

П. Бідюк\*, О. Гожий\*\*, М. Коновалюк\*

\*Інститут прикладного системного аналізу,  
Національний технічний університет “Київський політехнічний інститут”,

\*\*Чорноморський державний університет ім. Петра Могили,  
кафедра інформаційних технологій і програмних систем

## ПРОГНОЗУВАННЯ ВОЛАТИЛЬНОСТІ ВАЛЮТНОГО РИНКУ ЗА НЕЛІНІЙНИМИ МОДЕЛЯМИ

© Бідюк П., Гожий О., Коновалюк М., 2013

Оцінено три структури моделей динаміки умовної дисперсії, які використано для однокрокового прогнозування на навчальній та перевіряльній вибірках. Для оцінювання параметрів моделей використано метод Монте-Карло для марковських ланцюгів. Оцінки прогнозів волатильності, обчислені на основі МСВ та моделі E-УАРУГ, демонструють схожі результати, що підтверджує коректність використаного підходу загалом.

**Ключові слова:** волатильність, модель, прогнозування, марковський ланцюг.

Three model structures for conditional variance had been estimated that were used for computing one-step predictions on training and test samples. To find the model parameters the known method of MCMC was hired. The forecast estimates computed with SVM and E-GARCH model demonstrated similar results what proves correctness of approach as a whole.

**Key words:** volatility, model, prognostication, Markov chain.

### Вступ

Прогнозування розвитку процесів різної природи – одна із основних наукових задач, яка практично застосовується у системах підтримки прийняття рішень, автоматичному керуванні, менеджменті бізнесових процесів. У цій роботі об'єктом прогнозування є волатильність (ступінь мінливості) валютного ринку, яку вимірюють стандартним відхиленням відповідного фінансового процесу. Волатильність використовують як один із основних параметрів для оцінювання можливих втрат (ризик), під час виконання торгових операцій тощо. Фінансові процеси, зокрема процеси ціноутворення на біржах, мають такі особливості: висока динаміка, наявність нестационарностей та нелінійностей, висока і змінна у часі волатильність, наявність детермінованих та випадкових компонент у часових рядах даних, вплив випадкових збурень різної природи (шумові складові). Задачам моделювання і прогнозування волатильності присвячено десятки наукових робіт, зокрема [1 – 3], але проблема отримання високоякісних прогнозів цього важливого для прийняття рішень параметра потребує виконання подальших досліджень. Це зумовлено тим, що не всі створені типи моделей волатильності дають можливість досягти високого ступеня адекватності процесу, а особливості проходження фінансових процесів потребують подальшого удосконалення структур математичних моделей та методів оцінювання їх параметрів.

Предметом дослідження є лінійні та нелінійні процеси зі змінною волатильністю, що характеризують поведінку валютного ринку. Розглядається модель стохастичної волатильності (МСВ), узагальнена модель авторегресії з умовною гетероскедастичністю (УАРУГ або GARCH – у англійській термінології) та експоненційна УАРУГ (Е-УАРУГ). Основою успішного розв'язання задачі прогнозування є коректний розв'язок задачі оцінювання параметрів відповідних моделей за допомогою відповідного методу.

У роботі [4] представлено результати застосування розробленої процедури оцінювання параметрів МСВ та моделі УАРУГ за допомогою різних методів. Встановлено, що всі реалізовані методи дають можливість отримати прийнятні значення оцінок параметрів. Використовуючи обчислені оцінки, побудовано процедуру прогнозування значень волатильності з цілком прийнятними за якістю результатами.

Процедуру оцінювання параметрів використаних моделей та прогнозування волатильності виконано за допомогою розробленої авторами програми мовою Java, що дає змогу прогнозувати розвиток процесів на валютному ринку в будь-якій операційній системі.

### Постановка задачі

Метою роботи є: 1 – розглянути особливості побудови функцій прогнозування на основі моделей УАРУГ, Е-УАРУГ і МСВ; 2 – розробити алгоритми прогнозування розвитку валютного ринку за допомогою отриманих функцій прогнозування; 3 – реалізувати алгоритми прогнозування та виконати порівняльний аналіз одержаних результатів з використанням множини статистичних критеріїв якості.

### Модель стохастичної волатильності

Розглянемо поширену у фінансовій математиці нелінійну модель зі змінною волатильністю, а саме модель стохастичної волатильності (МСВ), яку запропонував Тейлор [5]:

$$y_t = e^{\frac{h_t}{2}} u_t, \quad t \geq 1,$$

$$h_{t+1} = \mu + \phi(h_t - \mu) + \sigma_\eta \eta_t, \quad t \geq 1,$$

$$h_t \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2}\right),$$

де  $y_t$  – значення дохідності в момент часу  $t$  ( $t = 1, \dots, n$ );  $h_t$  – логарифм квадрата волатильності в момент часу  $t$ ;  $u_t, \eta_t$  – незалежні гауссівські процеси білого шуму з нульовими математичними сподіваннями та дисперсіями 1 і  $\sigma_\eta^2$ , відповідно; параметри моделі:  $\mu, \phi, \sigma_\eta^2$ .

### Побудова функції прогнозування на основі МСВ

Різницеве рівняння, яке описує зміну значення волатильності у часі, дає змогу прогнозувати на один крок вперед. Для цього потрібно у це різницеве рівняння підставити поточне значення волатильності та відповідні параметри. Для прогнозування на декілька кроків вперед необхідно побудувати функцію прогнозування.

Змінну у часі волатильність описує друге рівняння МСВ, яке формально є рівнянням авторегресії першого порядку:

$$h(k+1) = \mu + \phi(h(k) - \mu) + \sigma_\eta \eta(k),$$

або

$$h(k+1) = \mu(1 - \phi) + \phi h(k) + \sigma_\eta \eta(k). \quad (1)$$

Оцінки параметрів моделі вважаємо відомими; докладно процедуру оцінювання описано в [4]. Оцінка волатильності визначається умовним математичним сподіванням, яке визначається на основі відомої інформації до моменту  $k$  включно:

$$\hat{h}(k+1) = E_k[h(k+1)] = E[\mu(1 - \phi) + \phi h(k) + \sigma_\eta \eta(k)] = \mu(1 - \phi) + \phi h(k).$$

Аналогічно запишемо рівняння (1) для моменту  $k+2$ :

$$h(k+2) = \mu(1 - \phi) + \phi h(k+1) + \sigma_\eta \eta(k)$$

і знайдемо умовне математичне сподівання:

$$\begin{aligned}
\hat{h}(k+2) &= E_k[h(k+2)] = \mu(1-\phi) + \phi E[h(k+1)] = \\
&= \mu(1-\phi) + \phi E[\mu(1-\phi) + \phi h(k)] = \\
&= \mu(1-\phi) + \mu\phi(1-\phi) + \phi^2 h(k) = \\
&= \mu(1-\phi)(1+\phi) + \phi^2 h(k).
\end{aligned}$$

Для наступного моменту часу:

$$\begin{aligned}
\hat{h}(k+3) &= E_k[h(k+3)] = \mu(1-\phi) + \phi E[h(k+2)] = \\
&= \mu(1-\phi) + \phi E[\mu(1-\phi)(1+\phi) + \phi^2 h(k)] = \\
&= \mu(1-\phi) + \mu\phi(1-\phi)(1+\phi) + \phi^3 h(k) = \\
&= \mu(1-\phi)(1+\phi+\phi^2) + \phi^3 h(k).
\end{aligned}$$

Отже, функція прогнозування на довільну кількість кроків має вигляд:

$$\hat{h}(k+t) = \mu(1-\phi)(1+\phi+\phi^2+\dots+\phi^{t-1}) + \phi^t h(k).$$

Зазначимо, що  $h_t$  – це логарифм квадрата волатильності, тобто  $h_t = \ln \sigma_t^2$ .

### Узагальнена модель авторегресії з умовною гетероскедастичністю (УАРУГ)

МСВ належить до класу параметричних моделей зі змінною волатильністю. Іншим класом моделей зі змінною волатильністю є регресійні моделі, серед яких найпопулярнішою є узагальнена модель авторегресії з умовною гетероскедастичністю (УАРУГ), запропонована у роботі [6]. Модель УАРУГ у багатьох випадках достатньо ефективна стосовно моделювання волатильності, яка залежить від часу. Наведені нижче результати моделювання підтверджують, що у фінансових часових рядах спостерігається кластерний характер волатильності, тобто волатильність набуває високих значень, якщо на попередніх проміжках часу вона була високою, та низькі значення, якщо нещодавно вона була низькою. Модель УАРУГ( $p, q$ ) визначає залежність умовної дисперсії від попередньої поведінки квадратів значень основної змінної та ковзного середнього минулих умовних дисперсій. Модель має вигляд:

$$\begin{aligned}
y_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \\
\sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p y_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2,
\end{aligned}$$

де  $y_t$  – дохідність фінансових активів на момент часу  $t$ ;  $\sigma_t$  – волатильність дохідності на моменту часу  $t$ ;  $T$  – об'єм вибірки,  $\alpha_i$  ( $i = 0, 1, \dots, p$ ) та  $\beta_i$  ( $i = 0, 1, \dots, q$ ) – параметри моделі, які повинні задовольняти умову  $\alpha_i > 0$ ,  $\beta_i > 0$ , зумовлену тим, що дисперсія завжди повинна мати додатне значення;  $p$  – максимальний порядок складової АРУГ, а  $q$  – максимальний порядок узагальнювальної складової. Випадкова змінна  $\varepsilon_t$  – має стандартний нормальний розподіл  $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ . Існують різноманітні варіації розподілу випадкової змінної  $\varepsilon_t$ , наприклад, використовують розподіл Стьюдента [7].

### Побудова функції прогнозування для моделі УАРУГ

Можна представити модель УАРУГ( $p, q$ ) у вигляді процесу авторегресії з ковзним середнім (АРКС) [8]:

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^{\max(p,q)} (\alpha_j + \beta_j) \varepsilon_{t-j}^2 + \left( v_t - \sum_{i=1}^p \beta_i v_{t-i} \right),$$

враховуючи, що  $\varepsilon_t^2 = \sigma_t^2 + v_t$ , де  $E_{t-1}[v_t] = 0$ ,  $v_t \in [-\sigma_t^2, \infty)$ . Тобто  $\varepsilon_t^2 \sim ARMA(m, p)$ , де  $m = \max(p, q)$ ; запишемо:

$$\sigma_{t+k}^2 = \omega + \sum_{i=1}^n (\alpha_i \varepsilon_{t+k-i}^2 + \beta_i \sigma_{t+k-i}^2) + \sum_{i=k}^m (\alpha_i \varepsilon_{t+k-i}^2 + \beta_i \sigma_{t+k-i}^2), \text{ де } n = \min\{m, k-1\}.$$

Тепер прогноз на  $k$  кроків визначається за умовним математичним сподіванням:

$$E_t[\sigma_{t+k}^2] = \omega + \sum_{i=1}^n ((\alpha_i + \beta_i) E_t[\sigma_{t+k-i}^2]) + \sum_{i=k}^m (\alpha_i \varepsilon_{t+k-i}^2 + \beta_i \sigma_{t+k-i}^2).$$

Для УАРУГ(1,1) при  $k > 2$  маємо:

$$\begin{aligned} E_t[\sigma_{t+k}^2] &= \sum_{i=0}^{k-2} (\alpha_1 + \beta_1)^i \omega + (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1} \sigma_{t+1}^2 = \\ &= \omega \frac{(1 - (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1})}{(1 - (\alpha_1 + \beta_1))} + (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1} \sigma_{t+1}^2 = \\ &= \sigma^2 (1 - (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1}) + (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1} \sigma_{t+1}^2 = \\ &= \sigma^2 + (\alpha_1 + \beta_1)^{k-1} (\sigma_{t+1}^2 - \sigma^2). \end{aligned}$$

Як зазначено в [9], питання прогнозування майбутніх значень  $y_{n+m}^2$  зводиться до питання прогнозування “волатильності”  $\sigma_{n+m}^2$  за результатами попередніх спостережень  $y_0, y_1, \dots, y_n$ .

#### Результати моделювання

Вхідними даними для процедури прогнозування є параметри відповідної моделі та початкове значення волатильності. У роботі [4] детально описано процедуру одержання оцінок МСВ та моделі УАРУГ. Оцінки параметрів МСВ та моделі УАРУГ отримані за допомогою процедури, реалізованої мовою Java, яка містить декілька алгоритмів. Всі оцінки параметрів МСВ та моделі УАРУГ отримано на основі даних обмінного курсу валют фунт/долар.

Алгоритми оцінювання параметрів МСВ ґрунтуються на методі Монте-Карло для марковських ланцюгів (в основу покладено алгоритм Гіббса). Оцінки параметрів, одержані після виконання однокрокового алгоритму Гіббса та за методом “змішаного зсуву”, наведені у табл. 1.

Таблиця 1

Значення параметрів  $\beta = e^{\frac{\mu}{2}}$ ,  $\phi$  та  $\sigma_v^2$ , які є результатом роботи програми на Java (курс фунт/долар)

	$\phi$	$\beta = e^{\frac{\mu}{2}}$	$\sigma_v^2$
Однокроковий алгоритм Гіббса	0,97717231110600	0,76300469576937	0,16737633234773
Алгоритм Гіббса на основі процедури “змішаного зсуву” (offset mixture)	0,94040535722572	0,68535814181493	0,32299663842729

Оцінки параметрів моделі УАРУГ отримано за допомогою процедури ARMS, яка ґрунтується на двох алгоритмах: алгоритмах: Гастінгса–Метрополіса та алгоритму “адаптивного відбраковування”. Реалізована програма повертає значення оцінок параметрів у такому вигляді:

$\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2}$  – умовна дисперсія;  $\alpha_1 + \alpha_2$  – показник сталості (persistence);  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$  – коефіцієнт

ковзного середнього (КС). Оцінки параметрів наведено у табл. 2.

Таблиця 2

Значення параметрів  $\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2}$ ,  $\alpha_1 + \alpha_2$  та  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$ , які є результатом роботи програми на Java (курс Фунт/Долар)

	$\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2}$	$\alpha_1 + \alpha_2$	$\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$
Параметри моделі УАРУГ, отримані за процедурою ARMS	0,665850013036439	0,902683897378839	0,975064610502185

За початкове значення волатильності взято останнє значення волатильності у вибірці, використаній для оцінювання параметрів моделей. Значення волатильності у попередні моменти часу розраховували під час визначення оцінок параметрів МСВ, зокрема у алгоритмі Гіббса. Але оскільки значення доходності у попередні проміжки часу відомі, то застосуємо найпростіший спосіб визначення волатильності у поточний момент часу за відомих значень доходностей:

$$h_t = \frac{1}{w-1} \sum_{i=k-\frac{w-1}{2}}^{k+\frac{w-1}{2}} [y_i - \bar{y}]^2,$$

де  $y_i$  – доходність в момент часу  $i$ ;  $\bar{y}$  – середнє значення доходності, і нехай ширина становить  $w = 3$ .

Аналіз якості оцінок прогнозів. Отримані оцінки прогнозів волатильності демонструють подібні результати. Для аналізу спрогнозованих значень застосуємо такі показники:

– середній квадрат похибки (СКП):

$$СКП = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\sigma(k) - \hat{\sigma}(k)]^2;$$

– середня абсолютна похибка у процентах:

$$САПП = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{|\sigma(k) - \hat{\sigma}(k)|}{|\sigma(k)|} \times 100\%;$$

– коефіцієнт Тейла:

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\sigma(k) - \hat{\sigma}(k)]^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sigma^2(k) + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{\sigma}^2(k)}}.$$

Якість моделі визначена за такими статистичними показниками:

– коефіцієнт детермінації:  $R^2 = \frac{Var[\hat{\sigma}]}{Var[\sigma]}$ ;

– сума квадратів похибок моделі:  $\sum e^2 = \sum_{i=1}^N [\sigma(i) - \hat{\sigma}(i)]^2$ ;

– статистика Дарбіна–Уотсона:  $DW = 2 - 2\rho$ ,

$$\text{де } \rho = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=2}^N [e(i) - \bar{e}][e(i-1) - \bar{e}]}{\text{Var}[e]}.$$

*Результати прогнозування.* Застосуємо отримані оцінки параметрів моделей для прогнозування майбутнього значення волатильності фінансового ринку. Для цього застосуємо розроблену програму на Java. Існує два підходи до процедури прогнозування: статичне прогнозування та динамічне прогнозування. Ці підходи до прогнозування мають завжди давати на першому кроці багатокрокового прогнозування ідентичні результати.

Статичне прогнозування являє собою процедуру однокрокового прогнозування. Виконавши статичне прогнозування послідовно на кожному кроці, можна порівняти прогноз на основі моделі УАРУГ та реальні спостережувані значення дохідності. Нижче наведено результати статичного прогнозування для моделі УАРУГ (табл. 3).

Таблиця 3

**Результати статичного прогнозування значень волатильності (курс фунт/долар)**

Реальні значення	Прогноз на основі моделі УАРУГ
1,1115311	0,126944344
1,1302784	1,705011855
0,641963	0,172613645
2,0754379	0,915677381
1,5744176	2,472635809
0,4345775	0,164637743
0,9057749	0,607754811
0,5602565	0,878759221
0,0374537	0,067046159
1,5498603	0,018282967
1,9512165	2,492992141
0,7172458	0,731375839
0,4373744	0,513953772
0,1752833	0,226622046
0,2151014	0,076478649
...	...

Для порівняння результатів прогнозування наведено графік фактичного руху волатильності та прогноз волатильності (рис. 1).

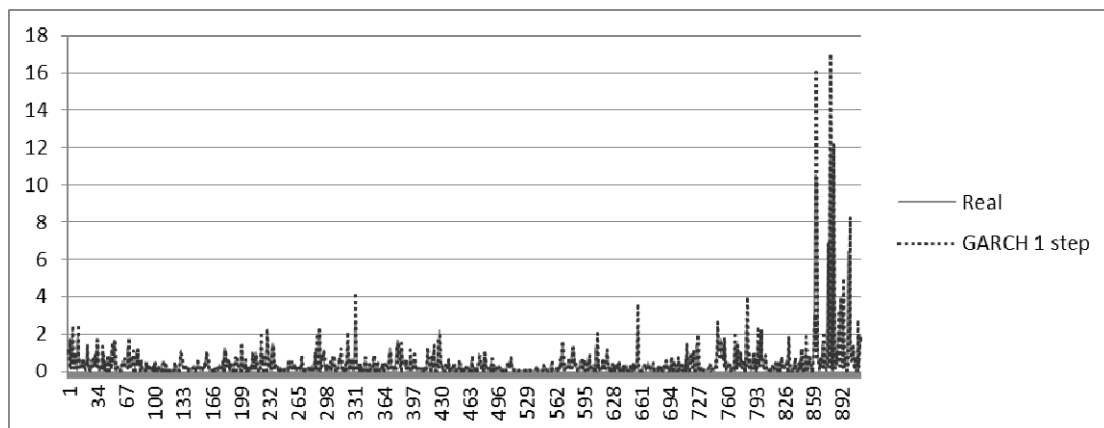


Рис. 1. Значення волатильності в попередні моменти часу та прогноз на  $n_{forecast}$  кроків вперед

Результати розрахунків показників якості одно крокового прогнозу та якості моделі для УАРУГ, Е-УАРУГ та МСВ наведено у табл. 4.

Таблиця 4

**Характеристики оцінок прогнозів та моделей**

Тип моделі	Характеристики прогнозу			Характеристики моделі		
	СКП	САПП	Тейла	$R^2$	$\sum e^2$	DW
УАРУГ	0,7473	58,1307	0,3361	0,9136	509,975	2,622
Е-УАРУГ	0,3487	9,2195	0,1357	0,9321	239,384	2,217
МСВ	0,9538	11,7953	0,1254	–	–	–

Динамічне прогнозування являє собою багатокрокове прогнозування. Нехай процедура прогнозування виконується на 30 кроків вперед ( $n_{forecast} = 30$ ). Прогнозування волатильності здійснюється для МСВ та моделі УАРУГ. Оцінювання параметрів МСВ виконано двома методами: алгоритмом Гіббса та методом “змішаного зсуву”. Результати роботи програми для різних оцінок параметрів наведено у табл. 5.

Таблиця 5

**Прогнозовані значення волатильності на 30 кроків вперед (курс фунт/долар)**

Реальні значення	Прогноз на основі МСВ (алгоритм Гіббса)	Прогноз на основі МСВ (“змішаного зсуву”)	Прогноз на основі моделі УАРУГ
0,42162166	1,207639139	1,207639139	1,32763123
0,5133032	1,183938505	1,138429111	1,207639139
2,06698827	1,161288583	1,077090995	1,107379318
2,58180392	1,139632008	1,0225376	1,023606866
0,74758688	1,118915165	0,973857793	0,953610495
0,42659174	1,0990879	0,930284215	0,895124777
0,48152435	1,080103266	0,89116754	0,846256827
0,24337932	1,061917286	0,85595583	0,805425036
0,59509902	1,044488733	0,82417789	0,771307888
0,82138113	1,027778933	0,795429785	0,742801182
0,88045759	1,011751584	0,769363855	0,718982303
0,59860807	0,996372582	0,745679726	0,699080353
0,4004453	0,981609872	0,72411693	0,682451208
1,71263092	0,967433302	0,704448799	0,668556666
1,84669979	0,953814494	0,686477414	0,656947032
0,42930804	0,940726719	0,670029393	0,647246561
0,24934943	0,928144792	0,654952375	0,639141298
0,40307542	0,916044962	0,641112069	0,632368916
0,18146022	0,904404818	0,628389767	0,626710228
0,01408172	0,893203205	0,616680243	0,621982092
0,56596463	0,882420137	0,605889978	0,61803148
0,56034198	0,872036724	0,595935639	0,614730532
1,1443432	0,862035103	0,586742789	0,611972414
1,84682481	0,85239837	0,578244781	0,609667858
3,86364335	0,843110522	0,570381805	0,607742278
3,17861402	0,834156398	0,563100071	0,606133353
0,14487076	0,825521631	0,556351102	0,60478901
0,13373382	0,817192598	0,550091122	0,603665739
0,47339834	0,809156371	0,544280522	0,602727187
0,8665932	0,801400683	0,538883402	0,601942975

На рис. 2 зображено поведінку волатильності у часі, на основі якої виконано оцінювання параметрів моделей та прогнозована поведінка волатильності на  $n_{forecast}$  кроків вперед.

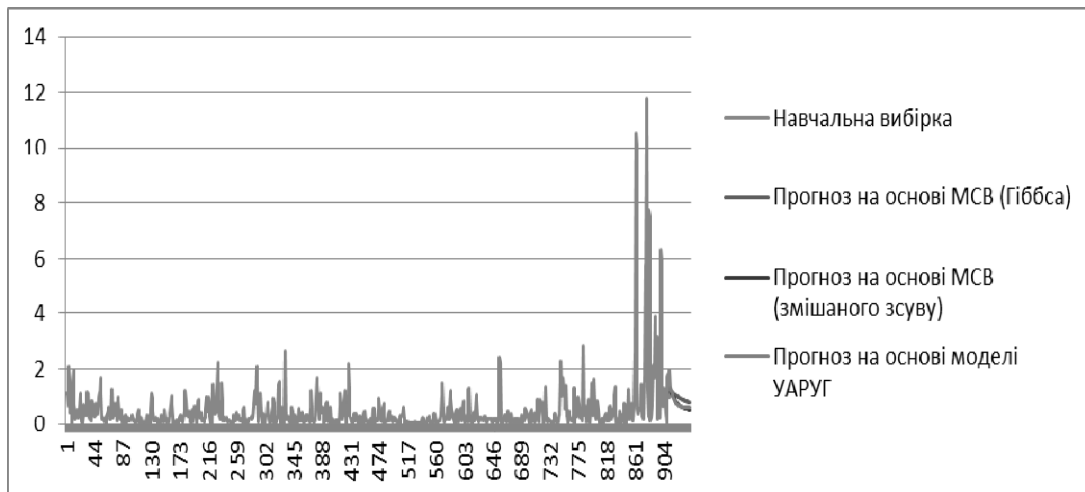


Рис. 2. Значення волатильності у попередні моменти часу та прогноз на  $n_{forecast}$  кроків вперед

Для візуального порівняння результатів прогнозування наведено графік руху волатильності у попередні проміжки часу та прогноз на  $n_{forecast}$  кроків вперед (рис. 3).

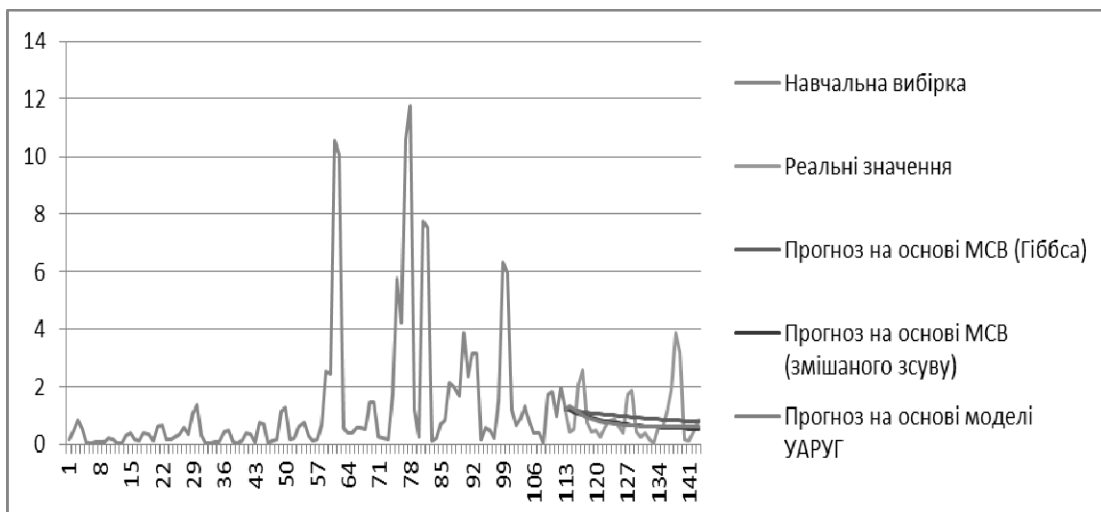


Рис. 3. Порівняння прогнозованих та реальних значень волатильності

### Висновки

Оцінено три структури моделей динаміки умовної дисперсії, які використано для однокрокового прогнозування на навчальній та перевіряльній вибірках. Для оцінювання параметрів моделей використано метод Монте-Карло для марковських ланцюгів, який можна застосовувати до лінійних, псевдолінійних та нелінійних моделей. Встановлено, що оцінки прогнозів волатильності, обчислені на основі МСВ та моделі Е-УАРУГ, демонструють схожі результати, що підтверджує коректність використаного підходу загалом. Мінімальне значення середньої абсолютної похибки у процентах досягнуто для Е-УАРУГ (САПП = 9,22 %). Деяко гірші результати прогнозування продемонструвала у цьому випадку модель УАРУГ (САПП = 58,1 %), що можна пояснити високою складністю динаміки прогнозованого процесу та деякими недоліками моделей такої структури.

У подальших дослідженнях необхідно удосконалити структуру та продовжити аналіз моделей стохастичної волатильності, які є перспективними для оцінювання та прогнозування умовної



дисперсії. Також доцільно розглянути удосконалені структури моделей Е-УАРУГ, які продемонстрували, у цьому випадку, найкращі результати стосовно якості оцінок прогнозів.

1. Nelson D.B. *Conditional heteroscedasticity in asset returns: a new approach* // *Econometrica*. 1991. – Vol. 59. – No. 2, pp. 347 – 370. 2. Engle R.F., Lilien D.M., Robins R.P. *Estimating time-varying risk premia in the term structure: ARCH-M model* // *Econometrica*. – 1987. – Vol. 55. – No. 2, pp. 391 – 408. 3. Chou R.Y. *Volatility persistence and stock returns – some empirical evidence using GARCH* // *Journal of Applied Econometrics*. – 1987. – No. 3, 279 – 294. 4. Бідюк П.І., Коновалюк М.М. *Оцінювання моделей стохастичної волатильності та УАРУГ на Java* // *Миколаїв*. – 2012. 5. Taylor S. J. *Financial returns modeled by the product of two stochastic processes – a study of the daily sugar prices: 1961 – 1975* // In Anderson, O. D. (ed.), *Time Series Analysis: Theory and Practice*, 1. – Amsterdam: North-Holland, – 1982. – P. 203–226. 6. Bollerslev T., *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity* // *Journal of Econometrics*. – 1986. – Vol. 31. – P. 307–327. 7. Bollerslev T. *A conditionally heteroskedasticity time series model for speculative prices and rates of return* // *The Review of Economics and Statistics*. – 1987. – Vol. 69. – P. 542–547. 8. Engle R.F., Bollerslev T. *Modeling the persistence of conditional variance* // *Econometric Reviews*. – Vol. 5. – 1986. – P. 1–50. 9. Ширяев А.Н. *Основы стохастической финансовой математики* // Том 1, Факты. Модели. – М.: ФАЗИС, – 1998. – 512 с.

УДК 621.391.3

К. Обельовська<sup>1</sup>, О. Ліскевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра автоматизованих систем управління,  
<sup>2</sup>кафедра ЗЕС

## ОЦІНКА ПРОПУСКНОЇ СПРОМОЖНОСТІ ТРІЙКОВОГО СИМЕТРИЧНОГО КАНАЛУ БЕЗ ПАМ'ЯТІ З ТРЬОМА ГРАДАЦІЯМИ ВІРНОСТІ

© Обельовська К., Ліскевич О., 2013

**Запропоновано формулу для визначення пропускної спроможності трійкового симетричного каналу без пам'яті з трьома градаціями вірності.**

**Ключові слова:** канал зв'язку, трійковий канал, пропускна спроможність, градація вірності.

**The formula to define the throughput of three symbol symmetric memoryless channel having three levels of likelihood is proposed.**

**Key words:** model channel, ternary channel, throughput, likelihood.

### Вступ

Сучасний етап розвитку телекомунікацій характеризується постійним зростанням вимог щодо якості каналів зв'язку, одним з основних параметрів яких є пропускна спроможність. Підвищення пропускної спроможності каналів досягається, зокрема, за рахунок переходу від каналів двійкових до каналів з більшою множиною вхідних символів. Так, наприклад, трійковий канал використовується в Європі для організації цифрових потоків зі швидкістю 2,048 Мбіт/с відповідно до рекомендації G.703 МККТТ (код HDB3), в мережах Fast Ethernet специфікації 100Base-T4 (схема кодування 8В/6Т – 8 Binary 6 Ternary, при якій кожних вісім символів двійкової послідовності замінюють на шість трійкових символів) [1].