

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ МАТЕРІАЛІВ

© Крошній І., 2013

Здійснено чисельну реалізацію математичної моделі напружено-деформівного стану та температурно-вологісних полів у процесі сушіння капілярно-пористих матеріалів та сформульовано задачу оптимізації. Проаналізовано вибір функції мети для побудови технологічних режимів процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів. Наведено методику побудови та досліджено безперервні режими процесу сушіння за допомогою розв'язання задачі оптимізації.

Ключові слова: математична модель, напружено-деформівний стан, капілярно-пористий матеріал, оптимізаційна задача, функція мети, режими сушіння.

Carried out numerical implementation of the mathematical model for the stress-strain state and temperature and moisture fields in the process of drying capillary-porous materials and formulated optimization problem. The analysis function selection for the purpose of building technological modes of drying capillary-porous materials. The method of construction and investigated continuous modes of drying by solving the optimization problem.

Key words: mathematical model, the stress-strain state, capillary-porous material, optimization problem, the objective function, modes of drying.

Актуальність роботи

Вирішальним фактором інтенсифікації процесу сушіння з одночасним підвищенням якості висушуваних матеріалів є режим сушіння. Від правильного вибору та дотримання параметрів середовища якомога ближче до заданого рівня залежно від стану матеріалу – його вологості та внутрішніх напружень – залежать кількісні та якісні показники процесу сушіння. Вироблення оптимальних технологічних режимів, досягнення необхідного рівня якості сушіння є актуальною проблемою сьогодення, одним із шляхів розв'язання якої є побудова математичних моделей, що дають змогу контролювати вологість матеріалу і розвиток внутрішніх напружень.

Застосування багатоступінчастих режимів процесу сушіння деревини характеризується рядом недоліків, пов'язаних з негативним впливом зміни параметрів сушіння (температури середовища, відносної вологості і швидкості циркуляції повітря) на фізико-механічні властивості деревини та зменшення якості висушеної продукції. Окрім цього, мінімізація такого впливу потребує збільшення потужності теплового обладнання лісосушильних камер.

Аналіз відомих результатів

Більшість досліджень щодо оптимізації процесів сушіння деревини стосуються або оптимізації різних характеристик камер сушіння, або автоматизації процесу сушіння. При цьому практично відсутні щодо побудови оптимальних режимів сушіння з погляду фізико-механічних процесів, що відбуваються у деревині, які є визначальними для забезпечення якості готової продукції. Більшість режимів сушіння будується емпірично, а пізніше вдосконалюються, оптимізуються за економічними або технічними критеріями. Відповідно відомі критерії оптимізації умовно поділяються на економічні, технічні та технологічні [5, 17].

Математична модель та формулювання задачі оптимізації

Одним із способів інтенсифікації і вдосконалення процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів, зокрема деревини, є розроблення неперервного керування тепловологообміну, яке б реалізувалося за допомогою сучасних технічних засобів. В основу такого підходу покладено

обґрунтування та оптимізацію неперервних технологічних режимів процесу сушіння деревини. Структура неперервних (безступінчастих) режимів характеризується виконанням умови $(t_c(U(\tau)) - U_p(U(\tau)))^2$, де t_c – температура середовища, U , U_p – вологість і рівноважна вологість деревини, τ – час сушіння.

У попередніх роботах [2–6] досліджено закономірності процесів тепломасоперенесення та деформування капілярно-пористих матеріалів у процесі їх сушіння з врахуванням пружних, в'язкопружних і пластичних деформацій. За об'єктно-орієнтованим підходом розроблено програмне забезпечення для чисельної реалізації та скінченно-елементного аналізу математичних моделей [4, 7]. Двовимірні математичні моделі для зміни тривалості сушіння на проміжку $\tau \in [0, \tau_c]$ в області $\Omega = \{x = (x_1, x_2); x_i \in [0, l_i], i = 1, 2\}$, що являє собою поперечний перетин прямокутного дерев'яного бруса з геометричними розмірами l_1, l_2 , розглядають з двох міркувань: по-перше, деформації, що виникають у висушуваній деревині у тангентальному і радіальному напрямках анізотропії, значно перевищують деформації у напрямі волокон і є основним джерелом дефектів; по-друге, розмір пиломатеріалів вздовж волокон практично завжди значно більший від розмірів поперек волокон.

На основі математичних моделей в'язкопружного деформування і процесів тепломасоперенесення у капілярно-пористих матеріалах з врахуванням тепломеханічних характеристик сформулюємо задачу оптимізації побудови неперервних технологічних режимів процесу сушіння деревини таким чином.

Необхідно знайти такі функції температури середовища $t_c(x, \tau)$ і відносної вологості $\varphi(x, \tau)$ з врахуванням обмежень на них

$$t_{c1} \leq t_c(x, \tau) \leq t_{c2}; \quad \varphi_1 \leq \varphi(x, \tau) \leq \varphi_2 \quad (1)$$

та на напружено-деформівний стан

$$|\sigma_{11}(x, \tau)| \leq \sigma_{11r}; \quad |\sigma_{12}(x, \tau)| \leq \sigma_{12r}; \quad |\sigma_{22}(x, \tau)| \leq \sigma_{22r}, \quad (2)$$

щоб для дерев'яного бруса з початковим вологовмістом $U(x, 0) = U_0(x)$ за заданий час сушіння мінімізувати виконання умови

$$J(U) = (t_c(U(x, \tau)) - U_p(U(x, \tau)))^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

де $t_{c1}, t_{c2}, \sigma_{11r}, \sigma_{12r}, \sigma_{22r}$ – задані величини.

Для визначення температурних і вологісних полів математична модель тепломасоперенесення має вигляд:

$$\begin{aligned} c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \varepsilon \rho_0 r \frac{\partial U}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(a_1 \frac{\partial U}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(a_2 \frac{\partial U}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(a_1 \delta \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(a_2 \delta \frac{\partial T}{\partial x_2} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Початкові умови:

$$U|_{\tau=0} = U_0(x_1, x_2); \quad T|_{\tau=0} = T_0(x_1, x_2). \quad (5)$$

Граничні умови:

$$\begin{aligned} \lambda_i \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{x_i=l_i} + \rho_0 (1 - \varepsilon) \beta_i (U|_{x_i=l_i} - U_p) &= \alpha_i (t_c - T|_{x_i=l_i}); \quad \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{x_i=0} = 0; \\ \left(a_i \frac{\partial U}{\partial n} + a_i \delta \frac{\partial T}{\partial n} \right) \Big|_{x_i=l_i} &= \beta_i (U_p - U|_{x_i=l_i}); \quad \left(\alpha_i \frac{\partial U}{\partial n} + \alpha_i \delta \frac{\partial T}{\partial n} \right) \Big|_{x_i=0} = 0; \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (6)$$

У цьому випадку $T_0(X)$, $U_0(X)$ – початкові розподіли температури та вмісту вологи у матеріалі; $U_p(T_c, \varphi)$ – рівноважна вологість; $c(T, U)$ – теплоємність; $\rho(U)$ – густина; $\lambda_i(T, U)$ і $a_i(T, U)$ – відповідно коефіцієнти теплопровідності і вологопровідності у напрямках анізотропії; ε – коефіцієнт фазового переходу; ρ_0 – базисна густина; r – питома теплота пароутворення; $\delta(T, U)$ – термоградієнтний коефіцієнт; у напрямках анізотропії; $\alpha_i(T_c, v)$ і $\beta_i(T_c, \varphi, v)$ – коефіцієнти теплообміну і вологообміну відповідно; T_c – температура середовища; $\varphi(\tau)$ та $v(\tau)$ – відносна вологість та швидкість руху агента сушіння відповідно; n – вектор зовнішньої нормалі границі області Ω . Початковий розподіл вологовмісту у деревині в періоді нерегулярного режиму процесу сушіння приймається сталим, а в періоді регулярного режиму змінюється за параболічним законом.

Компоненти вектора напружень $\sigma_{ij} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})$ задовольняють рівняння рівноваги:

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} = 0. \quad (7)$$

Граничні умови враховують відсутність зовнішніх зусиль:

$$\sigma_{ij} \Big|_{x_1=l_1, x_2=l_2} = 0. \quad (8)$$

Моделювання в'язкопружних напружень та деформацій у деревині під час сушіння ґрунтується на законах усадки гігроскопічних матеріалів та інтегральних рівняннях спадкової теорії Больцмана-Вольтера і визначається формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(\tau) &= C_{11}(T, U)[\varepsilon_{11}(\tau) - \varepsilon_{U1}] - C_{11}(T, U) \int_0^\tau R_{11}(\tau - s, T, U)[\varepsilon_{11}(\tau) - \varepsilon_{U1}] ds + \\ &+ C_{12}(T, U)[\varepsilon_{22}(\tau) - \varepsilon_{U2}] - C_{12}(T, U) \int_0^\tau R_{12}(\tau - s, T, U)[\varepsilon_{22}(\tau) - \varepsilon_{U2}] ds; \\ \sigma_{22}(\tau) &= C_{21}(T, U)[\varepsilon_{11}(\tau) - \varepsilon_{U1}] - C_{21}(T, U) \int_0^\tau R_{21}(\tau - s, T, U)[\varepsilon_{11}(\tau) - \varepsilon_{U1}] ds + \\ &+ C_{22}(T, U)[\varepsilon_{22}(\tau) - \varepsilon_{U2}] - C_{22}(T, U) \int_0^\tau R_{22}(\tau - s, T, U)[\varepsilon_{22}(\tau) - \varepsilon_{U2}] ds; \\ \sigma_{12}(\tau) &= 2C_{33}(T, U)\varepsilon_{12}(\tau) - 2C_{33}(T, U) \int_0^\tau R_{33}(\tau - s, T, U)\varepsilon_{12}(s) ds, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\varepsilon_U = (\varepsilon_{U1}, \varepsilon_{U2}, \varepsilon_{U3})^T$ – вектор компонент деформацій, які виникають внаслідок зміни температури і вологовмісту; C_{ij} – компоненти тензора пружності анізотропного тіла. Величини ε_{Ui} , C_{ij} визначаються за формулами:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{U1} \\ \varepsilon_{U2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \Delta T + \beta_1 \Delta U \\ \alpha_2 \Delta T + \beta_2 \Delta U \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2} & \frac{\nu_1 E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} & 0 \\ \frac{\nu_1 E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} & \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix},$$

де ΔT , ΔU – відповідно приріст температури і вологовмісту, $E_i(T, U)$ – модулі Юнга, $\nu_i(T, U)$ – коефіцієнти Пуассона, $\mu(T, U)$ – модуль зсуву.

Функції реологічної поведінки деревини у процесі сушіння з врахуванням механізму накопичення незворотних деформацій вибираються у вигляді

$$\varepsilon^*(\tau) = \left[a_0 - \sum_{i=1}^M a_i \exp(-b_i \tau) \right] h(\tau) h(\tau_0 - \tau) - \left[a_0 - \sum_{i=1}^M \alpha_i \exp(-\beta_i (\tau - \tau_0)) \right] h(\tau - \tau_0), \quad (10)$$

де $h(\tau)$ – функція Хевісайда, а невідомі коефіцієнти a_i , b_i , α_i , β_i визначено методом найменших квадратів на основі апроксимації експериментальних даних повзучості зразків деревини під навантаженням та після розвантаження [11].

Для моделювання механіко-сорбційних деформацій, зумовлених швидкістю зміни вологості використано рівняння [16]:

$$\frac{\partial \varepsilon_M}{\partial \tau} = m \sigma \left| \frac{\partial U}{\partial \tau} \right|, \quad (11)$$

де m – параметр моделі. Залежність механіко-сорбційної піддатливості від зміни вологості, визначається залежністю:

$$J_m = \frac{1}{E_m} (1 - \exp(-\nu_0 m_1 E_m)) + m_2 \nu,$$

де E_m , ν_0 , m_1 , m_2 – параметри моделі, які визначаються за експериментальними дослідженнями.

Для моделювання пластичних властивостей деревини використано теорію пластичного плину Прандтля – Рейса [14]:

$$de_{ij} = s_{ij} d\lambda + \frac{ds_{ij}}{2\sigma}; \quad d\lambda = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon^{nn}}{H\sigma};$$

$$d\varepsilon^{nn} = \frac{3}{2} \sqrt{d\varepsilon_{ij}^{nn} d\varepsilon_{ij}^{nn}}; \quad H = \frac{d\bar{\sigma}}{d\varepsilon^{nn}}; \quad \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}},$$

де e_{ij} , s_{ij} – девіатори деформацій та напружень.

За законами пластичності [14] можна записати лише співвідношення між диференціалами напружень і деформацій. Тоді можна записати:

$$d\sigma_{ij} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left(d\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} d\varepsilon_{ij} - s_{ij} \frac{s_{ke} d\varepsilon_{ke}}{s} \right), \quad s = \frac{2}{3} \bar{\sigma}^2 \left(1 + \frac{2(1+\nu)}{3E} \right), \quad (12)$$

де δ_{ij} – символ Кронекера.

Співвідношення (7)–(12) становлять математичну модель в'язкопружного деформування капілярно-пористих матеріалів у процесі сушіння з врахуванням накопичення незворотних деформацій. Для чисельної реалізації моделі використано метод скінченних елементів [4, 15].

Аналіз результатів моделювання

Для розв'язання сформульованої оптимізаційної задачі (1)–(3) використано метод генетичних алгоритмів. Згідно з основними означеннями та положеннями теорії генетичних алгоритмів [5, 10], для розв'язування задачі необхідно задати вигляд хромосоми, яка представлятиме розв'язок та задати функцію придатності, згідно з якою визначається найпридатніша хромосома, тобто найкращий розв'язок.

Для моделювання температури середовища використано залежність

$$t_c(U(x, \tau)) = t_0(x) + (t_k(x) - t_0(x)) \frac{U_0(x) - \bar{U}(\tau)}{U_0(x) - U_k(x)}, \quad (13)$$

де t_k – кінцеве значення температури середовища, U_k – кінцеве значення вологості деревини.

Вираз, який зв'язує рівноважну вологість з функцією вологості деревини, згідно із [10] можна подати у вигляді

$$U_p = U_{pk} + (U_{pn} - U_{pk}) \exp(-\exp(b_1 + b_2 U(x, \tau))), \quad (14)$$

де U_{pk} , U_{pn} – рівноважні вологості на початку та у кінці процесу сушіння, b_1 , b_2 – деякі коефіцієнти, які визначаються за емпіричними залежностями [10].

Отже, температура та відносна вологість середовища сушіння змінюється за лінійною (13) та експоненціальною (14) залежностями. Відповідна хромосома генетичного алгоритму матиме вигляд

$$\chi = (\tau_1, \dots, \tau_{k-1}, t_{c1}, t_{c2}, \dots, t_{ck}, U_{p1}, U_{p2}, \dots, U_{pk}). \quad (15)$$

Функцію придатності записано так

$$P(\tau_1, \dots, \tau_{k-1}, t_{c1}, t_{c2}, \dots, t_{ck}, U_{p1}, U_{p2}, \dots, U_{pk}) = \begin{cases} 0, & \max \sigma_{ij} \geq 75\% \cdot \sigma_{GM}; \\ J(U), & \text{інакше,} \end{cases} \quad (16)$$

де σ_{GM} – експериментально визначена границя міцності деревини [1].

Чисельне розв'язання оптимізаційної задачі здійснено у Matlab 7.01 з використанням Genetik Algorithm and Direct Search Toolbox, який використовується для розширення Optimization Toolbox генетичними алгоритмами [9].

Для проведення розрахунків використано вхідні дані для деревини сосни (густина сухої маси $\rho_0 = 470 \text{ кг/м}^3$). Геометричні розміри l_1 і l_2 вибиралися різні, зокрема $l_1 = l_2 = 25 \text{ мм}$; $l_1 = 2l_2 = 50 \text{ мм}$; $2l_1 = l_2 = 50 \text{ мм}$. Початковий вологовміст $U_0 = 0.3 \text{ кг/кг}$; коефіцієнти масопровідності і вологообміну визначалися апроксимаційними залежностями [17]: $\alpha_1 = 10^{9.36 \lg(t+273) - 22.6} \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$; $\alpha_1/\alpha_2 = 1.25$; $\alpha_1 = [0.527(t_c + 10)^{2.06} \cdot 10^{-6} + 0.04[(5v + 3.5) - (0.0017v + 0.0116)(\varphi - 45)^2]] \cdot 10^{-7}$. Для розрахунків вибирався сталий температурний режим, для якого $t_c = 75^\circ\text{C}$; $\varphi = 0.3$; $v = 2 \text{ м/с}$. Рівноважний вологовміст визначався за формулою $U_p = 10.6^\varphi (0.0327 - 0.00015t_c)$.

Коефіцієнти лінійного всихання у радіальному і тангентальному напрямках у формулах (6) відповідно рівні $\beta_1 = 0.17$ і $\beta_2 = 0.28$, а коефіцієнти α_1 і α_2 у формулах (6) дорівнюють нулеві. Коефіцієнти Пуассона $\nu_{12} = 0.4$; $\nu_{24} = 0.4$; $\nu_{13} = 0.4$, а модулі Юнга – $E_1 = 1200 + 31.30U + 9.5T + 24.2UT$; $E_2 = 1.6E_1$. Інші теплофізичні властивості деревини сосни наведено в [17]. Для апроксимаційних залежностей функцій реологічної поведінки деревини $R(t, \tau)$ використані результати досліджень [11]. Також на основі експериментальних досліджень [12, 13] для деревини сосни прийнятий модуль пластичності у співвідношеннях (9) $E_{nl} = 188 \text{ МПа}$ для вологості 12% і $E_{nl} = 237 \text{ МПа}$ для вологості 4%. Величина ν приймалась рівною 0.5. Згідно з [12] величина границі текучості дорівнює $\sigma_{TT} = 3.2 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Результати чисельного розв'язання задачі оптимізації наведено на рис. 1, де для порівняння впливу отриманого режиму та режиму зі сталими параметрами зовнішнього середовища на процес сушіння деревини показано розподіл вологісних напружень у приповерхневому та центральному шарах дерев'яного взірця.

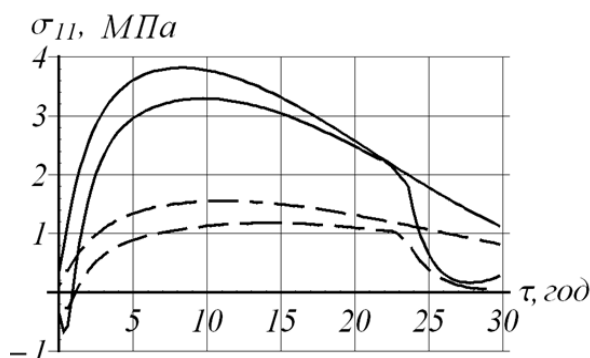


Рис. 1. Розвиток нормальних напружень у поверхневих (- - -) та центральних шарах (—) деревини за дії оптимізованого режиму та сталих параметрів середовища

На рис. 2 наведено залежність тривалості процесу сушіння від початкового значення рівноважного вологовмісту U_{pn} деревини і його кінцевого значення U_{pk} з врахуванням температури агента сушіння.

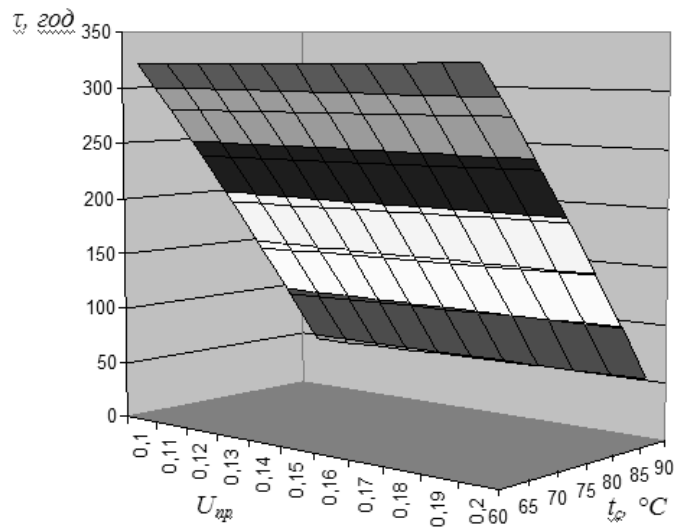


Рис. 2. Залежність тривалості процесу сушіння від величин U_{pn} і t_c для значення $U_{pk} = 0,035$

Висновки

На основі математичної моделі дослідження напружено-деформівного стану та температурно-вологісних полів сформульовано задачу оптимізації процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів. Метою було мінімізувати різницю між температурою середовища сушіння та рівноважним вологовмістом деревини при обмеженнях на напруження.

За допомогою генетичних алгоритмів розв'язано задачу оптимізації, що дає змогу підвищити якість сушіння капілярно-пористих матеріалів, зокрема деревини (знизити перепад вологості за товщиною матеріалу і величину напружено-деформівного стану).

1. Уголев Б.Н. Деформативность древесины и напряжения при сушке. – М.: Лесная промышленность, 1971. – 174 с.
2. Соколовський Я.І. Математична модель деформаційно-релаксаційних процесів у капілярно-пористих матеріалах з параметрами внутрішнього і зовнішнього тепломасоперенесення / Я.І. Соколовський, І.М. Крошній // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” : Комп’ютерні науки та інформаційні технології. – 2011. – № 710. – С. 274–279.
3. Соколовський Я.І. Математичне моделювання впливу зовнішнього середовища на напружено-деформівний стан деревини у процесі сушіння / Я.І. Соколовський, І.М. Крошній // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” : Комп’ютерні системи проектування. Теорія інформатики. – 2011. – № 711. – С. 72–82.
4. Соколовський Я.І. Чисельне моделювання впливу зовнішнього середовища на напружено-деформівний стан деревини у процесі сушіння / Я.І. Соколовський, І.М. Крошній // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” : Комп’ютерні науки та інформаційні технології. – 2011. – № 719. – С. 168–176.
5. Білей П.В., Петришак І.В. Тепломасообмінні процеси деревообробки. – Львів: ЗУКЦ, 2013. – 376 с.
6. Соколовський Я.І., Дендюк М.В. Математичне моделювання двовимірного в’язкопружного стану деревини у процесі сушіння // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2008. – № 7. – С. 17–26.
7. Соколовський Я.І. Моделювання деформаційно-релаксаційних процесів у висушуваній деревині методом скінченних елементів / Я.І. Соколовський, А.В. Бакалець // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” : Комп’ютерні науки та інформаційні технології. – 2006. – № 565. – С. 51–57.
8. Соколовський Я.І. Моделювання та оптимізація технологічних режимів сушіння деревини / Я.І. Соколовський, А.В. Бакалець // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” : Комп’ютерні науки та інформаційні технології. – 2008. – № 629. – С. 105–111.
9. Рутковская Д., Пилиньский М. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – М.: Телеком. 2006. – 383 с.
10. Гороховский А.Г. Исследование расброса