УДК 519.15:621.372

В. Різник
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизованих систем управління

ПЕРСПЕКТИВИ ЗАСТОСУВАННЯ ЗАКОНУ ЕЛЕҐАНТНИХ ОБЕРТОВИХ СИМЕТРІЙ-АСИМЕТРІЙ ДЛЯ КОДУВАННЯ ВЕКТОРНИХ ДАНИХ

Показана можливість застосування закону “елеґантних” обертових симетрій-асиметрій, а саме: комбінаторних конфігурацій, таких, як одно- і багатовимірні ідеальні кільцеві в’язанки (ІКВ) для розроблення високопродуктивних систем кодування векторних даних та розширення сфери застосування комбінаторних методів оптимізації в сучасних інформаційних технологіях.

Ключові слова: обертова симетрія-асиметрія, ідеальна кільцева в’язанка (ІКВ), ІКВ-монолітний код, поля Ґалуа, кодування, векторні дані, оптимізація.

It is shown possibility for application an “elegant” circular symmetry-asymmetries law, namely combinatorial configuration such as one- and multidimensional “Ideal Ring Bundles” (IRB)s for development high performance vector data coding, and enhancement the area of application of the combinatorial methods for finding optimal solutions for wide classes of problems into modern information technologies.

Key words: central symmetry-asymmetry, ideal ring bundle (IRB), IRB-monolithic code, Galois field, coding, vector data, optimization.

Вступ

Успішне розв’язання багатьох актуальних питань комп’ютерної інженерії та інформаційних технологій пов’язано з умілим використанням математичних моделей синтезу та оптимізації системних об’єктів, процесів, пристроїв перетворення інформації, що ґрунтуються на унікальних властивостях комбінаторних конфігурацій з нееквідистантною структурою, зокрема ідеальних кільцевих в’язанок (ІКВ) як зручних математичних моделей для проектування пристроїв інформаційної техніки з поліпшеними показниками за роздільною здатністю, надійністю, діапазоном роботи. Відомо, що між будовою ІКВ та алгебричною структурою деяких скінченних полів існує теоретичний зв'язок, з якого випливають положення щодо необхідних і достатніх умов існування взаємно відповідних комбінаторних конфігурацій. Це значною мірою допомагає виявляти нові теоретичні та прикладні можливості комбінаторних методів оптимізації систем, що визначає актуальність проблеми дослідження алгебричної структури полів Ґалуа за допомогою ідеальних кільцевих в’язанок.

Формулювання проблеми

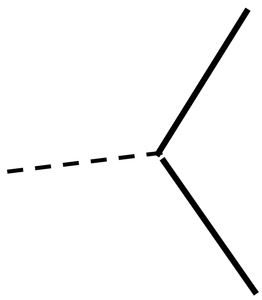
Сьогодні відомі проблеми, пов’язані з необхідними та достатніми умовами існування ІКВ, їх переліком, ізоморфними й неізоморфними перетвореннями тощо. Важливим питанням залишається швидка побудова ІКВ з тисячами і десятками тисяч елементів, а також синтез багатовимірних ІКВ. Згадані питання доцільно розв’язувати на основі наявного зв’язку теорії ІКВ з властивостями скінченних полів. Одночасно існує проблема розв’язання оберненої задачі, а також встановлення можливості синтезу та класифікації останніх за допомогою ІКВ. Перший крок у напрямку подолання цієї проблеми полягає в дослідженні властивостей алгебричної структури полів Ґалуа шляхом встановлення певних критеріїв відповідності між структурами ІКВ та полів Ґалуа.

Мета дослідження

Метою дослідження є встановлення критеріїв відповідності між згаданими конфігураціями порівнянням комбінаторних властивостей структури ІКВ з алгебричною структурою полів Ґалуа, що дасть змогу виявляти нові теоретичні та прикладні можливості комбінаторних методів оптимізації інформаційних технологій, пристроїв і систем на основі ідеї "досконалих" комбінаторних конструкцій, зокрема застосування ІКВ для кодування векторних даних.

Закон ансамблів "елеґантних" симетрії-асиметрій

Геометричну довершеність реального простору-часу термінами "система-симетрія-гармонія" як замкненої циклічної структури зручно розглядати двома різновидами симетричних фігур – з ланцюжковою та кільцевою структурами, кожна з яких обіймає однакову кількість n рівновіддалених між собою точок [1]. Кількість способів упорядкованого розбиття ланцюжкової фігури на дві підмножини вичерпується числом: $C_л = (n - 1)$, тоді як кільцевої - $C_к = n\ (n - 1)/2$. Тому система з кільцевою структурою, на відміну від ланцюгової, забезпечує можливість реалізації в $n/2$ раз більшої кількості способів декомпозиції її на підмножини без порушення зв'язків всередині обох підмножин, причому число $C_к$ збігається з кількістю очікуваних симетричних відстаней між точками, просторове місцезнаходження кожної з яких описується t координатами в t- вимірному просторі. Під "довершеною" пласкою симетричною системою будемо розуміти фігуру обертової симетрії, що складається з двох "довершених" пласких асиметричних фігур зі спільним центром симетрії. Під "довершеною" пласкою асиметричною фігурою слід розуміти систему нерівномірно віддалених між собою променів, що виходять з однієї спільної точки, утворюючи множину кутових відстаней, яка вичерпує натуральний ряд фіксоване число разів. Легко показати, що найменша кутова відстань (крок квантування) α_{min} залежить від порядку n обертової симетрії $\alpha_{min} = 360^o/(1-n+n^2)$. Тривіальним випадком виродженої (сингулярної) довершеної симетричної системи є фігура, яка має обертову симетрію порядку $n = 3$ (рисунок).



Довершена симетрична система "обертова симетрія–асиметрія" порядку $n = 3$

Система "обертова симетрія – асиметрія" (рис.1) складається з трьох ($n = 3$) симетрично розміщених відносно центральної точки променів, що утворюють дві циклічні системи відліку пласких кутів, кратних натуральному ряду з кроком квантування $(1)\cdot 360^o$ та $(1/3)\cdot 360^o$ відповідно, де 1 і 1/3 – перші два члени "довершеного" числового ряду. Суть ідеї "довершеного" розбиття простору-часу полягає в досягненні максимальної комбінаційної різноманітності утворюваних пропорцій, кратних натуральному ряду. Оскільки йдеться про системний підхід, досліджуване явище стосується симетричних об'єктів і процесів будь-якої фізичної, біологічної, чи іншої природи. Йдеться про системне дослідження ролі "довершеної" обертової симетрії в розбудові Всесвіту.

Механізм "згортання-розгортання" багатовимірних просторів за участі обертової симетрії-асиметрії випливає з дивовижної властивості "довершеної" обертової симетрії–асиметрії, що закладена самою її природою: можливість квантування простору-часу шляхом її розбиття на дві асиметричні частини, як правило, різної парності, у кожній з яких закодована можливість "перебудови" та подальшого розвитку структури в циклічній багатовимірній структурі простору-часу за умови дотримання певних співвідношень між порядком обертової симетрії, числом елементів в асиметричних частинах, а також числом циклічних вимірів та їхніми розмірами [2]. У математичному сенсі це означає існування взаємно однозначної відповідності між довершеною обертовою симетрією та багатовимірними довершеними циклічними структурами. Наприклад, фігурі у вигляді трьох асиметрично розміщених точок на колі, що розділяють його довжину за циклічною пропорцією $(1:4:2)$ і є частиною точок фігури з обертовою симетрією сьомого $(1+4+2=7)$ порядку, відповідає двовимірна фігура, що набуває вигляду системи "твірних" точок ((1,1), (0,1), (0,2)) на поверхні тора з розмірами матриці 2×3, множина всіх циклічних сум яких “покриває” множину всіх вузлів цієї матриці, де координати вузлів визначаються за вищезгаданою пропорцією з урахуванням модулів 2 та 3 відповідно для першої та другої складових новоутвореної фігури. Аналогічно здійснюється перетворення й фігури, що має вигляд асиметрично розміщених точок за циклічною пропорцією (1:1:2:3) і є другою частиною точок фігури з обертовою симетрією сьомого порядку. Координатами “твірних” точок цієї двовимірної фігури тепер постає послідовність “твірних” точок з координатами ((1,1),(1,1),(0,2),(1,0)), множина всіх циклічних сум яких “покривають” координати усіх вузлів двовимірної матриці тора з розмірами 2×3 рівно двічі. Таким чином, обертовій симетрії сьомого порядку взаємно однозначно відповідає система взаємно спряжених двовимірних циклічних матриць, побудованих згідно закону “довершеного” розподілу “твірних” точок. Здійснені нами дослідження дивовижних за своєю красою та досконалістю властивостей “довершеної” симетрії-асиметрії із залученням методів сучасної алгебричної теорії чисел та комбінаторного аналізу дозволяє стверджувати про наявність як завгодно численних довершених обертових симетрій надвисоких порядків, багатовимірної гармонії й відповідно - “квантових світів” багатовимірного простору з вищезгаданими властивостями, що підтверджується як теоретичними розрахунками, так й комп’ютерним експериментом.

Дослідження алгебричної структури полів Ґалуа

Різноманітність алгебричних моделей монолітного коду при існуючій многовидності їх інтерпретацій через циклічні блок-схеми, різницеві множини, скінченні афінні та проективні площини, матриці Адамара [2] та інші комбінаторні об’єкти вимагають розробки єдиного підходу до методів синтезу згаданих числових моделей. Один із таких підходів базується на використанні для побудови ІКВ властивостей полів Ґалуа та геометрій над ними. Нагадаємо деякі властивості полів Ґалуа [3].

Для всякого степеня простого числа p і будь-якого $n \ge 1$ існує єдине з точністю до ізоморфізму скінченне поле $GF(p^n)$, тобто поле зі скінченним числом елементів, де GF означає Galois Field.

Поле $GF(p^n)$ можна зобразити як множину всіх класів лишків за модулем довільного полінома $f(x)$ степеня n незвідного над полем $GF(p)$. Поліном $f(x)$ степеня $n \ge 1$ з коефіцієнтами із поля $GF(p)$ є незвідним над полем $GF(p)$, якщо його не можна записати у вигляді $f(x) = A(x) \cdot B(x)$, де $A(x)$ і $B(x)$ поліноми над $GF(p)$.

У полі $GF(q^s)$ всі його $q^s - 1$ ненульові елементи різні та утворюють циклічну групу за операцією множення.

Відомо, що первісний елемент x поля $GF(q^s)$ має максимально можливий період $q^s - 1$ елементів цього поля , а степені x^κ (κ =0, 1,..., $p^s - 2$) перебігають усі ненульові елементи $GF(q^s)$ [2]. Оскільки $x^{p^s - 1} \equiv 1$, то $x^{p^s} = x, x^{p^s + 1} \equiv x^2$ і т.д. Отже, мультиплікативна група (група за операцією множення) поля $GF(q^s)$ є циклічною.

Автоморфізми поля $GF(q^s)$ утворюють циклічну групу порядку s, яка породжується автоморфізмом $\alpha : x \to x^p$ для будь-якого $x \in GF(q^s)$.

Підполя поля $GF(p^n)$ – це поля $GF(p^m)$, де m ділить n. Для будь-якого n поле $GF(p^n)$ має єдине підполе $GF(p^m)$, що складається з елементів поля $GF(p^n)$, які задовольняють рівняння $z^{p^m} = z$. Первісний елемент x поля $GF(p^n)$ задовольняє рівняння $g(x) = 0$, де $g(x)$ – незвідний над $GF(p^m)$ поліном степеня n/m.

Наприклад, поле $GF(5^2)$ можна подати класами лишків за модулем $f(x)$, де $f(x)$ – незвідний над $GF(5^2)$ поліном степеня 2. Такими незвідними поліномами є $f_1 = x^2 - 2$ та $f_2 = x^2 + x + 1$. Тому утворюються два ізоморфні поля F_1 та F_2 з 25 елементами.

Поліном $f(x) = x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + 1$ незвідний над $GF(2)$. Отже, лишки $A(x) \ (\mathrm{mod}\ f(x))$ утворюють поле $GF(2^6)$ з 64 елементами. Первісним елементом в цьому полі є елемент x, а його степені дають ненульові елементи поля $GF(2^6)$: $1, x, x^2, ..., x^{62}$. Підполе

$GF(2)$ поля $GF(2^6)$ містить елементи 0, 1; $GF(2^2)$ – елементами $0,1,x^{21},x^{42}$ що задовольняють рівняння $z^4 = z$; $GF(2^3)$ – елементами $0,1,x^9,x^{18},x^{27},x^{36},x^{45},x^{54}$, де $z^8 = z$. Автоморфізми поля $GF(2^6)$ утворюють циклічну групу порядку 6, яка породжується автоморфізмом α: $z \to z^2 = (z)\alpha$ для будь-якого $z \in GF(2^6)$.

Простір всіх векторів $(a_0, a_1,..., a_s)$, $a_i \in F$, де F – довільне поле є проективною геометрією $PG(s,F)$ розмірності s над полем F, а підпростір розмірності $s-1$ називається гіперплощиною.

У полі $GF(q), q = p^r$ існує q^{s+1} векторів $(x_0,..., x_s)$, $x_i \in GF(q)$ таких, що кожен з $q^{s+1}-1$ ненульових векторів визначає одну з $(q^{s+1}-1)/(q-1)$ різних точок, і така ж кількість гіперплощин, причому кожна гіперплощина має $(q^s-1)/(q-1)$ різних точок, а утворений на спільних для двох різних гіперплощин підпростір розмірності $n-2$ містить $(q^{s-1}-1)/(q-1)$ точок.

(Теорема Зінгера) Гіперплощини геометрії $PG(s,q)$, $q = p^r$, які розглядаються як блоки, і точки як елементи, утворюють симетричну блок-схему з параметрами [1]:

$$v = \frac{q^{s+1}-1}{q-1}, \qquad k = \frac{q^s-1}{q-1}, \qquad \lambda = \frac{q^{s-1}-1}{q-1}. \tag{1}$$

Ця схема є циклічною, а точки у будь-якій гіперплощині визначають (v,k,λ)-— різницеву множину [2].

Для побудови ІКВ з параметрами $S_n = v$, $n=k$, $R=\lambda$, де S_n – сума елементів ідеальної кільцевої в'язанки, n – кількість елементів, R – число кільцевих сум з однаковими числовими сумами, необхідно знайти деякий незвідний над полем $GF(p^s)$ поліном, визначити первісний елемент x цього поля з максимально можливим періодом згаданого елемента та обчислити степені $x^0, x^1,\ldots, x^z$, ($z=q^{s-2}$), які повинні "пробігати" усі значення ненульових елементів $GF(p^s)$. Далі слід дослідити побудовану алгебричну структуру з метою визначення числових значень елементів ІКВ. Важливо дослідити можливості побудови різних варіантів (інваріантів) розподілу числових значень елементів ІКВ з однаковими параметрами, що ускладнюється із-за необхідності урахування різних полів, для яких різні поліноми відповідають ІКВ з однаковими параметрами. Наприклад, первісні поліноми $f_1(x)=x^2-2$ і $f_2(x)=x^2+x+1$ відповідають одному з варіантів ІКВ із фіксованими параметрами, тоді як для решти варіантів доводиться підбирати інші поліноми. Проблема ускладнюється ще й наявністю численних сімей ІКВ, варіанти яких не вдається "розмножувати" методами алгебричних перетворень.

Для дослідження комбінаторних властивостей розширених полів Ґалуа за допомогою ІКВ доцільно використати графічні відображення останніх .

Алгоритм побудови графічних моделей полягає ось у чому:

1) за параметрами ІКВ знайти первісний незвідний над полем Ґалуа поліном відповідного степеня;
2) визначити первісний поліном розширеного поля і обчислити усі ненульові елементи цього поля;
3) побудувати граф, вершинами якого є елементи $x^0, x^1,\ldots, x^z$, ($z=q^{s-2}$);
4) на побудованому графі обрати вершини, яким відповідають однакові значення коефіцієнтів при будь-якому з фіксованих степенів;
5) сполучивши усі сусідні пари вершин ребрами, отримати графічне відображення ІКВ у вигляді многокутника.

Наприклад, для ІКВ з параметрами $S_n = (q^{s+1}-1)/(q-1) = 21$, $n = (q^s-1)/(q-1) = 5$, $R = (q^{s-1}-1)/(q-1) = 1$, де $q = 2^2$, $s = 2$, $GF(q^{s+1}) = GF(2^6)$, поле $GF(2^2)$ 0, 1, c, c+1, де $c^2+c+1=0$, можна розглядати як розширення поля $GF(2)$. Первісний елемент x поля $GF(2^6)$ задовольняє рівняння $f(x) = x^3 + cx^2 + cx + c = 0$, де $f(x)$ – незвідний поліном над полем $GF(2^2)$ [3]. Позначивши для зручності обчислень $c + 1 = d$, легко знайти всі елементи цього поля (табл. 1).

Таблиця 1

Елементи поля $GF(2^6)$, утворені незвідним поліномом $f(x) = x^3 + cx^2 + cx + c = 0$

$x = x;$ $x^2 = x^2$ $x^3 = c + cx + cx^2$ $x^4 = d + x + x^2$ $x^5 = c + x + dx^2$ $x^6 = 1 + d$ $x^7 = x + dx^2$ $x^8 = 1 + x$ $x^9 = x + x^2$ $x^{10} = c + cx + dx^2$	$x^{11} = 1 + (c+1)x + dx^2$ $x^{12} = 1 + cx^2$ $x^{13} = c + 1 + cx + dx^2$ $x^{14} = 1 + cx + dx^2$ $x^{15} = 1 + dx^2$ $x^{16} = 1 + x^2$ $x^{17} = c + dx + cx^2$ $x^{18} = d + x$ $x^{19} = dx + x^2;$ $x^{20} = c + cx + x^2;$ $x^{21} = c.$

Багатовимірні комбінаторні структури

Встановимо теоретичний зв'язок багатовимірних ІКВ-кодів зі стандартними комбінаторними структурами [4] та формування кодових комбінацій на основі багатовимірних ідеальних кільцевих в'язанок для побудови тривимірних систем кодування. Елементами такої системи є послідовність упорядкованих числових 2-кортежів ((k_{11}, k_{21}, k_{31}), (k_{12}, k_{22}, k_{32}), ... , (k_{1i}, k_{2i}, k_{3i}), ... , (k_{1n}, k_{2n}, k_{3n})) з кільцевою топологією. Йдеться про систему кодування двовимірних векторів, графічно-числова модель якої має вигляд замкненої петлі.

Під 3D вектор-сумою розуміють результат арифметичного додавання чисел, обраних від кожного з n 3-кортежів з однойменними порядковими номерами, причому додавання здійснюють за відповідними модулями.

Нехай (k_{11}, k_{21}, k_{31}) = (0,1,0), (k_{12}, k_{22}, k_{32}) = (0,2,3), (k_{13}, k_{23}, k_{33}) = (1,1,2), (k_{14}, k_{24},k_{34}) = (0,2,2), (k_{15}, k_{25}, k_{35}) = (1,0,3), (k_{16}, k_{26}, k_{36}) = (1,1,1). Модель системи 3D кодування 6-го порядку (n=6) з кільцевою структурою набуває такого вигляду: ((0,1,0),(0,2,3),(1,1,2),(0,2,2),(1,0,3),(1,1,1)).

Розглянемо один з варіантів системи кодування, яка базується на кільцевій послідовності векторів ((0,1,0),(0,2,3),(1,1,2),(0,2,2),(1,0,3),(1,1,1)), де одна з координат 3D- вектора набирає значень цілих чисел {0,1}, друга -{0,1,2}, третя - {0,1,2,3,4}. В обчисленнях слід враховувати значення модулів m_1 = 2, m_2 = 3, m_2 = 5:

(0, 0, 0) ≡ (0,1,0) + (0,2,3) + (1,1,2) + (0,2,2) +(1,0,3),
(0, 0, 1) ≡ (0,2,2) + (1,0,3) + (1,1,1),
(0, 0, 2) ≡ (1,1,2) + (0,2,2) + (1,0,3),
(0, 0, 3) ≡ (0,1,0) + (0,2,3),
(0, 0, 4) ≡ (0,2,2) + (1,0,3) + (1,1,1) + (0,1,0) + (0,2,3),
(0, 1, 0) ≡ (0,1,0),
(0, 1, 1) ≡ (0,2,2) + (1,0,3) + (1,1,1) + (0,1,0),
(0, 1, 2) ≡ (1,0,3) + (1,1,1) + (0,1,0) + (0,2,3),
(0, 1, 3) ≡ (1,1,1) + (0,1,0) + (0,2,3) + (1,1,2) + (0,2,2),
(0, 1, 4) ≡ (0,1,3) + (1,1,1),
(0, 2, 0) ≡ (0,2,3) + (1,1,2) + (0,2,2) + (1,0,3),
(0, 2, 1) ≡ (1,1,1) + (0,1,0) + (0,2,3) + (1,1,2),
(0, 2, 2) ≡ (0, 2, 2), і т.д.
…………………….…………………………………….

Назвемо кільцевою вектор-сумою суму будь-якої кількості (від 1 до n-1) послідовно розміщених t-вимірних векторів кільцевої n-послідовності. Кільцева n-послідовність упорядкованих t-вимірних векторів, на якій множина кільцевих вектор-сум вичерпує множину значень усіх координат t-вимірної решітки фіксоване число разів, називатимемо t-вимірною ідеальною кільцевою в'язанкою (t-ІКВ), а утворену цією послідовністю систему циклічно впорядкованих векторів – досконалим t-вимірним "простороміром".

Результати теоретичних та експериментальних дослідження показують, що існує скільки завгодно багатовимірних досконалих циклічних співвідношень. Можна впевнено говорити про існування ансамблів таких співвідношень, число яких тим більше, чим більше елементів вони обіймають. За емпіричною оцінкою зростання кількості елементів у досконалих циклічних співвідношеннях на один порядок супроводжується збільшенням їх загальної кількості приблизно на три порядки, а з урахуванням усіх можливих варіантів багатовимірних моделей та їхніх симетричних перетворень – ця кількість навіть не піддається обчисленню. Згаданий закон є одним з фундаментальних законів фізичної природи світобудови, який не підвладний часу, оскільки в ньому відображені "споконвічна" досконалість та гармонія реального світу.

Перспективи розроблення високопродуктивних систем кодування векторних даних

Прикладом вдалого використання багатовимірних досконалих циклічних співвідношень в інформаційних та комунікаційних системах є створення нового класу кодів, названих "монолітними кодами" [4]. Для монолітного коду (МК) вводиться обмеження щодо розміщення "одиниць" і "нулів", за яким усі однойменні символи знаходяться поруч один одного (за винятком меж, що розділяють "одиниці" і "нулі"). МК набуває ряду істотних переваг за такими показниками, як швидкість формування комбінацій, завадостійкість, простота апаратної реалізації, простота перетворення форми коду в інший код тощо. Забезпечення максимальної потужності МК досягається завдяки відповідному розподілу вагових розрядів, здійснюваного аналогічно до правил розміщення позначок на шкалі ідеального кутоміра. За таких умов МК вичерпує множину способів формування комбінацій, що одночасно зі збільшенням його потужності зводить до мінімуму інформаційну надлишковість. Під монолітним розуміють код, комбінації якого побудовані виключно на послідовностях інформаційних "одиниць", тому поява між ними хоча б одного "нуля" миттєво вказує на появу помилки, не потребуючи жодних додаткових дій (контрольних перевірок) і, отже, забезпечує надвисоку швидкодію щодо виявлення і виправлення помилок, збільшуючи при цьому інформаційну надійність.

Система кодування 3D-векторів на базі ІКВ ((0,1,0), (0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3), (1,1,1)) наведена в табл. 2, з якої випливає, що кільцева послідовність ((0,1,0),(0,2,3),(1,1,2),(0,2,2),(1,0,3),(1,1,1)) утворює кодову матрицю з розмірами 2×3×5, який містить усі кільцеві вектор-суми, числові значення яких вичерпують значення її координат. Описана система кодування 3D-векторів є монолітним кодом.

Дослідження, пов'язані з проблемою існування, переліку та синтезу дво- та багатовимірних систем перетворення форми сигналів в монолітний код, дають підстави для створення новітніх апаратно-програмних засобів та систем з розширеними функціональними можливостями, що базуються на векторних інформаційних технологіях, проектування ефективних систем перетворення форми інформації, розроблення спеціалізованих процесорів на багатовимірній комп'ютерній арифметиці.

Природним напрямком продовження досліджень є використання багатовимірних (векторних) монолітних кодів для створення інформаційних технологій і комп'ютерних систем на основі багатовимірної арифметики. Актуальним завданням є створення програмних засобів для синтезу оптимізованих багатовекторних монолітних кодів великої потужності, що дозволить в перспективі створювати високопродуктивні багатовекторні інформаційні технології на основі векторної арифметики.

Отримані результати передбачають розширення сфери досліджень в тих галузях науки і техніки, де впроваджуються загальносистемні принципи оптимізації, що базуються на використанні теорії комбінаторних конфігурацій: математиці (векторна алгебра, теорія груп) [3], обчислювальній техніці [5], криптографії, інформаційно-вимірювальній техніці [6], комп'ютерних технологіях, радіофізиці та акустиці [7], системах зв'язку [4] та інших технічних галузях.

Таблиця 2

Система “монолітного” кодування 3D-векторів на кільцевій послідовності ((0,1,0), (0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3), (1,1,1))

Вектор	Кодова комбінація					
(0,0,0)	1	1	1	1	1	0
(0,0,1)	0	0	0	1	1	1
(0,0,2)	0	0	1	1	1	0
(0,0,3)	1	1	0	0	0	0
(0,0,4)	1	1	0	1	1	1
(0,1,0)	1	0	0	0	0	0
(0,1,1)	1	1	0	0	1	1
(0,1,2)	0	0	1	1	1	1
(0,1,3)	1	1	1	1	0	1
(0,1,4)	0	0	0	0	1	1
(0,2,0)	0	1	1	1	1	0
(0,2,1)	1	1	1	0	0	1
(0,2,2)	0	0	0	1	0	0
(0,2,3)	0	1	0	0	0	0
(0,2,4)	1	0	0	0	1	1
(1,0,0)	0	1	1	0	0	0
(1,0,1)	0	1	1	1	1	1
(1,0,2)	1	1	1	1	0	0
(1,0,3)	0	0	0	0	1	0
(1,0,4)	0	0	1	1	0	0
(1,1,0)	1	1	1	0	0	0
(1,1,1)	0	0	0	0	0	1
(1,1,2)	0	0	1	0	0	0
(1,1,3)	0	0	1	1	1	1
(1,1,4)	1	1	0	0	0	1
(1,2,0)	0	0	0	1	1	0
(1,2,1)	1	0	0	0	0	1
(1,2,2)	0	1	1	1	0	0
(1,2,3)	1	0	1	1	1	1
(1,2,4)	1	1	1	0	1	1

Висновки

Розвиток прикладної теорії багатовимірних довершених структур спричиняє створення новітніх технологій (зокрема, нанотехнологій) та систем інформаційно-вимірювальної й обчислювальної техніки, акустики та оптоелектроніки, телекомунікації та радіофізики, кристалографії та квантової фізики й інших галузей науки і техніки, де може знайти застосування ідея довершеної “обертової симетрії – асиметрії” для проектування систем з поліпшеними якісними характеристиками за такими показниками, як роздільна здатність, надійність, діапазон управління, квантова стабільність. У довершеній обертовій симетрії–асиметрії закодована інформація про численні ансамблі ІКВ, що відкриває нові перспективи для здійснення фундаментальних та прикладних досліджень в інформаційних технологіях та інших галузях науки і техніки.

1. Мурач М.М. Геометричні перетворення і симетрія. Природа симетрії і симетрія природи. – К.: Рад. шк., 1987. – 180 с. 2. Singer J., A theoremin finite projective geometry and some applications to number theory // Trans. Amer.Math.Soc. 1938, № 43. – p.377–385. 3. Холл М. Комбинаторика. – М., Мир, 1970. 4. Свердлик М.Б. Оптимальные дискретные сигналы. – М., 1975. 5. Різник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. – Львів: Вища школа, 1989. – 168 с. 6. Бандирська О.В. Досконалі системи мір як свідчення предвічної гармонії Всесвіту // Світоглядні читання до 200-річчя Ч. Дарвіна: Зб. наук. праць. – К.: Четверта хвиля, 2010. – С.49–53. 7. Riznyk V. Application of the Gold Ring Bundles for innovative non-redundant radar or sonar systems // European Physical Journal (EPJ-SP), v.154, Febryary, 2008. – p.183–186.