

АНАЛОГОВА СТРУКТУРНО-ФУНКЦІОНАЛЬНА НЕЙРОННА СХЕМА ВИЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНИХ СИГНАЛІВ

© Тимошук П., 2012

Наведено модель неперервного часу аналогової *K*-winners-take-all (KWTA)-нейронної схеми, яка дає змогу визначати *K* найбільших серед *N* невідомих вхідних даних, які можна розрізнити, де $1 \leq K < N$. Модель описується одним рівнянням стану з розривною правою частиною і вихідним рівнянням. Подано відповідну структурно-функціональну схему у вигляді *N* жорсткообмежувальних нейронів прямого поширення і одного жорсткообмежувального нейрона зворотного зв'язку, який використовується для визначення динамічного зсуву вхідних дій. Модель поєднує у собі такі властивості, як висока точність і швидкодія, низькі обчислювальна складність і складність апаратної реалізації і незалежність від початкових умов. Наведено приклади моделювання, які демонструють функціонування моделі.

Ключові слова: модель неперервного часу, рівняння стану, структурно-функціональна схема, жорсткообмежувальний нейрон, аналогова *K*-winners-take-all-нейронна схема.

A continuous-time model of analogue *K*-winners-take-all (KWTA) neural circuit which is capable to extraction the *K* largest from any finite value *N* unknown distinct inputs, where $1 \leq K < N$, is presented. The model is described by one state equation with discontinuous right-hand side and output equation. A corresponding functional block diagram of the model is given as *N* feedforward and one feedback hardlimiting neurons, which is used to determine the dynamic shift of inputs. The model combines such properties as high accuracy and convergence speed, low computational and hardware implementation complexity, and independency on initial conditions. Simulation examples demonstrating the model performance are provided.

Keywords: continuous-time model, state equation, functional block-diagram, hardlimiting neuron, analogue *K*-winners-take-all neural circuit

1. Вступ

Відомо, що *K*-winners-take all (KWTA)-нейронні мережі реалізують вибір *K* найбільших серед *N* вхідних дій, де $1 \leq K < N$. Коли *K* дорівнює одиниці, KWTA-мережа є winner-takes all (WTA)-мережею, що знаходить максимум з множини *N* вхідних даних [1–3].

KWTA-нейронні мережі мають численні застосування, зокрема, вибір *K* найбільших елементів з більшої їх кількості є фундаментальною операцією під час обробки даних і сигналів, прийняття рішень, розпізнавання образів, конкуруючого навчання і сортування [4–6]. KWTA-мережі використовуються у телекомунікаціях [7] і системах технічного бачення [8], для розв'язання задач класифікації [9], фільтрування [10], декодування [11], обробки зображень [12], кластеризації [13]. KWTA-режим застосовується у машинному навчанні, навігації мобільних роботів, видобуванні ознак [14, 15]. KWTA-мережі можуть застосовуватись як базові операційні вузли під час комп'ютеризованої медичної діагностики, для перегляду і отримання інформації, під час видобування й аналізу даних, для фінансового прогнозу, як навчальні засоби, для аналізу оглядів і анкет у різних сферах та ін. [16].

Аналогові KWTA-нейронні мережі (або KWTA-нейронні мережі неперервного часу) порівняно з аналогами дискретного часу забезпечують стабільне функціонування у ширшому діапазоні

зміни параметрів і ширших межах зміни швидкодії мереж [17]. Для розв'язання КВТА-задачі було запропоновано багато різних аналогових нейронних мереж [2–5, 18–24]. У цій статті узагальнюється модель аналогової КВТА-нейронної схеми, запропонованої в [22]. Як і попередник, представлена модель містить одну змінну стану і використовує розривні жорсткообмежувальні активаційні функції. Різницеву функцію моделі отримують в результаті спрощення різницевої функції попередньої моделі. Результати комп'ютерного моделювання свідчать про те, що швидкість збіжності траєкторій змінної стану моделі до КВТА-режиму є близькою до такої швидкості КВТА-нейронних мереж типу Хопфілда, тоді як обчислювальна складність і складність апаратної реалізації моделі є меншою, ніж у цих мереж. Складність апаратної реалізації моделі є близькою до такої складності однієї з найпростіших КВТА-моделей неперервного часу, тоді як швидкість збіжності до КВТА-режиму моделі є меншою, ніж у цього аналога.

2. Модель аналогової нейронної схеми ідентифікації найбільших сигналів

2.1. Математична модель схеми

Нехай задано вхідний вектор $\mathbf{a} = (a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_N})^T$, $1 < N < \infty$ з невідомими елементами, що мають скінченні значення. Припускається, що вхідні дії локалізуються у відомому діапазоні $[a_{\min}, a_{\max}]$, де елементи a_{\min} і a_{\max} представляють мінімальне і максимальне можливі значення вхідних дій відповідно, $a_{\max} - a_{\min} = A$. Прийmemo, що вхідні дії є такими, що їх можна розрізнити, і впорядкованими у спадному порядку за величиною, задовольняючи нерівності

$$\infty > a_{n_1} > a_{n_2} > \dots > a_{n_N} > -\infty, \quad (1)$$

де n_1, n_2, \dots, n_N – номери першого, другого і так далі до N-го найбільшого елемента вхідного вектора включно. Спроекуємо модель аналогової нейронної схеми, що ідентифікує K найбільших серед цих елементів, які називаються переможцями, де $1 \leq K < N$ – позитивне ціле.

Покладемо, що проєктована модель повинна обробляти вхідний вектор \mathbf{a} так, щоб після скінченного часу збіжності отримати вихідний вектор $\mathbf{b} = (b_{n_1}, b_{n_2}, \dots, b_{n_N})^T$, який задовольняє нерівності

$$b_{n_i} > 0, i \in 1, 2, \dots, K; b_{n_j} < 0, j \in K+1, K+2, \dots, N. \quad (2)$$

Нерівності (2) визначають КВТА-властивість, тобто той факт, що оскільки вихідні дані від b_{n_i} до b_{n_K} є позитивними компонентами \mathbf{b} , то вхідні дані від a_{n_1} до a_{n_K} є K найбільшими компонентами вектора \mathbf{a} . У цій статті представлено модель, яка визначає K найбільших елементів вхідного вектора \mathbf{a} , яка називається моделлю неперервного часу аналогової КВТА-нейронної схеми.

Попередня обробка вхідного вектора \mathbf{a} за допомогою віднімання від усіх його компонентів значення a_{\min} дає такі елементи:

$$\infty > c_{n_1} > c_{n_2} > \dots > c_{n_N} > 0, \quad (3)$$

де $c_{n_k} = a_{n_k} - a_{\min}$, $k = 1, 2, \dots, N$. Подамо вихідні дані проєктованої моделі у вигляді:

$$\begin{aligned} b_{n_i} &= c_{n_i} - x > 0, i \in 1, 2, \dots, K; \\ b_{n_j} &= c_{n_j} - x < 0, j \in K+1, K+2, \dots, N, \end{aligned} \quad (4)$$

де x – скалярний динамічний зсув вхідних даних [23].

Для проєктування моделі аналогової КВТА-нейронної схеми сконструюємо процедуру знаходження значення x , яке задовольняє умову (4). Для цього припустимо, що існує певний момент часу t^* , коли змінна x у встановленому режимі набуває значення $x = x^*$, що задовольняє (4). Для зупинки обчислювального процесу у момент t^* сформулюємо умову, яка контролюватиме кількість позитивних вихідних даних у кожний момент часу протягом обчислювального процесу. З цією метою спростимо різницеву функцію, наведену в [22], до такої форми:

$$E(x) = K - \sum_{k=1}^N S_k(x), \quad (5)$$

де

$$S_k(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } c_{n_k} - x > 0; \\ 0, & \text{if } c_{n_k} - x \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

– ступінчата функція, а сума $\sum_{k=1}^N S_k(x)$ визначає число позитивних вихідних даних. Як можна побачити, $E(x)=0$, якщо кількість позитивних вихідних даних дорівнює K . Тому рівність $E(x)=0$ можна використати для ідентифікації необхідної кількості найбільших вхідних даних K .

Візьмемо до уваги, що $x \in [0, A]$. Спроекуємо траєкторію неперервного часу $x(t)$, яка повинна проходити через увесь поміжок $[0, A]$ і досягати значення $x(t^*)$, задовольняючи рівність $E(x)=0$ з будь-якого початкового значення $x_0 \in [0, A]$. Припустимо, що траєкторія $x(t)$ є розв'язком відповідного диференційного рівняння. Нехай $x(t)$ змінюватиметься за експоненціальним законом. Використаємо для цього рівняння стану, представлене в [22], узагальнивши його до такого вигляду:

$$\dot{x} = -\alpha \begin{cases} x, & \text{if } E(x) > 0; \\ 0, & \text{if } E(x) = 0; \\ x - A, & \text{if } E(x) < 0, \end{cases} \quad (7)$$

де α – постійний параметр (або коефіцієнт загасання), який можна використати для контролю швидкості збіжності траєкторій змінної станів до КВТА-режиму. Тоді математичну модель аналогової КВТА-нейронної схеми можна подати у вигляді рівняння стану (7) і вихідного рівняння

$$b_{n_k} = c_{n_k} - x, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

Якщо $E(x) > 0$, то, згідно з (5), $\sum_{k=1}^N S_k(x) < K$ і значення динамічного зсуву $x(t)$ повинно бути зменшене. І навпаки, якщо $E(x) < 0$, то величина $x(t)$ має бути збільшена. У встановленому режимі, коли $\sum_{k=1}^N S_k(x) = K$, $x(t)$ змінюватись не повинно. Для ідентифікації K найбільших вхідних даних рівняння стану (7) повинно формувати відповідний зсув x , що поступово наближається і зрештою потрапляє у діапазон між K -м і $(K+1)$ -м максимальними значеннями вхідних дій, тобто $c_{K+1} \leq x(t^*) < c_K$. Після потраплення зсуву x у проміжок між c_{K+1} і c_K вихідні дані (8) мають точно забезпечувати КВТА-режим.

Зазначимо, що модель (7), (8) можна використати для обробки змінних у часі вхідних дій $a_{n_k}(t)$, $k = 1, 2, \dots, N$, якщо протягом перехідного поцесу модуль зміни швидкості таких дій є значно меншим, ніж у змінної стану x . Інакшими словами, у цьому випадку для кожного $t < t^*$ має задовольнятися умова

$$|da_{n_k}/dt| \ll |dx/dt|, \quad (9)$$

де $k = 1, 2, \dots, N$. Як можна побачити з (7), для того, щоб задовольнялась умова (9), значення параметра α повинно бути вибране достатньо великим.

2.2. Структурно-функціональна схема

Аналогову структурно-функціональну КВТА-нейронну схему, побудовану на основі моделі, що описується рівнянням стану (7) і вихідним рівнянням (8), показано на рис. 1. Схема містить вхідні дані $a_1 \dots a_N$, суматори \sum , інвертуючий інтегратор I з коефіцієнтом підсилення α , зовнішні джерела постійних сигналів K, x_0, A, a_{\min} , блоки S_1, \dots, S_N ступінчатих функцій $S_k(x)$, $k = 1, 2, \dots, N$,

вихідні дані $b_1 \dots b_N$, і функції змінної структури $S_{N+1}(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } E(x) \geq 0; \\ x - A, & \text{if } E(x) < 0 \end{cases}$ та

$$S_{N+2}(x) = \begin{cases} x, & \text{if } E(x) > 0; \\ 0, & \text{if } E(x) \leq 0. \end{cases}$$

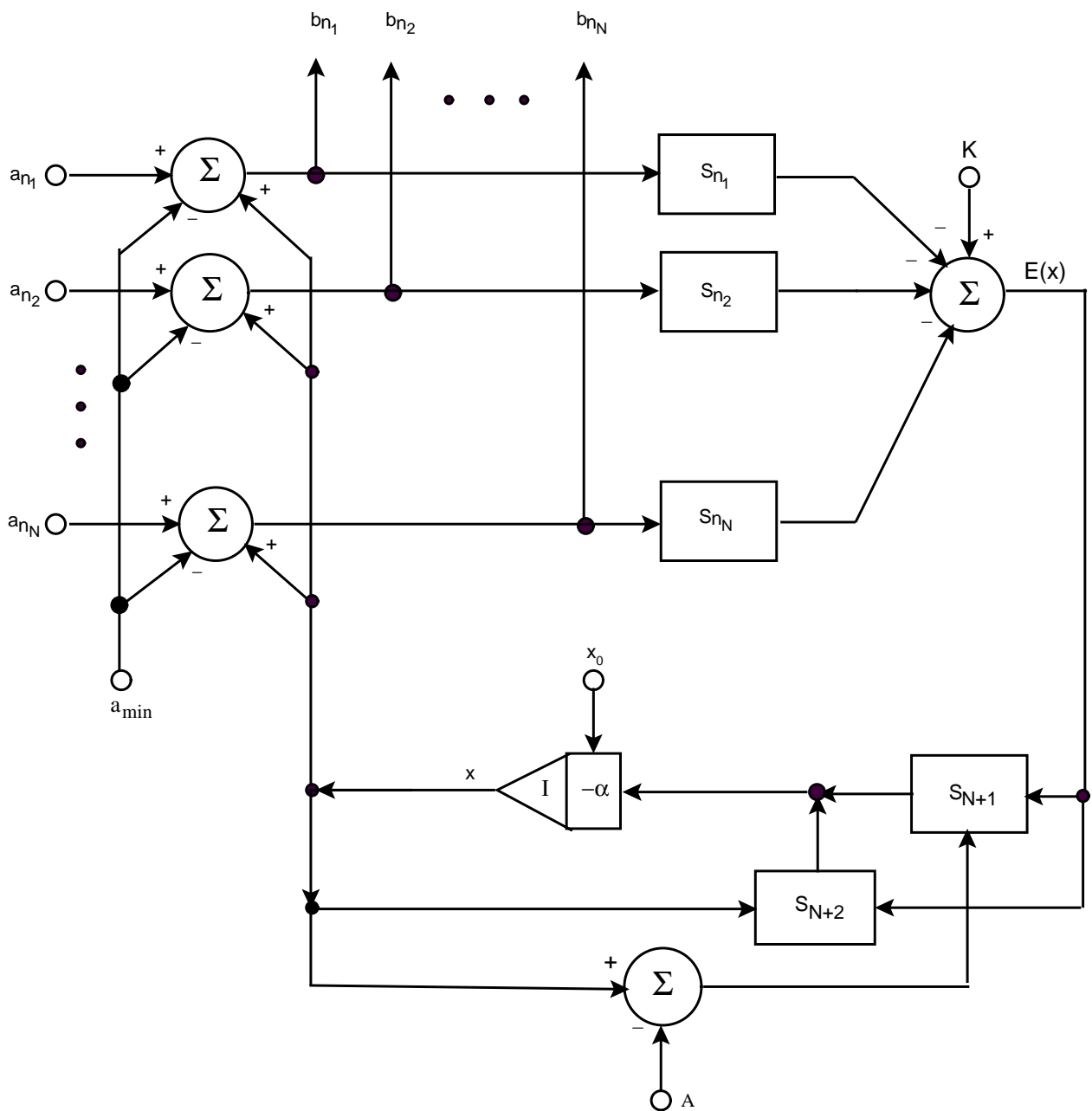


Рис. 1. Архітектура KWTA-схеми, яка описується моделлю (7), (8)

Зазначимо, що виходи блоків S_1, \dots, S_N можуть використовуватись як виходи схеми. Однак, у цьому випадку буде визначатись тільки число переможців K серед N вхідних дій. Інформація про впорядкування вхідних даних за величиною, яка може використовуватись надалі для розв'язання інших задач, отримуватись не буде [20].

Представлена архітектура може бути реалізована у сучасному апаратному забезпеченні, використовуючи такі традиційні компоненти електронних схем, як аналогові суматори, перемикачі, інтегратор і джерела постійних напруги або струму. Як можна побачити, з погляду складності апаратної реалізації схема містить $N+2$ суматорів, $N+2$ перемикачів, один інтегратор і чотири джерела постійних сигналів (або три джерела постійних сигналів, якщо $x_0 = 0$). Для порівняння, одна з KWTA-нейронних мереж неперервного часу типу Хопфілда, запропонована у [2], може бути реалізована в аналоговому апаратному забезпеченні, використовуючи три перемножувачі, $N+4$ суматори, $N+1$ блоків сигмоїдних функцій, N інтеграторів і шість джерел постійних сигналів.

Неважко побачити, що з погляду апаратної реалізації запропонована архітектура є простішою, ніж у цієї мережі. Апаратна реалізація однієї з найпростіших КВТА-нейронних мереж, запропонованої в [21], потребує $N+1$ суматорів, N перемикачів, одного інтегратора і одного джерела постійних сигналів. Отже, складність апаратної реалізації представленої моделі є близькою до цього аналога.

З погляду обчислювальної складності описана модель на кожному обчислювальному циклі потребує послідовного виконання $N+5$ додавань/віднімань, двох логічних операцій, одного підсилення і однієї операції інтегрування. КВТА-мережа з [2] потребує для цього послідовного виконання $N+2$ перемножень, $N+3$ додавань/віднімань, однієї операції сигмоїдної функції і однієї операції інтегрування. Як відомо, перемноження вимагає значно більше машинного часу, ніж додавання/віднімання. Тому очевидно, що складність одного циклу обчислень запропонованої моделі є меншою, ніж у цієї мережі. Модель, представлена в [21], потребує на кожному обчислювальному циклі $N+2$ додавань/віднімань, однієї логічної операції, одного підсилення і однієї операції інтегрування. Отже, складність одного періоду обчислень запропонованої моделі є близькою до обчислювальної складності цього аналога.

Роздільна здатність описаної моделі є теоретично нескінченною і не залежить від значень її параметра. Іншими словами, якщо вхідні дані є такими, що їх можна розрізнити, тоді модель завжди здатна їх ідентифікувати відповідно до КВТА-властивості (2). Оскільки модель спроможна коректно обробляти довільні вхідні дані із скінченними значеннями, які можна розрізнити, її роздільна здатність є такою самою, як в інших нейронних мереж [2, 18, 21].

Оскільки представлена модель може функціонувати коректно за будь-яких початкових значень змінної стану $0 \leq x_0 \leq A$, то відповідна схема для повторної обробки вхідних даних не потребує періодичного скидання, відповідної аналогової керувальної схеми, а також витрачання додаткового часу обробки, що спрощує апаратне забезпечення і підвищує швидкість обробки сигналів [20].

3. Результати комп'ютерного моделювання

Для підтвердження теоретичних результатів, наведених у статті, розглянемо два приклади з відповідним комп'ютерним моделюванням, які демонструють обробку вхідних даних запропонованою моделлю неперервного часу аналогової КВТА-нейронної схеми. Для цього скористаємось відповідними програмними кодами мови MATLAB і персональним комп'ютером 1.81 GHz.

Приклад 1. Задамо для моделі (7), (8) 100 випадкових, однорідно розподілених вхідних даних $a \in [-10000, 10000]$ зростаючої розмірності $N=2, 3, \dots, 100$, випадкові, однорідно розподілені і заокруглені до найближчого цілого величини $K \in \{1, 2, \dots, N-1\}$ і випадкові початкові значення $x_0 \in [-10000, 10000]$ при $A=20000$. Використаємо розв'язувач нежорстких диференціальних рівнянь Адамса–Башфорта–Моултона змінного порядку ODE113, задавши допустимі відносну і абсолютну похибки величиною $1e-15$. Графіки максимального, середнього і мінімального часу збіжності траєкторій змінної стану моделі до КВТА-режиму при $\alpha=10^6$ наведено на рис. 2. Отримані результати свідчать про те, що час збіжності траєкторій змінної стану до КВТА-режиму майже не залежить від кількості вхідних даних N . Різниця між максимальним, середнім і мінімальним значеннями часу збіжності є незначною.

Порівняємо функціонування моделі (7), (8) і однієї з найшвидших моделей аналогових КВТА-нейронних мереж типу Хопфілда, представленої в [24]. Розглянемо перехідні процеси моделі КВТА-мережі (20) і КВТА-моделі (31), (32) з кусково-постійними активаційними функціями, показані на рис. 5–7 і рис. 8–11 відповідно в [24]. Порівняємо ці характеристики з перехідними процесами запропонованої моделі, наведеними на рис. 2. Неважко побачити, що усі

ці моделі демонструють близький час збіжності траекторій змінної стану до КВТА-режиму. Однак моделі (20), (31) і (32), запропоновані в [24], є складнішими і містять обмеження на значення своїх параметрів.

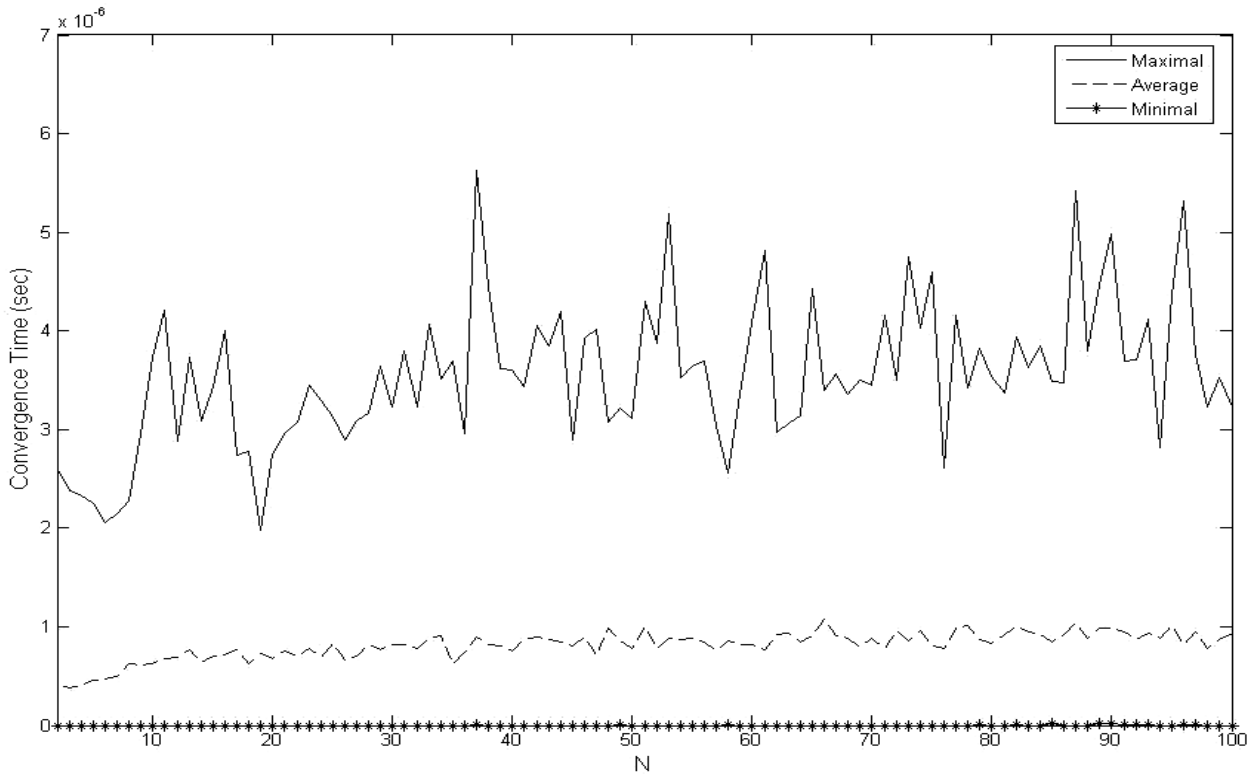


Рис. 2. Графіки максимального, середнього і мінімального часу збіжності траекторій змінної стану до КВТА-режиму моделі (7), (8) при 100 випадкових вхідних даних $a \in [-10000, 10000]$ зростаючої розмірності N , випадковому і заокругленому до найближчого цілого $K \in \{1, 2, \dots, N-1\}$, $\alpha = 10^6$ і випадкових початкових значеннях $x_0 \in [-10000, 10000]$ у приклад 1

Порівняємо ефективність моделі (7), (8) і однієї з найпростіших моделей аналогових КВТА-нейронних мереж, запропонованої в [21], яка містить ступінчасту активаційну функцію Хевісайда. Проаналізуємо перехідні процеси змінної стану, показані на рис. 2, і показані на рис. 6 в [21]. Як можна побачити, час збіжності траекторій змінної стану до КВТА-режиму у моделі (7), (8) є меншим на три порядки.

Приклад 2. Для аналізу ефективності моделі у випадку змінних у часі вхідних дій змодельюємо функціонування моделі у випадку таких чотирьох синусоїдальних сигналів неперервного часу: $a_{n_k}(t) = 10 \sin[2\pi(t + 0.2(k-1))]$ ($k=1, 2, 3, 4$), тобто $N=4$ і $K=2$. Для зменшення часу обчислень реалізуємо ітераційну модель, використавши замість диференційного рівняння (7) різницеве рівняння з кроком дискретизації $\Delta t = 0.001$. Графіки перехідних процесів для чотирьох вхідних дій, змінної стану і чотирьох вихідних сигналів моделі наведено на рис. 3, де $\alpha = 20$, $A = 10$ і $x_0 = 0$. Результати моделювання свідчать про те, що КВТА-модель дає змогу визначати два найбільші вхідні сигнали серед змінних у часі дій. Зазначимо, що коректного функціонування досягають за величини параметра α на порядок меншої, ніж у випадку моделі, наведеної в [24].

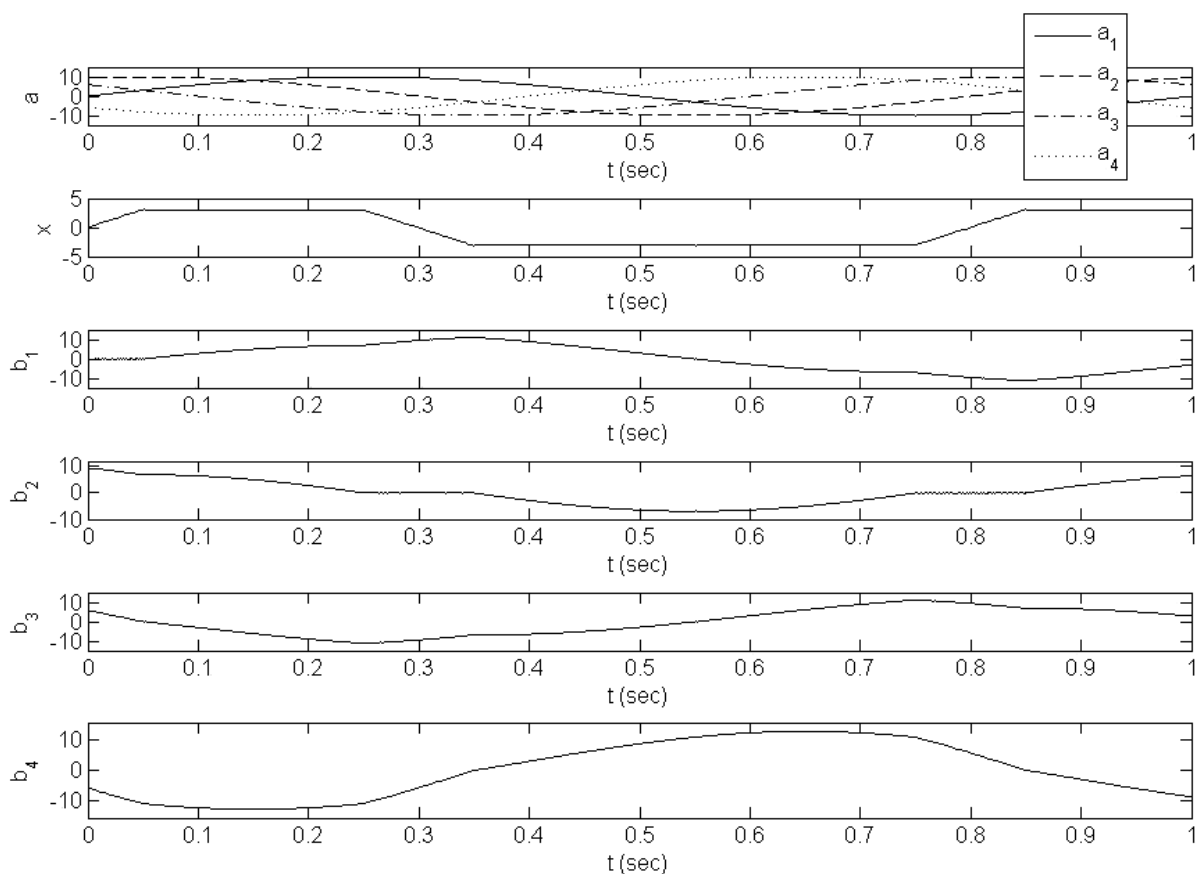


Рис. 3. Графіки входних дій, змінної стану і вихідних сигналів KWTA-моделі (7), (8) при $\alpha = 20$, $A = 10$ і $x_0 = 0$ – приклад 2

Отже, згідно з результатами комп'ютерного моделювання, час збіжності траєкторій змінної стану до KWTA-режиму у запропонованій моделі є близьким до такого часу у моделях аналогових KWTA-мереж типу Хопфілда. Однак, складність апаратної реалізації моделі є меншою, ніж у цих мереж. З іншого боку, швидкість збіжності траєкторій змінної стану у наведеній моделі до KWTA-режиму є вищою, ніж в одній з найпростіших KWTA-моделей неперервного часу. Результати моделювання підтверджують відповідність теоретичним результатам і показують, що запропонована модель спроможна ефективно ідентифікувати не тільки найпостійніший у часі входні дані, але й максимально змінні у часі сигнали.

4. Висновки

Наведено модель неперервного часу і відповідну аналогову структурно-функціональну K-winners-take-all-нейронну схему, спроектовану на основі методу динамічного зміщення входних сигналів. Модель спроможна визначати K максимальних серед N довільних невідомих входних дій зі скінченними значеннями, які можна розрізнити, де $1 \leq K < N$. Швидкість збіжності траєкторій змінної стану моделі до KWTA-режиму може керуватись шляхом зміни величини її єдиного параметра. Комп'ютерне моделювання показує, що швидкість збіжності траєкторій змінної стану моделі до KWTA-режиму є близькою до такої швидкості у KWTA-мереж неперервного часу типу Хопфілда. Складність апаратної реалізації запропонованої моделі є меншою, ніж у цих мереж і близькою до такої складності в одній з найпростіших аналогових KWTA-моделей. Згідно з комп'ютерним моделюванням, швидкість збіжності траєкторій змінної стану до KWTA-режиму у представленій моделі є меншою, ніж у цього аналога.

Функціонування відповідної аналогової нейронної схеми є незалежним від початкових умов. Тому така схема не потребує періодичного скидання, відповідного апаратного забезпечення і

витрачання додаткового часу обробки на цей режим, що є корисним для обробки сигналів реального часу. Отже, запропонована модель поєднує у собі такі властивості, як високі точність і швидкість збіжності траєкторій змінної стану до KWTA-режиму, низькі обчислювальна складність і складність апаратної реалізації, а також незалежність від початкових умов.

1. Lippmann, R. P., Gold, B., Malpass, M. L.: *A comparison of Hamming and Hopfield neural nets for pattern classification*. Technical report TR-769, MIT Lincoln Laboratory (1987).
2. Majani, E., Erlanson, R., Abu-Mostafa, Y.: *On the K-winners-take-all network*. In: Touretzky, D. S. (ed.) *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 1, pp. 634–642. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco (1989).
3. Tymoshchuk, P., Kaszkurewicz, E.: *A Winner-take-all circuit based on second order Hopfield neural networks as building blocks*. In: *IEEE Int. Joint Conf. on Neural Networks*, vol. 2, pp. 891–896. IEEE Press (2003).
4. Atkins, M.: *Sorting by Hopfield nets*. In: *IEEE Int. Joint Conf. on Neural Networks*, pp. 65–68. IEEE Press (1982).
5. Urahama, K., Nagao, T.: *K-winners-take-all circuit with $O(N)$ complexity*. *IEEE Trans. on Neural Networks* 6, 776–778 (1995).
6. Kwon, T. M., Zervakis M.: *KWTA networks and their applications*. *Multidimensional Syst. and Signal Processing* 6, 333–346 (1995).
7. Binh, L.N., Chong, H.C.: *A neural-network contention controller for packet switching networks*. *IEEE Trans. on Neural Networks* 6, 1402–1410 (1995).
8. Itti, L., Koch, C., Niebur, E.: *A model of saliency-based visual attention for rapid scene analysis*. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 20, 1254 – 1259 (1998).
9. Kwon, T.M., Zervakis, M. E.: *A parallel sorting network without comparators: A neural network approach*. In: *IEEE Int. Joint Conf. on Neural Networks*, pp. 701–706. IEEE Press (1992).
10. Cilingiroglu, U., Dake, T. L. E.: *Rank-order filter design with a sampled-analog multiple-winners-take-all core*. *IEEE Journal on Solid-State Circuits* 37, 978–984 (2002).
11. Erlanson, R., Abu-Mostafa, Y.: *Analog neural networks as decoders*. In: Touretzky, D. S. (ed.) *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 1, pp. 585–588. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco (1991).
12. Fish, A., Akselrod, D., Yadid-Pecht, O.: *High precision image centroid computation via an adaptive k-winner-take-all circuit in conjunction with a dynamic element matching algorithm for star tracking applications*. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing* 39, 251–266 (2004).
13. Jain B. J., Wysotzki, F.: *Central clustering of attributed graphs*. *Machine Learning* 56, 169–207 (2004).
14. Liu S., Wang, J.: *A simplified dual neural network for quadratic programming with its KWTA application*. *IEEE Trans. on Neural Networks* 17(6), 1500–1510 (2006).
15. DeSouza, G. N., Zak, A. C.: *Vision for mobile robot navigation: a survey*, *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 24, 237–267 (2002).
16. Graupe, D.: *Principles of Artificial Neural Networks (2nd Edition)*. World Sci. Publisher, Singapore (2007).
17. Cichocki, A., Unbehauen, R.: *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. John Wiley & Sons, Chichester (1993).
18. Wolfe, W. J., Mathis, D., Anderson, C., Rothman, J., Gottler, M., Brady, G., Walker, R., Duane, G., Alaghband G.: *K-winner networks*. *IEEE Trans. on Neural Networks* 2, 310–315 (1991).
19. Ferreira, L. V., Kaszkurewicz, E., Bhaya, A.: *Synthesis of a k-winners-take-all neural network using linear programming with bounded variables*. In: *IEEE Int. Joint Conf. on Neural Networks*, pp. 2360–2365. IEEE Press (2003).
20. Calvert, B. D., Marinov, C. A.: *Another K-winners-take-all analog neural network*. *IEEE Trans. on Neural Networks* 4(11), 829–838 (2000).
21. Wang, J.: *Analysis and design of a k-winners-take-all model with a single state variable and the Heaviside step activation function*. *IEEE Trans. on Neural Networks* 9, 1496–1506 (2010).
22. Tymoshchuk, P. V.: *A dynamic K-winners take all analog neural circuit*. In: *IVth IEEE Int. Conf. "Perspective technologies and methods in MEMS design"*, pp. 13–18. IEEE Press, L'viv (2008).
23. Tymoshchuk, P. V.: *A discrete-time dynamic K-winners-take-all neural circuit*. *Neurocomputing* 72, 3191–3202 (2009).
24. Liu, Q., Wang, J.: *Two k-winners-take-all networks with discontinuous activation functions*. *Neural Networks* 21, 406–413 (2008).