семантичних класифікаторів можуть істотно відрізнятись. У наступних дослідженнях ми плануємо розглянути класифікацію текстів у семантичному просторі для вибірок авторських текстів у задачах аналізу авторського ідеолекта, а також інші стандартизовані текстові вибірки.

1. Павлишенко Б. М. Використання концепції семантичного поля у векторній моделі текстових документів // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2011. – № 6/2(54). – С. 7–11. 2. Павлишенко Б. М. Ієрархічна кластеризація текстових документів у векторному просторі семантичних полів // Електроніка та інформаційні технології. –2011. – Вип. 1. – С .212–222. 3. Павлишенко Б. М. Сингулярна декомпозиція матриці семантичних ознак в алгоритмі ієрархічної кластеризації текстових масивів // Математичні машини і системи. – 2012. – № 1. – С. 69–76. 4. Pantel Patrick, Turney Peter D. From Frequency to Meaning: Vector Space Models of Semantics // Journal of Artificial Intelligence Research.–2010.–vol.37.–pp.141-188. 5. Fellbaum C. WordNet. An Electronic Lexical Database. Cambridge, MA: MIT Press, 1998, 432p. 6. Gliozzo Alfio, Strapparava Carlo. Semantic Domains in Computational Linguistics. Springer, 2009 – 132 p. 7. Брасегян А.А., Куприянов М.С., Холод И.И., Тесс М.Д., Елизаров С.И. Анализ данных и процессов: учеб. Пособие.– СПб.: БХВ–Петербург,2009.-512с.:ил. 8. Sebastiani F. Machine Learning in Automated Text Categorization // ACM Computing Surveys. – 2002. – Vol. 34, № 1. – pp. 1–47. 9. Christopher D. Manning, Prabhakar Raghavan and Hinrich Schütze, Introduction to Information Retrieval, Cambridge University Press. 2008. – 496 p.

УДК 004.421.2:517.443

І. Процько
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра систем автоматизованого проектування

СИНТЕЗ ТА ОБЧИСЛЕННЯ ОСНОВНИХ ТИПІВ ДПХ НА ОСНОВІ ЦИКЛІЧНИХ ЗГОРТОК

Розглянуто підхід до ефективного обчислення основних чотирьох типів дискретного перетворення Хартлі (ДПХ) на основі циклічних згорток. Параметри твірного масиву базисної квадратної матриці використано для синтезу алгоритму.

Ключові слова: дискретні перетворення Хартлі, твірний масив, синтез алгоритму, циклічна згортка.

The general method of efficient computation four types discrete Hartley transform using of circular convolutions is considered. The parameters of hash array of basis square matrix for algorithm synthesis are used.

Key words: discrete Hartley transforms, hash array, algorithm synthesis, cyclic convolution.

Вступ

Для опису даних в їх спектральному гармонічному образі застосовуються високоефективні дискретні перетворення класу Фур’є. У більшості застосувань опрацьовують інформацію над послідовностями дійсних даних. Тому обробка ДПФ над дійсними даними є інформаційно надлишкова, а саме дійсна частина ДПФ є парною функцією та уявна непарною [1]. Одну з альтернатив ДПФ запропонував американський вчений Р.В.Л. Хартлі в 1942 р. для перетворення над дійсними числами [2].

$$H(u) = \int f(t) cas(2p\, ut) dt \qquad (1)$$

Було вказано на можливість виконання строгих взаємних інтегральних перетворень, в яких всі операції виконувались з дійсними числами без використання комплексних величин. Особливістю цього перетворення являється дійсна базисна функція, що в дискретній формі має вигляд

$$cas(2\pi kn/N)=(cos(2\pi kn/N)+sin(2\pi kn/N)). \qquad (2)$$

Подальший значний внесок в розвиток і популяризацію цього напряму опрацювання сигналів зробив Р. Брейсуелл, починаючи з 1983 р. [3], який розробив основи теорії неперервного і дискретного перетворення Хартлі, а також один з варіантів його швидкого перетворення (ШПХ) у 1984 році, що часто називають алгоритмом Хартлі- Брейсуелла [4] для обсягів $N = 2^n$ в $O(N \log2(N))$ операцій.

Спектр Хартлі досліджується та застосовується в багатох прикладних задачах. Відзначимо, що дійсна та уявна частини перетворення Фур'є, хоч і мають певний фізичний зміст, саме як амплітудний розподіл косинусних і синусних коливань, в якісному аналізі сигналів також застосовуються достатньо рідко. Практичніше значення для аналізу мають модуль та фаза спектра (амплітудно-частотна і фазово-частотна характеристика) і спектр густини потужності сигналу. Найбільш перспективними застосуваннями ШПХ є обчислення згорток, визначення спектральної густини та певні види цифрового опрацювання сигналів.

Подальший інтенсивний розвиток інформаційних технологій задає вищі вимоги перед ДПХ та їх алгоритмічними, програмно-апаратними засобами з швидкодії та розвитку функціональних й специфічних можливостей перетворень.

Аналіз літературних джерел

Більше трьох десятиліть досліджували ефективні обчислення одно-, двовимірних ДПХ, що назвали швидкими перетвореннями Хартлі (ШПХ). Отримано значну кількість публікацій, присвячених ефективному обчисленню [5, 6].

Звернення до переворень Хартлі було обумовлено ситуацією, що склалась у деяких методах опрацювання інформації, де опрацьовувати дані бажано в області дійсних чисел. На відміну від перетворення Фур'є, що відображає дійсні функції в комплексну область і несиметричного по комплексній змінній, перетворення Хартлі здійснює відображення тільки в дійсній області.

Серед багатоваріантності ефективних обчислень для ШПХ розділяють на алгоритми з основою два, розчепленою основою, змішаною основою, непарного обсягу, складеного обсягу і алгоритм простих множників.

Для синтезу ефективних алгоритмів ДПХ використовують підходи:

1) прямої факторизації матриці ДХП;

2) непрямого обчислення через швидке перетворення Фур'є або через інші дискретні тригонометричні перетворення;

3) алгоритми, що базуються на алгебраїчній теорії складності .

Роботи з швидких ДПХ узагальнюються та систематизуються і завершальним кроком в цьому напрямі є теорія, що забезпечить автоматичну генерацію швидких алгоритмів [7].

Постановка проблеми

Обчислення ДПХ та ІДПХ (прямого та інверсного) належить до однієї з найбільш ємких і тривалих процедур в інформаційних технологіях, хоч пряме та інверсне перетворення Хартлі взаємно симетричні. Тобто, ця процедура в найбільшому ступені потребує вдосконалень, що дозволять пришвидшити роботу програмного та апаратного забезпечення і відповідно саме перетворення.

Одним з напрямків ефективних алгоритмів є можливість обчислення ДПХ через циклічні згортки. Цей напрям ефективного обчислення використовує наявність алгоритмів швидкої згортки [8].

Особливо поява публікацій, пов'язаних з обчисленням поширеного в застосуваннях ДПХ через циклічні згортки, належить до початку 90-х років XX ст. [9, 10]

Більшість досліджень використовують перехід від обчислення дискретного перетворення до циклічних згорток застосовуючи переіндексацію для простого обсягу за Рейдером [8] або розклад складеного обсягу перетворення на прості множники за Агарвалом і Кулі [8], або комбінуючи ці підходи. У роботі [11] розглянуто приведення першого типу ДПХ до циклічних структур. Використання способу обчислення на основі згорток має свої особливості для визначення узагальненого ДПХ різних типів, що потребують подальшого дослідження та аналізу.

Чотири типи ДПХ I-IV

Дискретне перетворення Хартлі відображає вхідні дані в лінійну комбінацію зважених касинусних функцій. Існує чотири типи дискретного перетворення Хартлі, що розглянуті в роботі [12]. Ці перетворення є подальшим вдосконаленням ДПФ для дійсних вхідних даних.

Це перетворення обсягу N має N вхідних значень x(n) (n=0,1,…N-1) та X(k) вихідних(n=0,1,…N-1), що визначаються за формулою

$$X(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)cas[(n+n_0)(k+k_0)\frac{2p}{N}],\quad k=0,1,...,N-1 \tag{3}$$

Зворотне дискретного перетворення Хартлі (ЗДПХ) визначається за формулою

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k)cas[(n+n_0)(k+k_0)\frac{2p}{N}],\quad n=0,1,...,N-1 \tag{4}$$

де n_0, k_0 – відповідні зміщення. Отже, на відміну ДПФ обчислення прямого і зворотного ДПХ здійснюється за формулами (3), (4) вид, яких збігається з точністю до множника 1/N.

Для основних чотирьох типів ДПХ зміщення k_0 , n_0 в загальному виразі (3), (4) можуть приймати значення 0, ½ (табл. 1).

Таблиця 1

k_0 , n_0,	0, 0	0, ½	½,0	½, ½
Тип ДПХ	ДПХ-I	ДПХ-II	ДПХ-III	ДПХ-IV

Інформаційні технології широко застосовують ДПХ I-IV-го видів і представлені виразами відповідного виду. ДПХ також розглядають як альтернативу для обчислення дискретних косинусних перетворень.

Ефективне обчислення ДПХ I-IV на базі циклічних згорток

ДПХ-I відповідає класичному дискретному перетворенню, яке подав Р. Брейсуелл у роботі [13]. Пряме та зворотне одновимірне ДПХ-I визначається співвідношеннями:

$$X(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)cas\,[(nk)\,2p/N],\quad k=0,1,...,N-1 \tag{5}$$

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k)cas\,[nk\,2p/N],\quad n=0,1,...,N-1 \tag{6}$$

ДПХ-II

$$X(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)cas\,[(2n+1)kp/N],\quad k=0,1,...,N-1 \tag{7}$$

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k)cas\,[(2n+1)kp/N],\quad n=0,1,...,N-1 \tag{8}$$

ДПХ-III

$$X(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)cas\,[(2k+1)np/N],\quad k=0,1,...,N-1 \tag{9}$$

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k)cas\,[(2k+1)np/N],\quad n=0,1,\ldots,N-1 \tag{10}$$

ДПХ-IV

$$X(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)cas\,[(2k+1)(2n+1)p/2N],\quad k=0,1,\ldots,N-1 \tag{11}$$

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}X(k)cas\,[(2k+1)(2n+1)p/2N],\quad n=0,1,\ldots,N-1 \tag{12}$$

Проаналізуємо структуру матриці базису для видів ДПХ за аргументами компонентів $h_{k,n}$, що дорівнюють відповідно

для ДПХ-І

$$c_{k,n}=kn\,2\pi/N,\ \ (k,n=0,1,\ldots N); \tag{13}$$

для ДПХ-ІІ

$$c_{k,n}=k(2n+1)\,\pi/N,\ \ (k,n=0,1,\ldots N-1); \tag{14}$$

для ДПХ-ІІІ

$$c_{k,n}=(2k+1)n\,\pi/N,\ (k,n=0,1,\ldots N-1); \tag{15}$$

для ДХП-IV

$$c_{k,n}=(2k+1)(2n+1)\,\pi/2N,\ (k,n=0,1,\ldots N-1). \tag{16}$$

Базисна функція касинус періодична (2π), асиметрична відносно осі (π) на проміжку (0, 2π), та має осі симетрії π/4 на проміжку (0, π/2); вісь 3π/4 на проміжку (0, 3π/2) ; вісь 5π/4 на проміжку (π/2, 2π), вісь 7π/4 на проміжку (3π/2, 2π). Дані асиметричності та симетричності залежать від обсягу та типу перетворення і в загальному наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Перетворення	періодичні	асиметричні	симетричні
ДПХ-І	відносно N вибірок	відносно N/2 вибірок	відносно N/8 вибірок
ДПХ-ІІ	відносно 2N вибірок	відносно N вибірок	відносно N/4 вибірок
ДПХ-ІІІ	відносно 2N вибірок	відносно N вибірок	відносно N/4 вибірок
ДПХ-IV	відносно 4N вибірок	відносно 2N вибірок	відносно N/2 вибірок

Матриця аргументів типів перетворень Хартлі за періодичністю буде

$$H^{I}_{a}(k,n)=[(k\,n)\ mod\ (N)], \tag{17}$$

$$H^{II}_{a}(k,n)=[k\,(2n+1)\ mod\ (2N)], \tag{18}$$

$$H^{III}_{a}(k,n)=[(2k+1)n\ mod\ (2N)] \tag{19}$$

$$H^{IV}_{a}(k,n)=[(2k+1)(2n+1)\ mod\ (4N)], \tag{20}$$

На основі підстановки з рядків даних матриць формується твірний масив P(n). На основі властивості асиметричності та часткової симетричності базисної функції косинус-елементи матриці аргументів можна спростити. Спрощені елементи матриці аргументів визначаються послідовним виконанням обчислень:

для ДПХ-І з N парним

$$\underline{h}_{k,n}=[(h_{k,n})\ \mathrm{mod}\ N]-N/2,\ \text{якщо}\ [(h_{k,n})\ \mathrm{mod}\ N]>N/2; \tag{21}$$

для N кратне 8

$$\underline{h}_{k,n}=\{N/4-[(h_{k,n})\ \mathrm{mod}\ N-N/2]\},\ \text{якщо}\ N/8<\{(h_{k,n})\ \mathrm{mod}\ N-N/2\}<N/4, \tag{22}$$

$$\underline{h}_{k,n}=N/4+\{N/2-[(h_{k,n})\ \mathrm{mod}\ N-N/2]\},\ \text{якщо}\ 3N/8<\{(h_{k,n})\ \mathrm{mod}\ N-N/2\}<N/2, \tag{23}$$

інакше

$$\underline{h}_{k,n}=h_{k,n}\,.$$

Приклад заміни значень аргументів на основі симетрії для перетворення обсягом N=24

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

2 1 8 7 1 2 3 2 1 6 7 8 9 8 7

для ДПХ-II та ДПХ-III

$$\underline{h}_{k,n} = [(h_{k,n}) \bmod 2N]\text{-}N, \text{ якщо } [(h_{k,n}) \bmod 2N]>N; \quad (24)$$

для N кратне 4

$$\underline{h}_{k,n} = N/2\text{-}\{[(h_{k,n} \bmod 2N)\text{-}N]\}, \text{ якщо } [N/4<[(h_{k,n}) \bmod 2N\text{-}N]<N/2, \quad (25)$$

$$\underline{h}_{k,n} = N/2 +\{N\text{-}[(h_{k,n}) \bmod 2N\text{-}N]\}, \text{ якщо } 3N/4<[(h_{k,n}) \bmod 2N)\text{-}N]<N, \quad (26)$$

інакше

$$\underline{h}_{k,n} = h_{k,n}. \quad (27)$$

Приклад заміни значень аргументів на основі симетрії для перетворення обсягом N=8 виду

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

1 0 0 1 2 1 0 5 0 5

для ДПХ-IV

$$\underline{h}_{k,n} = [(h_{k,n}) \bmod 4N]\text{-}2N], \text{ якщо } [(h_{k,n}) \bmod 4N]>2N; \quad (28)$$

$$\underline{h}_{k,n} = N\text{-}\{[(h_{k,n} \bmod 4N)\text{-}2N]\}, \text{ якщо } N/2<[N/4<(h_{k,n}) \bmod 4N)\text{-}2N]<N, \quad (29)$$

$$\underline{h}_{k,n} = N+\{2N\text{-}(h_{k,n} \bmod 4N)\} \text{ якщо } 3N/2<[(h_{k,n} \bmod 4N)\text{-}2N]<2N, \quad (30)$$

інакше

$$\underline{h}_{k,n} = h_{k,n}. \quad (31)$$

Приклад заміни значень аргументів на основі симетрії для перетворення обсягом N=8 виду

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31

3 1 11 9 1 3 3 1 9 11 11 9 .

Спрощена матриця аргументів доповнюється матрицями знаків Z касинуса, що визначаються за нерівностями

для ДПХ-I

$$Z[k,n] = \begin{cases} +1, \text{ якщо } 7N/8< h_{k,n} <3N/8 \\ 0, \text{ якщо } h_{k,n} =3N/8, 7N/8 \\ -1, \text{ якщо } 3N/8< h_{k,n} <7N/8 \end{cases}, \quad (32)$$

для ДПХ-II та ДПХ-III

$$Z[k,n] = \begin{cases} +1, \text{ якщо } 7N/4< h_{k,n} <3N/4 \\ 0, \text{ якщо } h_{k,n} =3N/4, 7N/4 \\ -1, \text{ якщо } 3N/4< h_{k,n} <7N/4 \end{cases}, \quad (33)$$

для ДПХ-IV

$$Z[k,n] = \begin{cases} +1, \text{ якщо } 7N/2 < h_{k,n} <3N/2 \\ 0, \text{ якщо } h_{k,n} =3N/2, 7N/2 \\ -1, \text{ якщо } 3N/2< h_a(k,n) <7N/2 \end{cases}. \quad (34)$$

На основі виразів (17)–(20) визначаються елементи і формується з рядків твірний масив P(n), а далі з P(n) за виразами (21)–(34) визначаються елементи спрощеного твірного масиву P'(n) та матриці знаків Z, що беруть участь в в синтезі алгоритму для ефективного обчислення дискретних перетворень Хартлі I-IV.

Синтез ефективного обчислення ДПХ I-IV

Запропонований підхід для ефективного обчислення дискретних гармонічних перетворень, що базуються на декомпозиції базисної гармонічної функції розглянуто в роботах [14, 15].

У результаті підходу, структуру базисної матриці можна задати твірним масивом

$$P(n)=P_1(n_1)\, P_2(n_2) \ldots P_k(n_k) =(n_{11}, n_{12}, n_{13, \ldots,} n_{1L1})(n_{21}, n_{22}, n_{23,\ldots,} n_{2L2}) \ldots (n_{kL1}, n_{kL2}, \ldots, n_{kLk}) \quad (35)$$

де k – кількість підмасивів, де n_{ij} – елемент підмасиву, Li – кількість елементів у підмасиві $P_i(n_i)$, що і задає n-обсяг загального масиву для різних типів перетворень, визначається:

$$n = (L_1 + L_2 +\ldots+ L_k)\,. \quad (36)$$

Кількість k підмасивів в P(n) визначається за значенням N (просте, складене) обсягу перетворення, так і типом ДПХ. Твірний масив P(n) задає порядок елементів вхідних даних при обчисленні дискретного перетворення.

Властивості симетрії та періодичності базису перетворення ДПХ приводять до ефективнішого представлення меншими значеннями елементів твірних підмасивів P’(n) з доповненнями відповідних підмасивів знаків Z(n). Підматриці знаків Z(n) містять значення елементів +1,-1,0.

Твірний масив P(n) перетворення визначає особливість структури базисної матриці ДПХ приведеної до циклічних підматриць. Тому можна виділити параметри, що характеризують P(n) і, відповідно, видозмінену базисну матрицю:

- k – кількість підмасивів у твірному масиві $P(n)=P_1(n_1)P_2(n_2)\ldots P_k(n_k)$;
- кількість елементів кожного твірного підмасиву $(L_1,L_2,\ldots,L_k)$;
- перший елемент кожного твірного підмасиву n_{i1}, i=1(1)k.

Наступним кроком синтезу в алгоритмі обчислення ДПХ є визначення однотипових циклічних підматриць. Тобто знаходження однакових та квазіоднакових підматриць (мають однакові індекси, але протилежні значення знаків) на основі значень параметрів твірного масиву P(n) і спрощеного твірного масиву індексів P’(n), що доповнюється масивом знаків Z(n). Значення параметрів спрощеного твірного масиву

$$P'(n)=P'(n_1)P'(n_2)\ldots P'(n_k),\quad Z(n) = Z(n_1)\, Z(n_2)\ldots Z(n_k) \tag{37}$$

для даного обсягу N і виду перетворення ДПХ визначаються відповідно за виразами (21)–(31), масив знаків Z(n) – за виразами (32)–(34).

Для визначення однотипових циклічних підматриць значення елементів матриці H_a(k,n) можуть бути задані попередньо, однак великий перебір всіх елементів потребує значних об’ємів пам’яті для їх збереження і відповідних часових затрат. Ефективніший шлях дасть можливість визначення тільки перших елементів підматриць в процесі аналізу структури базису за координатами розміщення підматриць. Тобто обчислюються за координатами рядка і стовпця значення перших елементів підматриці і аналізуються між собою.

Відповідність координат (i, j) елементам твірного масиву $P(n_i)$ та $P'(n_i)$:

$$\begin{array}{ll} (i\backslash j) & 1\quad 2\quad 3\quad 4\quad 5\quad 6\quad 7\quad 8\quad 9\quad 10\quad 11\quad 12\quad \ldots\ n \\ P(n_i) & (n_{11}, n_{12}, n_{13,\ldots}, n_{1L1}, n_{21}, n_{22}, n_{23,\ldots}, n_{2L2}, \ldots, n_{kL1}, n_{kL2}, \ldots, n_{kLk}) \\ P'(n_i) & (n'_{11}, n'_{12}, n'_{13,\ldots}, n'_{1L1}, n'_{21}, n'_{22}, n'_{23,\ldots}, n'_{2L2}, \ldots, n'_{kL1}, n'_{kL2}, \ldots, n'_{kLk}). \end{array}$$

Координати перших елементів підматриць визначаються за $(i+L_i),(j+L_i)$, де L_i–вибирається за принадлежності до твірного підмасиву значеннь перших елементів підматриць у матричній структурі. Перші елементи обчислюються за відповідними визначеними координатами (i,j) і відповідатимуть елементу P’(n) спрощеного твірного масиву зі знаком, відповідно до типу перетворення ДПХ (табл. 3).

Таблиця 3

<table>
<tr><td colspan="6">$(i+L_i, j+L_i) - n_{ij}$ (координати рядок/стовпець) – знак і значення першого елемента підматриць s $\underline{c}_{i,j}$;</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">(1,1) – z $\underline{h}_{i,j}$;</td><td colspan="2" rowspan="2">$(1,1+L_1)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td><td rowspan="7">…
…
…</td><td>$(1, 1+L_1+L_2+\ldots+L_k)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td></tr>
<tr><td>$(1+L_k, 1+L_1+L_2+\ldots+L_k)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">$(1+L_1,1)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td><td colspan="2" rowspan="2">$(1+L_1,1+L_1)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td><td>$(1+2L_k, 1+L_1+L_2+\ldots+L_k)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td></tr>
<tr><td>$(1+3L_k, 1+L_1+L_2+\ldots+L_k)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">…</td><td colspan="2" rowspan="2">…</td><td>…</td></tr>
<tr><td>…</td></tr>
<tr><td>$(1+L_1+L_2+\ldots+L_k,1)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td><td>$(1+L_1+L_2+\ldots+L_k, 1+L_k)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td><td>$(1+L_1+L_2+\ldots+L_k,1+2L_k)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td><td>$(1+L_1+L_2+\ldots+L_k,1+3L_k)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td><td>$(1+L_1+L_2+\ldots+L_k, 1+3L_k)$ – z $\underline{h}_{i,j}$;</td></tr>
</table>

Визначення однотипових циклічних підматриць виконується через відбір за координатами перших елементів однакових підматриць по горизонталі. Для координат рядків, кратних *простим* *множникам* розкладу обсягу N в структурі, виконуємо об'єднання вхідних даних по горизонталі виконанням поелементних додавань вхідних значень.

Ці значення будуть використовуватись для обчислення циклічних згорток під час аналізу по вертикалі. Тобто, відбір за координатами перших елементів однакових підматриць по вертикалі і обчислення циклічних згорток з вхідними значеннями. Під час аналізу підматриць по вертикалі для координат стовпців кратних простим множникам розкладу обсягу N в структурі виконуємо одноразове обчислення циклічних згорток. За наявності решти незадіяних підматриць виконуються циклічні згортки за своїми параметрами на основі визначених координат.

Об'єднання результатів згорток виконується по горизонталі на основі відповідних координат перших елементів підматриць. Одержані вихідні значення перетворення відповідають порядку, відповідному до значень твірного масиву P(n).

Приклади синтезу ефективного обчислення ДПХ

Розглянемо приклад синтезу алгоритму для організації обчислення ДПХ-III обсягу N=11 на основі циклічних згорток. Враховуючи особливість базисної функції $cas((2k+1)n\ \pi/N)$, твірний масив P(n) за стовпцями вдвічі більший від твірного масиву за рядками, бо складається із парних та непарних значень (n=1(1)21) аргументів на інтервалі одного періоду без врахування x(0), x(11)

P(21) = (1,3,9,5,15) (13,17,7,21,19) (2,6,18,10,8) (12,14,20,16,4) ;

P'(21) = (1,3,9,5,4) (2,6,7,10,8,) (2,6,7,10,8) (1,3,9,5,4) ;

Z(21) = (+,+,-,+,-) (-,-,+,+,-,) (+,+,-,-,+) (-,-,+,-,+)(-1).

Твірний масив $P(n) = P_1(5)\ P_2(5)\ P_3(5)\ P_4(5)$ за стовпцями містить непарні і парні значення n=1(1)2N-1 аргументів відповідно періоду базису. Твірний масив за рядками складається з підмасивів $P(n)=P_1(5)\ P_2(5)$, що відповідають N-1 вихідним значенням. Визначення параметрів P(n): k = 4 – кількість підмасивів в твірному масиві; L_1=5, L_2=5, L_3=5, L_4=5 – кількість елементів в підмасивах $P(n_i)$ задають обсяг циклічних згорток.

Вхідні значення перетворення відповідають порядку відповідно до значень твірного масиву за стовпцями без врахування x(0),-x(0)). Тобто переставлена вхідна послідовність повторюється двічі з протилежними знаками: x(1),x(3),x(9),x(5),-x(4),-x(2),-x(6),x(7),-x(10),- x(8), x(2), x(6),- x(7),x(10),x(8),-x(1),- x(3),- x(9),- x(5), x(4), що приведе до збільшення вдвічі 2X[i] вихідних значень за даним алгоритмом.

Визначаються та групуються коефіцієнти функціїї $cas(n_i\ \varphi)$ за спрощеним твірним масивом P'(21) для касинусних складових базису ДПХ-III з $\varphi=\pi/11$, що беруть участь в операціях згортки для аргументів: (1φ, 3φ, 9φ, 5φ, 4φ), (2φ, 6φ, 7φ, 10φ, 8φ).

Для визначення однотипових циклічних підматриць в структурі базису використовуємо таблицю з координатами (i, j). Табличні координати перших елементів підматриць визначаються за $(i+L_i),(j+L_i)$, де L_i–вибирається за принадлежності до твірного підмасиву значень перших елементів підматриць в матричній структурі, які обчислюються за відповідністю координат (i,j) елементам P(n) твірного масиву $(n_i \times n_j) mod\ 2N$.

Відповідність координат (i, j) елементам твірного масиву $P(n_i)$ та $P'(n_i)$ за стовпцями:

(i, j) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21

(1,3,9,5,15) (13,17,7,21,19)(11) (2, 6, 18, 10, 8) (12,14,20,16,4)

Визначені значення перших елементів підматриць спрощуються за властивістю симетрії, що відповідають симетрії до осі π на проміжку (0, 2π) функції касинуса (обсяг перетворення непарний). У табл. 4 узагальнено структуру базисної матриці аргументів розмірністю (20x11).

Визначення однотипових циклічних підматриць виконується за табл. 4 через аналіз значень за координатами перших елементів однакових підматриць по горизонталі. Для першої горизонталі підматриць виконується об'єднання вхідних даних для двох 5-точкових згорток

(1,1) – +1; (1) та (1,16) – -1;(12); (1,6) – -2;(13) та (1,11) – +2;(2),

і далі для наступної горизонталі підматриць.

(7,1) – -2; (13) та (7,16) – +2;(2); (7,6) – -4;(15) та (7,11) – +4;(4), Виконання поелементних додавань вхідних значень будуть використовуватись для обчислення циклічних згорток. Об'єднання результатів згорток виконується по горизонталі на основі відповідних координат перших елементів підматриць. Обчислені вдвічі більші без 2x(0) вихідні значення перетворення відповідають порядку відповідно до значень твірного масиву за рядками:

[X(0),X(1),X(4),X(2),X(7),X(5),X(6),X(8),X(3),X(10),X(9)].

Таблиця 4

($i+L_i$, $j+L_i$) – n_{ij} (координати рядок/стовпець) – знак і значення першого елемента підматриць			
(1,1) – +1; (1)	(1,6) – -2;(13)	(1,11) – +2;(2)	(1,16) – -1;(12)
(6,1) – -11; (11)		(6,11) – +0;(0)	
(7,1) – -2;(13)	(7,6) – -4;(15)	(7,11) – +4;(4)	(7,16) – +2;(2)

Особливості розподілу циклічних структур в базисній матриці та їх характеристики визначають складність алгоритму обчислення кожного виду ДПХ.

Розглянемо конкретний приклад синтезу складнішого алгоритму для обчислення ДПХ-II обсягу N=18. Враховуючи особливість базисної функції cas (k(2n+1)π/N), твірний масив P(n) за стовпцями вдвічі менший від твірного масиву за рядками, бо складається із непарних значень (2n+1) аргументів на інтервалі одного періоду

P(18)= (1,5,25,17,13,29) (19,23,7,35,31,11) (3,15) (21,33)(9)(27),

P'(18)= (1,5,7,17,13,11) (1,5,7,17,13,11) (3,15) (3,15)(9)(9),

Z(18) = (+, +, -, -, +, –) (-, -, +, +, -, +) (+,-) (-,+) (+)(-).

Твірний масив P(n) за рядками містить непарні і парні значення k=1(1)2N-1 аргументів на інтервалі одного періоду за винятком k=0, тобто без визначення X[0]

P(18)=(1,5,25,17,13,29)(19,23,7,35,31,11) (3,15) (21,33)(9)(27) (2,10,14,34,26,22) (4,20,28,32,16,8)(6,12)

Враховуючи антисиметричність вихідних значень (однакові значення, але з протилежним знаком):

X(25) – X(7), X(29) –X(11), X(22) – X(4), X(26) –X(8), X(34) –X(16)

для організації обчислень через циклічні згортки використовується твірний масив P(n) за рядками виду:

P(18)=(1,5,25,17,13,29) (3,15) (9) (2,10,14,34,26,22) (6,12) .

Твірний масив за стовпцями складається з підмасивів $P(18) = P_1(6)\ P_2(6)\ P_3(2)\ P_4(2),\ P_5(1),\ P_6(1)$.

Його параметри : k = 6 – кількість підмасивів в твірному масиві; $L_1=6$, $L_2=6$, $L_3=2$, $L_4=2$, $L_5=1$, $L_6=1$ – кількість елементів в підмасивах $P(n_i)$ задають обсяг циклічних згорток.

Вхідні значення перетворення переставляються в порядку відповідно до значень твірного масиву за стовпцями: x(0),x(2),x(12),x(8),x(6),x(14),x(9),x(11),x(3),x(17),x(15),x(5),x(1),x(7),x(4), x(13).

Визначаються та групуються коефіцієнти функції cas(n_i φ) для касинусних складових базису ДПХ-II з φ=π/18, що беруть участь в операціях згортки для аргументів:

(1φ, 5φ, 7φ, 17φ, 13φ, 11φ), (3φ, 15φ) (9φ=π/2).

Визначаємо однотипові циклічні підматриці за табличними координатами перших елементів підматриць, які обчислюються за відповідністю координат (i,j) елементам P(n) твірного масиву $(n_i \times n_j) \bmod 2N$.

Відповідність координат (i, j) елементам твірного масиву $P(n_i)$ та $P'(n_i)$ за стовпцями:

(i, j) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

(1,5,25,17,13,29) (19,23,7,35,31,11) (3,15) (21,33)(9)(27),

Отримане значення перших елементів підматриць спрощується за властивістю симетрії, що відповідають симетрії до осі π на проміжку (0, 2π) функції касинуса (обсяг перетворення парний). У табл. 5 узагальнено базисну матрицю аргументів розмірністю (18x17) без врахування окремих рядків.

Визначення однотипових циклічних підматриць виконується через аналіз за табл. 5 значень за координатами перших елементів однакових підматриць по горизонталі. Для першої горизонталі підматриць виконується об'єднання вхідних даних для 6- та 2-точкових згорток

(1,1) – +1; (1) та (1,7) – -1;(19); (1,13) – +3;(3) та (1,15) – -3;(21)

і далі для кожної наступної горизонталі підматриць. Виконання поелементних додавань вхідних значень будуть використовуватись для обчислення циклічних згорток.

Таблиця 5

(i+L_i, j+L_i) – n_{ij} (координати рядок/стовпець) – знак і значення першого елемента підматриць				
(1,1) – +1; (1)	(1,7) – -1;(19)	(1,13) – +3;(3)	(1,15) – -3;(21)	(1, 17) – +9;(9)
(7,1) – +3;(3)	(7,7) – -3;(21)	(7,13) – +3;(9)	(7,15) – -9;(27)	(7,17) – -9;(27)
(9,1) – +9; (9)		(9,13) – -9; (27)		(9,17) – +9; (9)
(10,1) – +2;(4)	(10,7) – +2;(4)	(10,13) – +6;(6)	(10,15) – +6;(6)	(10, 17) – -0;(18)
(16,1) – +6; (6)				(16,17) – -0;(18)
				(17,17) – +0;(0)

Саме виконання циклічних згорток над об'єднаними вхідними даними та згрупованими значеннями касинусної функції використовує ефективні алгоритми швидких згорток [8]. Об'єднання результатів згорток виконується по горизонталі на основі відповідних табличних координат, прив'язуючись до перших елементів підматриць. Обчислені вихідні значення перетворення без X(0) відповідають порядку відповідно до значень твірного масиву за рядками:

X(1),X(5),-X(7),X(17),X(13),-X(11),X(3),X(15),X(9),X(2),X(10),X(14),-X(16),-X(8),-X(4),X(6),X(12).

Розглянемо конкретний приклад синтезу алгоритму для обчислення ДПХ-IV обсягу N=8. Сформоване значення твірного масиву за підстановкою може бути таке:

$P(16)=P(n_1)P(n_2)$ = (1, 3, 9, 27,17,19,25,11)(7,21,31,29,23, 5,15,13),

P'(16)=(1, 3, 9, 11,1,3,9,11)(1, 3, 9, 11,1,3,9,11), Z(n)= (+,+,+,-, -, -, -, +)(+, -, +, +, -, +, -, -).

Його параметри : k =2– кількість підмасивів у твірному масиві; $L_1=8$, $L_2=8$, – кількість елементів у підмасивах $P(n_i)$ задають обсяг циклічних згорток; $m \geq k^2$ загальна кількість підматриць: m=4.

Вхідні вісім значень перетворення повторюються з протилежним знаком і переставляються в порядку відповідно до значень твірного масиву:

[x(0),x(1), x(4),- x(5), -x(0),- x(1),- x(4), x(5),   x(3),- x(2),- x(7),- x(6),- x(3), x(2), x(7), x(6)].

що приведе до збільшення вдвічі 2X[i] вихідних значень за даним алгоритмом.

Коефіцієнти функції cas(n_i φ) для косинусних складових базису ДПХ-IV з $\varphi=\pi/2N=\pi/16$, що беруть участь в операціях згортки для аргументів: (1φ, 3φ, 9φ,11φ).

Для визначення однотипових циклічних підматриць в структурі базису використовуємо табличні координати перших елементів підматриць.

Відповідність координат (i, j) елементам твірного масиву $P(n_i)$ та $P'(n_i)$:

(i, j) 1 2 3 4   5 6 7 8   9 10 11 12 13 14 15 16

(1, 3, 9, 27,17,19,25,11) (7,21,31,29,23, 5,15,13)

(1, 3, 9, 11, 1, 3, 9, 11) (1, 3, 9, 11, 1,   3, 9,11)

Значення перших елементів підматриць в матричній структурі, які обчислюються за відповідністю координат (i,j) елементам P(n) твірного масиву, дорівнюють $(n_i \times n_j) \bmod 4N$. Подані в табл. 6 знак і спрощене значення першого елемента n_{ij} підматриці та в дужках (елемент аргументу з $P(n_i)$), який у разі значення, більшого за 2N, спрощується за виразом ( ) на основі симетричності.

Таблиця 6

(i+L_i, j+L_i) – s n_{ij} (координати рядок/стовпець) – s знак і спрощене значення першого елемента n_{ij} (елемент аргументу з $P(n_i)$) підматриць	
(1,1) – +1; (1);	(1,9) – +1; (7);
(9,1) – +1; (7);	(9,9) – -1; (17);

Визначення за табл. 6 однотипових циклічних підматриць виконується через відбір за координатами перших елементів однакових підматриць по горизонталі:

$(1,1) – +1\ (1)$ та $(1,9) – +1\ (7)$ для $P(n_1)= P(n_2)= (1, 3, 9, 11,1,3,9,11)$,

$(9,1) – +1\ (7)$ та $(9,9) – +1\ (17)$ для $P(n_1)= P(n_2)= (1, 3, 9, 11,1,3,9,11)$,

однак ці підматриці містять різний у дужках елемент аргументу $P(n_i)$ 1 і 7; 7 і 17, що відповідає різним підмасивам знаків. Тому ці підматриці не є однотиповими і об'єднання вхідних даних не виконується.

Відбір за координатами перших елементів однотипових підматриць по вертикалі :

$(1,1) – +1\ (1)$ та $(9,1) – +1\ (7)$ для $P(n_1)= P(n_2)= (1, 3, 9, 11,1,3,9,11)$,

$(1,9) – +1\ (7)$ та $(9,9) – +1\ (17)$ для $P(n_1)= P(n_2)= (1, 3, 9, 11,1,3,9,11)$,

однак ці підматриці містять різний у дужках елемент аргументу $P(n_i)$, що відповідає різним підмасивам знаків. Тому ці підматриці не є однотиповими.

В результаті аналізу структури необхідно виконати чотири 8-точкові симетричні циклічні згортки. Особливістю виконання циклічної згортки є інверсне повторення групи послідовностей як вхідних даних, так і значень функції косинус. Результати згорток визначаємо тільки для чотирьох значень 1, 3, 9, 11 та 7, 5, 15, 13 горизонталей.

Об'єднання результатів згорток виконується по горизонталі на основі координат перших елементів підматриць:

– результати 8-точкової згортки з координатами (1,1) додаються до 8-точкової згортки з (1,9);
– результат з протилежним знаком 8-точкової згортки з координатами (9,9) додається до результату 8-точкової згортки з (1,9). Одержані вихідні значення перетворення відповідають порядку відповідно до значень твірного масиву: X(1), X(3), X(9), X(11), X(7), X(5), X(15), X(13) .

Висновки

Ефективне обчислення кожного включає синтез алгоритму для конкретного обсягу та виду ДПХ та виконання алгоритму. При синтезі виконується визначення твірного масиву та його спрощеного представлення, аналіз структури базисної матриці перетворення. На основі відповідного переставлення елементів вхідної послідовності з подальшим використанням швидких алгоритмів циклічної згортки проходить виконання алгоритму. Визначення твірного масиву, за яким відбувається переставлення, не потребує спеціальних обчислень і задається підстановкою на основі двох рядків матриці аргументів базисів ДПХ. Використання твірного масиву P(n) приводить до однотипового підходу проведення організації обчислення різних типів ДПХ послідовностей даних довільного обсягу. Окреме проведення обчислень циклічних згорток, на який структуровано базис типів ДПХ, так і подальше об'єднання одержаних результатів дозволяє ефективно організувати процес обчислення, зменшуючи обчислювальну складність опрацювання інформаційних даних.

1. Оппенгейм А., Шафер Р., Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2006. 2. Hartley R.V.L. A more symrnetrica! Fourier analysis applied to transmission problems, Proc.IRE , vol. 30, pp. 144-150, Mar. 1942. 3. Bracewell, R. N., «The Discrete Hartley Transform», J. Optical Society of America, Vol. 73, pp. 1832–1835, Dec. 1983. 4. Bracewell, R. N., «The Fast Hartley Transform», Proc. IEEE, Vol. 72, No. 8, pp. 1010–1018, Aug. 1984. 5. Chen G. Bi, Y. Fast generalized DFT and DHT algorithms, Signal Process. 65 (1998) 383-390. 6. Guoan Bi, Shou tian Lian: Fast Algorithms for Generalized Discrete Hartley Transform. Journal of Circuits, Systems, and Computers 10(1-2): 77-84 (2000). 7. Egner S. and Pueschel M., "Automatic generation of fast discrete signal transforms", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 49, No. 9, September 2001, pp. 1992–2002. 8. Макклеллан Дж., Рейдер Ч. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. 9. Yang D. Prime Factor Fast Hartley Transform, Elect. Letters, Jan., vol.26, n.2, pp. 119-121,1990. 10. Lun D.P.-K., Wan-Chi Siu, On prime factor mapping for the discrete Hartley Transform. IEEE Trans. On Signal Processing, vol. 40, N 6, June 1992. 11. Процько І.О., Ефективне обчислення дискретного перетворення Хартлі на основі *циклічних згорток // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". Комп'юрні системи та мережі. – 2010. – № 688. – С. 190–196. 12. Hu N.C., Chang H.I, and Ersoy O.K., "Generalized discrete Hartley transforms," IEEE Trans. Signal Process., vol. 40, no. 12, pp. 2931–2940, 1992. 13. R. N. Bracewell, The Hartley Transform, Oxford Univ. Press, Oxford, 1986. 14. Ihor Prots'ko, The Efficient Computation DHT using Cyclic Convolutions. //Proceeding of the XI International Conference CADSM'2011, Poljana, 24–28 february, 2011. – P .85–86. 15. Патент 96540 Україна, G06F 17/16 (2006.01), H03M 7/30 (2006.01). Спосіб приведення дискретних гармонічних складових цифрових сигналів до циклічних згорток. /Процько І.О. / Бюл. № 21.*

УДК 004.032.26

Є. Бодянський, О. Тищенко, Д. Копаліані
Харківський національний університет радіоелектроніки,
Проблемна науково-дослідна лабораторія АСУ

ПРОГНОЗУВАННЯ БАГАТОВИМІРНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ НА ОСНОВІ АДАПТИВНОЇ НЕО-ФАЗЗІ-МОДЕЛІ

Введено структуру адаптивного нео-фаззі-предиктора та багатовимірного нео-фаззі-нейрона, а також метод навчання останнього. Запропонований алгоритм навчання має підвищену швидкість збіжності та забезпечує фільтруючі властивості. Завдяки введеній нейромережевій архітектурі, вузлами якої є нео-фаззі-нейрони, можна розв'язувати задачі короткострокового прогнозування у реальному часі за умов короткої навчальної вибірки.

Ключові слова: адаптивне прогнозування, нео-фаззі-нейрон, метод навчання, прогнозування, часовий ряд.

The architectures of the adaptive neo-fuzzy predictor and a multidimensional neo-fuzzy-neuron are introduced. The proposed learning algorithm increases convergence rate and provides improved filter properties. The short-term prediction tasks may be fulfilled in an online mode with the help of proposed neuro-fuzzy architectures when a data set is short.

Key words: adaptive prediction, neo-fuzzy-neuron, learning algorithm, prediction, time series.

Вступ

Сьогодні штучні нейронні мережі набули широкого розповсюдження для розв'язання великого класу задач опрацювання інформації і, насамперед, для ідентифікації, емуляції, інтелектуального керування, прогнозування часових рядів довільної природи за умов структурної та параметричної невизначеності.

Задача прогнозування багатовимірних часових рядів доволі часто виникає у багатьох технічних, медико-біологічних та інших дослідженнях, де якість прийнятих рішень істотно залежить від точності синтезованих прогнозів. У багатьох реальних задачах часові ряди характеризуються високим рівнем нелінійності та нестаціонарності своїх параметрів, наявністю аномальних викидів. Зрозуміло, що традиційні методи аналізу часових рядів, засновані на регресійному, кореляційному та інших подібних підходах, що мають на меті апріорну наявність доволі великої вибірки спостережень, є неефективними. Альтернативою традиційним статистичним