівцях						«Авеню» в м.Сумах [8]		«DSS-Group» в м.Чернівцях	
	2005		2008		2011					
	N=272		*N=588*		*N=915*		*N=747*		*N=2023*	
k	n_k	p_k	n_k	p_k	n_k	p_k	n_k	p_k	n_k	p_k
1	207	0.761	401	0.682	614	0.671	631	0.840	1242	0.613
2	13	0.048	37	0.063	59	0.064	5	0.007	224	0.110
3	5	0.018	48	0.082	79	0.086	18	0.024	220	0.110
4	10	0.036	28	0.047	51	0.056	13	0.017	79	0.040
5	14	0.051	19	0.032	22	0.024	15	0.020	68	0.033
6	3	0.011	14	0.024	33	0.036	13	0.017	35	0.017
7	6	0.022	6	0.010	9	0.010	9	0.012	46	0.022
8	8	0.029	8	0.014	8	0.009	15	0.020	26	0.012
9	2	0.007	8	0.014	10	0.011	3	0.004	13	0.006
10	2	0.007	6	0.010	6	0.006	6	0.008	21	0.010
11	2	0.007	6	0.010	8	0.009	2	0.003	10	0.005
12	0	0	2	0.003	7	0.008	3	0.004	14	0.007
13	0	0	2	0.003	3	0.003	4	0.005	8	0.004
14	1	0.004	1	0.001	3	0.003	6	0.008	9	0.004
15	0	0	2	0.003	3	0.003	4	0.005	4	0.002

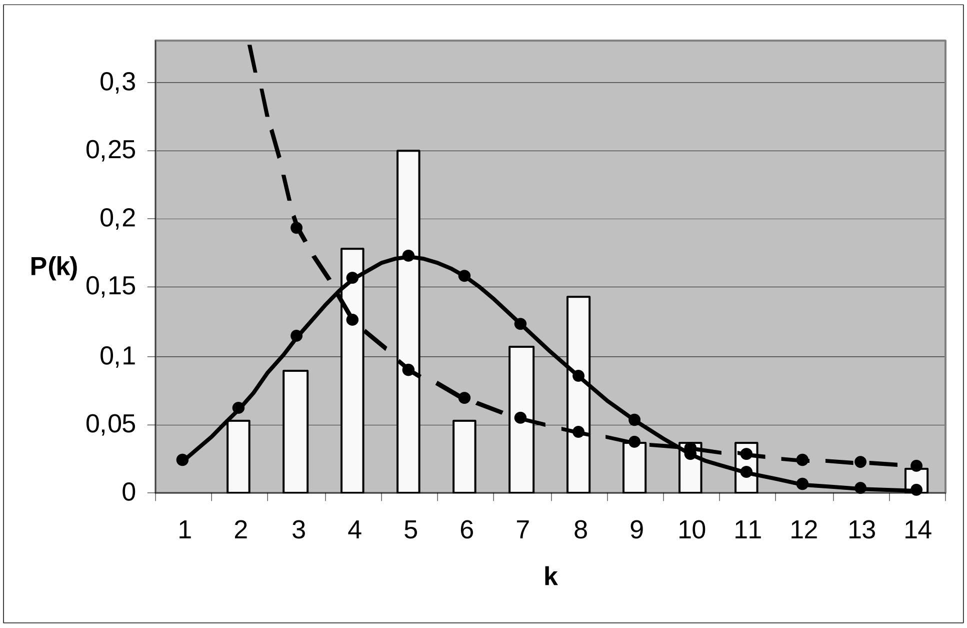


Рис.1. Розподіл ступенів вершин мережі «BW-Star & Fox Net» (гістограма) порівняно з розподілом Пуассона (суцільна лінія) і степеневим законом $p_k = k^{-2.2}$ *(штрихована лінія)*

Для здійснення процесу моделювання проводиться вибірка ймовірностей приєднання вузлів як розподілів ступенів вершин мереж p_k для реальних комп'ютерних мереж відповідно до табл. 1.

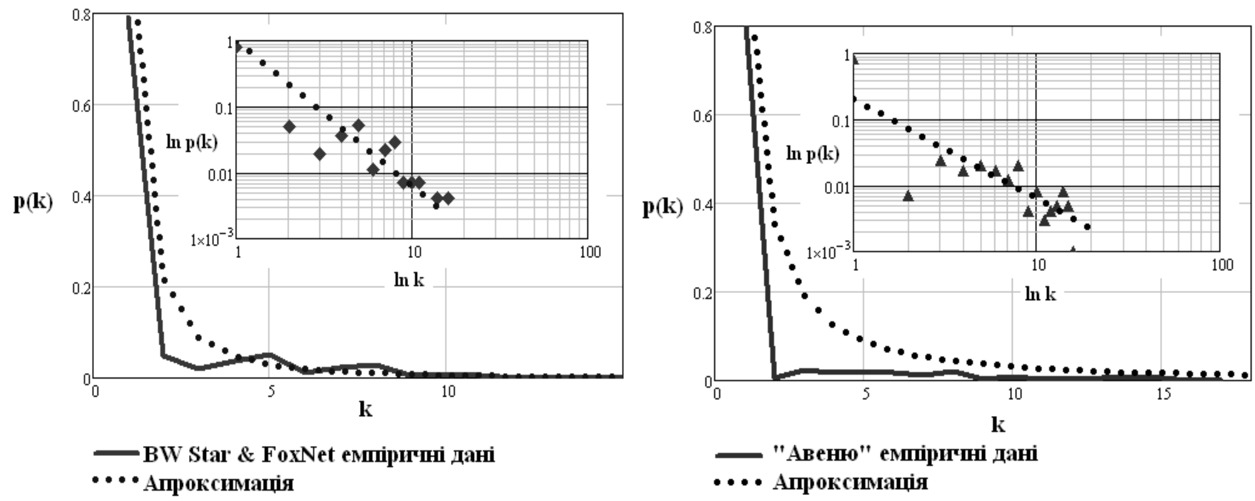


Рис. 2. Апроксимація «хвостів» розподілів ступенів вершин досліджуваних мереж

У процесі досліджень ми мали можливість простежити за розвитком та структуризацією комп'ютерної мережі «BW-Star & Fox Net» в часі. Характеристики цієї мережі в різні часові проміжки наведено в табл. 1. Якщо на початку становлення мережа займала проміжне місце між масштабною з пуасонівським розподілом ступенів вершин та безмасштабною мережами (рис.1), то з часом відбувається ріст та структуризація системи, розподіл ступенів вершин для неї вже інтерпретується в термінах степеневого розподілу $p_k = k^{-\gamma}$, причому значення показника $\gamma = 2{,}4$ практично залишається незмінним за останні роки в період з 2008 по 2011 рік, що вказує на те, що топологічні властивості мережі вже перебувають у стійкому стаціонарному стані. Отже, якщо мережа достатньо структуризована, то в процесі її розвитку змінюється кількість вершин n_k із заданим ступенем вузла k, рівно як і загальна кількість N користувачів мережі, однак ймовірності приєднання цих вершин p_k залишаються практично незмінними, забезпечуючи тим самим степеневий розподіл ступенів верши $p_k = k^{-\gamma}$ з незмінним показником степеня γ .

Спосіб генерації комп'ютерної мережі для заданого закону розподілу ступенів вершин

Параметри узагальненої конфігураційної моделі:

N – число вершин у мережі;

s – число класів вершин;

$i \in \{1,2,3,..., s\}$ – позначає конкретний клас вершин;

n_i – число вершин *i*-го класу;

k_i – ступінь вершини *i*.

Оскільки розподіл ступенів вершин p_k задано, то зведемо обчислювальну процедуру до таких операцій:

• сформуємо ступеневу послідовність d, вибираючи s чисел n_i згідно із заданим розподілом p_k, де $i = \overline{1, s}$;

• кожній вершині i графа присвоїмо k_i «заготовок» (кінців) для майбутніх ребер;

• зі ступеневої послідовності випадково отримуються пари «заготовок». Вони з'єднуються ребром у тому випадку, якщо нове ребро не приведе до утворення ребер-циклів (петель) або мультиребер. Якщо ребро згенероване, то відповідні індекси із ступеневої послідовності видаляються;

• попередній крок повторюється доти, поки ступенева послідовність не стане порожньою;

• укладають граф, розміщуючи вершин з найбільшими ступенями приєднання в центрі графу, а вершини з меншими ступенями радіально розташовуються від центру до периферії за зменшенням їх ступенів;

• зв'язки між вузлами заповнюються послідовно, починаючи з вершин з найбільшою кількістю ребер.

Остання умова забезпечує об'єднання всіх вузлів у єдину структуру стохастичного графу, що відображає факт обов'язкового приєднання всіх користувачів у реальну локальну комп'ютерну мережу.

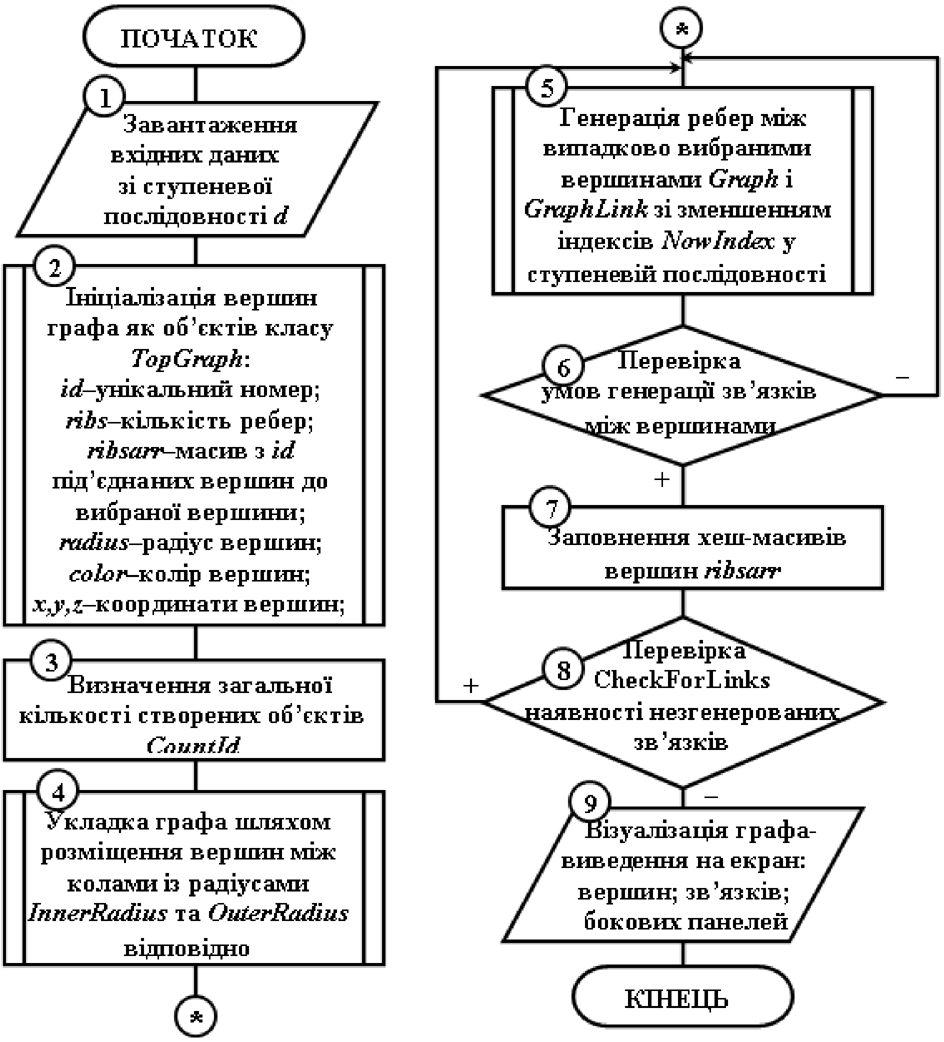


Рис. 3. Блок-схема програмної реалізації алгоритму моделювання

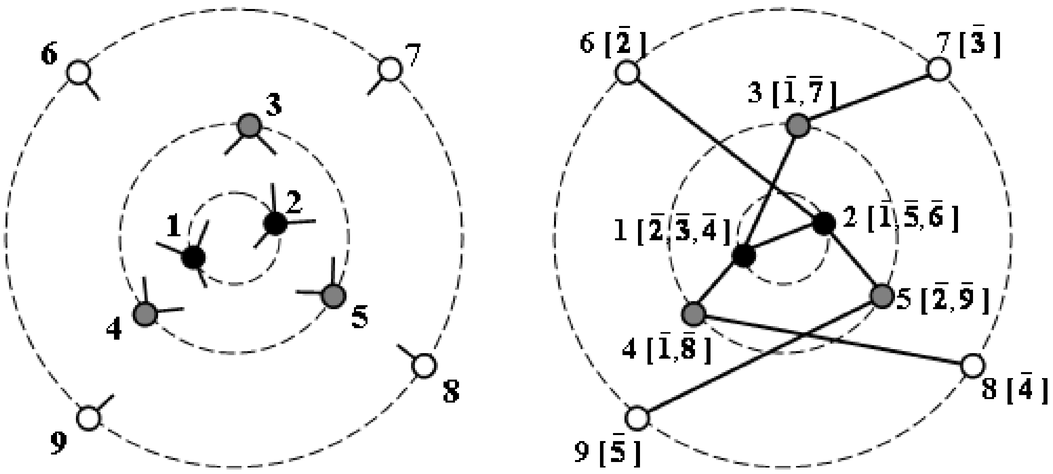
На основі розподілу p_k довільний граф можна побудувати $\prod_i k_i!$ різними способами, оскільки «заготовки» для майбутніх ребер нерозрізнимі. Отже, цей процес з рівною ймовірністю генерує довільну можливу конфігурацію мережі із заданим розподілом ступенів вершин p_k.

Перевагою цього алгоритму є його універсальність, оскільки за його допомогою можливо побудувати мережу з довільним розподілом ступенів вершин.

Наведемо приклад побудови графу за сформованою ступеневою послідовністю (1) у вигляді:

$$d = \left(3^2, 2^3, 1^4\right). \tag{2}$$

Перший крок – нумеруються усі вершини із заданої послідовності. У центрі графу розміщуються вершини з найбільшим ступенем вершин $k = 3$, навколо яких послідовно розташовуються вершини з нижчими ступенями приєднання вузлів. Наступним кроком є генерація ребер E, тобто процес випадкового з'єднання пар заготовок вершин. При цьому відслідковуються утворення нових ребер, щоби у графі не з'явилися мультиребра. Це здійснюється завдяки тому, що при генерації ребра індекси, які йому відповідають, зі ступеневої послідовності видаляються і формуються правила заборони, тобто для кожної вершини зберігаються номери усіх суміжних з нею вершин для того, щоб не дозволити повторне з'єднання вузлів, між якими уже згенероване ребро.



а *б*

Рис. 4. Побудова графа за заданою ступеневою послідовністю

На рис. 4, а кожній вершині графа присвоєно k_i (i = 1, 2, 3) «заготовок» для майбутніх ребер, на рис. 4, б зображений граф, згенерований одним зі способів; числа в квадратних дужках демонструють заборону з'єднання з вузлом відповідного номера після утворення ребра. Граф, який відповідає ступеневій послідовності (2), може бути побудований $1! \cdot 2! \cdot 3! = 12$ різними способами.

Цей алгоритм реалізований у Processing, який є загальнодоступною мовою програмування і середовищем для високоякісної візуалізації зображень, анімацій та їх взаємодій. Являє собою предметно-орієнтовану мову програмування, засновану на java з простим Сі-подібним синтаксисом. Створений як елемент для основ програмування у контексті візуалізації, у розпорядженні інструменти для побудови графічних, 3D-об'єктів, робота зі світлом, текстом, інструментами трансформації.

Комп'ютерний експеримент

Результатом програмної реалізації запропонованого алгоритму є власне комп'ютерна мережа, зображена у вигляді стохастичного графу з відомим числом вершин і заданим розподілом ймовірностей їх приєднання.

Робота алгоритму моделювання, адекватність описання моделлю реальної структури проілюстрована шляхом генерації графа з використанням характеристик реальних комп'ютерних мереж BW-Star & Fox Net та DSS-Group в м. Чернівцях. За вибіркою визначено розподіли таких числових характеристик для реальних мереж:

1) кількість вершин у мережі n_k з різними ступенями їх приєднання;
2) впорядкований список ступенів вершин у вигляді ступеневої послідовності $d = \left(k_1^{n_1}, k_2^{n_2}, ..., k_s^{n_s}\right)$ для моделювання стохастичного графу;
3) відповідні ймовірності $p_1, p_2, p_3, ..., p_s$ приєднання вершин з різними ступенями k_i ($i = \overline{1, s}$) у мережу.

Вибірка здійснювалася за емпіричними розподілами ступенів вершин, які інтерпретуються в термінах степеневого розподілу $p_k = k^{-\gamma}$, на її основі здійснено процес моделювання мережі з подальшою можливістю порівняння результатів моделювання з характеристиками досліджуваних мереж, наведеними у табл.1, та оцінювання адекватності описання моделлю реальної структури.

Провівши апроксимацію «хвостів» розподілів ступенів вершин, що проілюстровано на рис.2, та визначивши тим самим показники γ для різних локальних комп'ютерних мереж, зокрема $\gamma = 2{,}4$ для мережі «BW-Star & Fox Net», $\gamma = 1{,}5$ для мережі «Авеню» та $\gamma = 2{,}1$ для мережі «DSS-Group», здійснено моделювання цих мереж за відомим показниковим $p_k = k^{-\gamma}$ розподілом ймовірностей приєднання користувачів у мережу з відповідними γ. Як ілюстрація на рис. 5 наведено приклади візуалізації стохастичних графів, які відображають властивості досліджуваних комп'ютерних мереж. Для здійснення процесу динамічної візуалізації використовувався оригінальний алгоритм укладання графу, який, на нашу думку, дає найбільш інформативне відображення структури та властивостей комп'ютерних мереж.

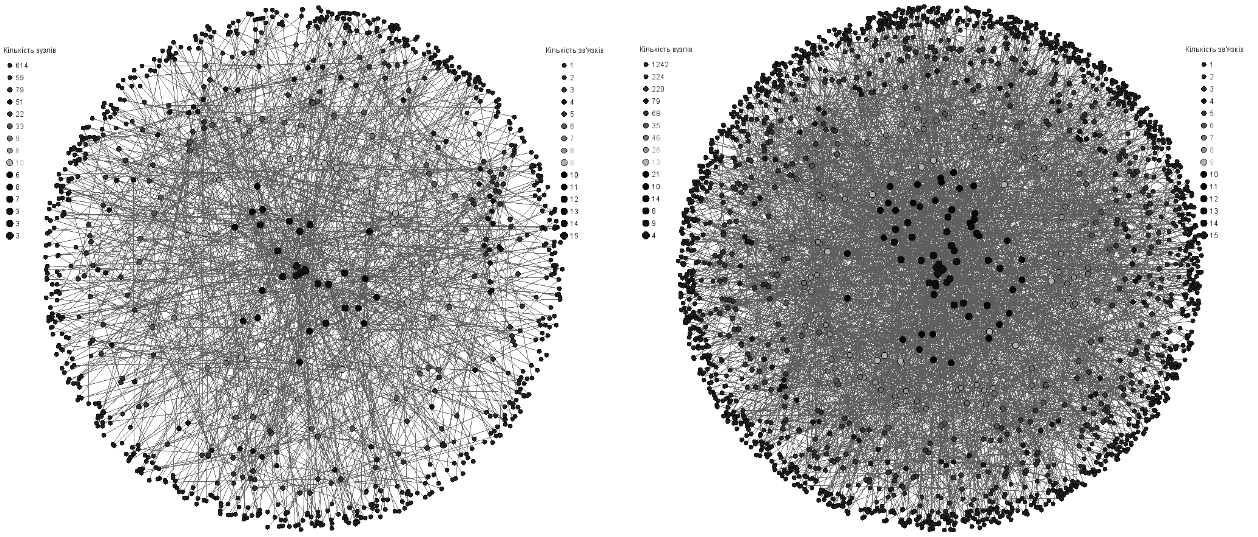


Рис. 5. Приклади графів, які відповідають мережам з різними законами залежності $p_k = k^{-\gamma}$ *:*
(а) $\gamma = 2{,}4$, $N = 915$*; (б)* $\gamma = 2{,}1$, $N = 2023$.

На рис. 5 вершини з різними ступенями приєднання k зображено різними кольорами, їх кількість у згенерованій мережі винесено на панель ліворуч, кількість зв'язків, які відповідають кожній вершині, відображено на панелі праворуч.

З рис. 5 бачимо, що для малих значень параметра розподілу γ мережа кластеризується в один більший зв'язаний кластер, аніж у випадку з більшими значеннями γ. Завдяки тому, що основний внесок у мережу роблять користувачі, для яких ступінь приєднання у мережу $k = 1$, то середній ступінь мережі

$$\langle k \rangle = \sum_k k \cdot p_k \ ,$$

знайдений у такий спосіб, є порівняно малою величиною. Для мережі «BW-Star & Fox Net» його значення $\langle k \rangle = 1{,}997$. Слід зазначити, що для переважної більшості комп'ютерних інтернет-мереж середній ступінь $\langle k \rangle$ в силу тих самих причин набуватиме малих значень. Щодо параметра γ показника степеня степеневого розподілу, то його значення може бути різним. Більшим – у менш розгалужених систем з порівняно малою кількістю серверів, світчів з багатьма зв'язками k і, навпаки, великою кількістю користувачів з $k=1$. Меншим – у більш структуризованих мережах, у структурі яких є достатня кількість вершин з великими ступенями k (рис.5б), таких як мережа DSS-Group у м. Чернівцях.

Для обґрунтування результатів комп'ютерного експерименту обчислені середні значення коефіцієнтів кластерності систем:

$$\langle C \rangle = \frac{c_k n_k}{N},$$

де c_k – локальна величина коефіцієнта кластерності. Для мережі «BW-Star & Fox Net» $\langle C \rangle = 0{,}032$, для мережі «Авеню» $\langle C \rangle = 0{,}081$. Мале значення $\langle C \rangle$ вказує на низьку кореляцію у локальних комп'ютерних мережах. Згідно з результатами комп'ютерного експерименту середній ступінь вузла $\langle k \rangle$ і коефіцієнт кластерності $\langle C \rangle$ мають тенденцію до повільного збільшення за розростання мережі.

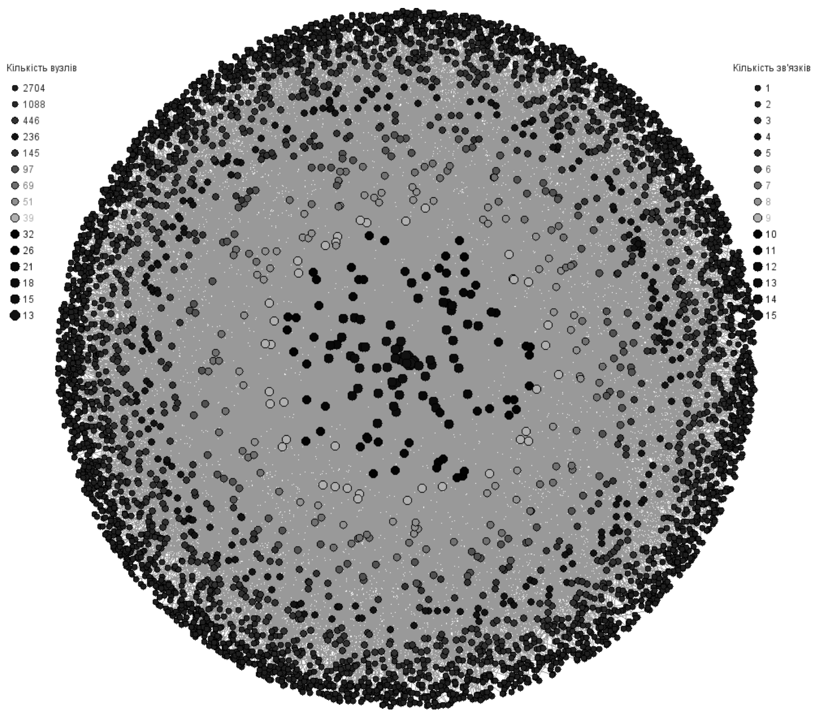


Рис. 6. Стохастичний граф для $p_k = k^{-2.2}$ *при* $N = 5000$.

На рис. 6 зображено стохастичний граф, який відображає стан реальної комп'ютерної мережі з $p_k = k^{-2.2}$ в момент з кількістю зв'язків у ній $N = 5000$. Мережа достатньо структуризована, на периферії велика кількість вузлів з $k=1$, які позначають користувачів. Запропонований алгоритм та його програмна реалізація дають змогу генерувати комплексні мережі з природною кількістю зв'язків у них $N \sim 10^3 \div 10^5$.

Прогнозовані результати розвитку мережі

Необхідно знати і вміти моделювати не тільки структуру зв'язків у певний момент часу, але і динаміку мережі з конкретним розподілом зв'язків за достатньо великий проміжок часу. Запропонований в роботі алгоритм дає змогу прогнозувати розвиток мережі. Наприклад, відслідковуючи динаміку становлення мережі «BW-Star & Fox Net» за останні роки, наведену в табл..1, здійснивши процес моделювання за визначеним для неї інтегральним законом розподілу ймовірностей $p_k = k^{-2,4}$ та щорічним приростом $\Delta N \approx 110$ зв'язків цієї мережі, можна обчислити прогнозовану кількість користувачів, серверів та комутаторів у ній у 2014 р (табл. 2).

Таблиця 2

Прогнозована кількість зв'язків у мережі

$N = 1245$	k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	n_k	751	271	89	45	26	17	12	8	6	5	4	3	3	3	2

Результати, отримані при вивченні моделі, можна переносити на реальну структуру, якщо модель її адекватно описує. Питання про адекватність, точність та достовірність змодельованої системи і досліджуваних реальних комплексних мереж вивчалося шляхом зіставлення, порівняння та оцінки їх числових характеристик (кількості вузлів з різними ступенями k , ймовірності об'єднання у мережу). За міру розкиду даних вибиралася дисперсія або середній квадрат відхилення $\left(\sigma^2\right)$, який характеризує відхилення випадкових значень від середньої величини у цій вибірці. У роботі питання про адекватність моделі встановлюється через зіставлення оцінок усередненого апроксимованого та реального розподілів ступенів вузлів p_k згідно з формулою:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(p_k - \overline{p})^2 .$$

Розкид даних для мережі «BW-Star & Fox Net» у різні часові проміжки, наведених у табл.1, порівняно з усередненими апроксимованими оцінюється значеннями $\sigma^2 = 0.0057$ для даних 2005 року, $\sigma^2 = 0.0013$ – для даних 2008 року та $\sigma^2 = 0.0012$ – для даних 2011 року, що у відсотковому відношенні становить $7.5 \div 3.5\,\%$ мінливості варіаційного ряду.

На основі проведених числових розрахунків можна дійти висновку про адекватність описання моделлю реальних мереж.

Такі моделі використовуються, зокрема, для опису поширення епідемій (наприклад, таких, як грип або ВІЛ) у соціальних мережах [9]. Алгоритми моделювання, запропоновані в цій роботі, мають стати засобом для вироблення підходів до діагностики процесів поширення комп'ютерних вірусів у комп'ютерних мережах та дослідження вразливості та стійкості останніх до спрямованих атак.

Аналіз реальних безмасштабних мереж WWW та Інтернету [10,11], метаболізму [12], мережі харчування [13] демонструє неабияку їх стійкість до вилучення вузлів: тобто ці мережі виявляють несподіваний ступінь стійкості за випадкових уражень. З іншого боку, за планових сценаріїв нанесення шкоди або вірусних атаках мережа стає надзвичайно вразливою.

Висновок

Завдяки дослідженням вивчений підхід до моделювання динаміки розвитку та становлення комп'ютерних мереж з використанням апарату складних мереж. У межах запропонованої схеми розроблене програмне забезпечення у середовищі Processing для моделювання комплексних комп'ютерних мереж.

У процесі роботи проаналізовано вплив статистичних характеристик мереж на структуру та властивості модельних стохастичних графів, які їх зображають. Сформульований в роботі підхід до моделювання дає можливість згенерувати випадкові графи з відомим заздалегідь числом вершин і заданими ймовірнісними властивостями.

Отримані оцінки, використані алгоритми моделювання та обґрунтованість застосування математичного апарату дають змогу зробити висновок про точність та адекватність запропонованої моделі до реальних структур.

Запропоновані в роботі алгоритми моделювання можуть бути використані для розв’язання задачі про стійкість безмасштабних комп’ютерних мереж до спрямованих атак та поширення вірусів у них.

1. Нікольський Ю.В. Дискретна математика [Текст] / Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина. – Львів: «Магнолія – 2006», 2009. – 432 с. 2. Newman, M.E.J. The Structure and Function of Complex Networks [Text] / M.E.J. Newman // SIAM Review. – 2003. – Vol. 45. – N. 2. – P. 167–256. 3. Erdős, P. On the evolution of random graphs [Text] / P. Erdős, A. Renyi // Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences. – 1960. – Vol. 5. – P. 17–61. 4. Frank, O. Markov graphs [Text] / O. Frank, D. Strauss D // Journal of the American Statistical Association. – 1986. – Vol. 81. – P. 832–842. 5. Watts, D.J. Collective dynamics of “small–world” networks [Text] / D.J. Watts, S.H. Strogatz // Nature. – 1998. – Vol. 393. – P. 440–442. 6. Barabasi, A–L. Emergence of scaling in random networks [Text] / A.–L. Barabasi, R. Albert // Science. – 1999. – Vol. 286. – P. 509–512. 7. Price, D.J. de S. A general theory of bibliometric and other cumulative advantage processes [Text] / D.J. de S. Price // Journal of the American Society for Information Science. – 1976. – Vol. 27. – P. 292–306. 8. Головач Ю. Складні мережі [Текст] / Ю. Головач, О. Олємской, К. фон Фербер, Т. Головач, О. Мриглод, І. Олємской, В. Пальчиков // Журнал фізичних досліджень. – 2006. – т.10. – № 4. – с. 247 – 289. 9. Sloot, P.M.A. Stochastic simulation of HIV population dynamics through complex network modeling [Text] / Sloot P.M.A., Ivanov S.V., Boukhanovsky A.V., D.A.M.C. van de Vijver c and C.A.B. Boucherc // International Journal of Computer Mathematics. – 2008. – Vol. 85, N. 8. – P.1175–1187. 10. Albert, R. Error and attack tolerance of complex networks [Text] / R. Albert, H. Jeong, A.–L. Barabasi // Nature (London). – 2000. – Vol. 406. – P. 378 – 381. 11. Tu, Y. How robust is the Internet? [Text] / Y Tu. // Nature (London). – 2000. – Vol. 406. P. 353 – 354. 12. Jeong, H. The large–scale organization of metabolic networks [Text] / H.Jeong, B.Tombor, R. Albert, Z. N. Oltvai, A.–L. Barabasi // Nature (London). – 2000. – Vol. 407. – P. 651 – 654. 13. Sole, R. V. Complexity and fragility in ecological networks [Text] / R.V. Sole, J. M. Montoya // Proc. R. Soc. Lond. – 2001. – B 268. – P. 2039 –2045.