

І. Дронюк, С. Квасниця, В. Калінчук  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра автоматизованих систем управління

## ФОРМУВАННЯ ЗАХИСНИХ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ ФРАКТАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

© Дронюк І., Квасниця С., Калінчук В., 2013

**Розглянуто застосування фрактальної геометрії для захисту зображень. Рекомендуються метод, який призначений для побудови зображення за допомогою кривої Гільберта та інших фракталів. На основі цього методу розроблено відповідне програмне забезпечення.**

**Ключові слова:** захист документів, фрактали, postscript.

**We consider the application of fractal geometry to protect the images. We advise the method that is for constructing images using Hilbert curve and other fractals. Basing on this methods, there was developed appropriate software.**

**Key words:** computer science, informational technologies, mathematical modeling, object-oriented programming, fractals, postscript.

### Вступ

У сучасному цифровому світі у сфері захисту інформації є різноманітні секретні коди, зручні для розпізнавання [1]. Зокрема, на товарах у магазинах містяться штрихкоди, які розпізнаються інфрачервоним сканером. На зміну штрихкодам, інформаційної місткості яких вже недостатньо, прийшли QR-коди, які нині найчастіше використовуються у веб-мережах як посилання на сторінки. Їх розпізнають пристрої з цифровими камерами. Але у цих двох методів захисту є один дуже істотний недолік. Вони призначені для розпізнавання сканерами чи іншими пристроями зі спеціальним програмним забезпеченням. Людина, оглядаючи надруковані коди, не отримує ніякої інформації.

Саме тому перетворення зображень на основі фракталів є новим методом для захисту документів. Наприклад, побачивши перетворений за допомогою фрактала логотип фірми, нанесений на основу документа, будь-яка людина зможе впевнитись в його оригінальності.

У багатьох випадках зручно, щоб інформація, яка накладена для захисту та ідентифікації на графічному об'єкті, була читабельною для людей без жодної цифрової техніки. Метою цієї статті є розроблення графічних захисних елементів, візуально сприйнятних людиною.

### Алгоритм побудови зображень

Алгоритм для побудови захисних зображень створено на основі використання рекурсивних методів. Саме рекурсія і є основою побудови фрактальних кривих.

Для відображення рисунка за допомогою фрактальних кривих використано алгоритм побудови кривої Гільберта. Особливість алгоритму полягає у рекурсивності даних фрактала [2], який взятий за основу під час перетворення зображень. Час роботи програми під час перетворення на основі кривої Гільберта мінімальний (рис. 1). Властивість самоподібності дає змогу утворювати зображення з допомогою фракталів. Залежно від насиченості кольору пікселя зображення і заданого порогового значення вибирають густину побудови фрактала.

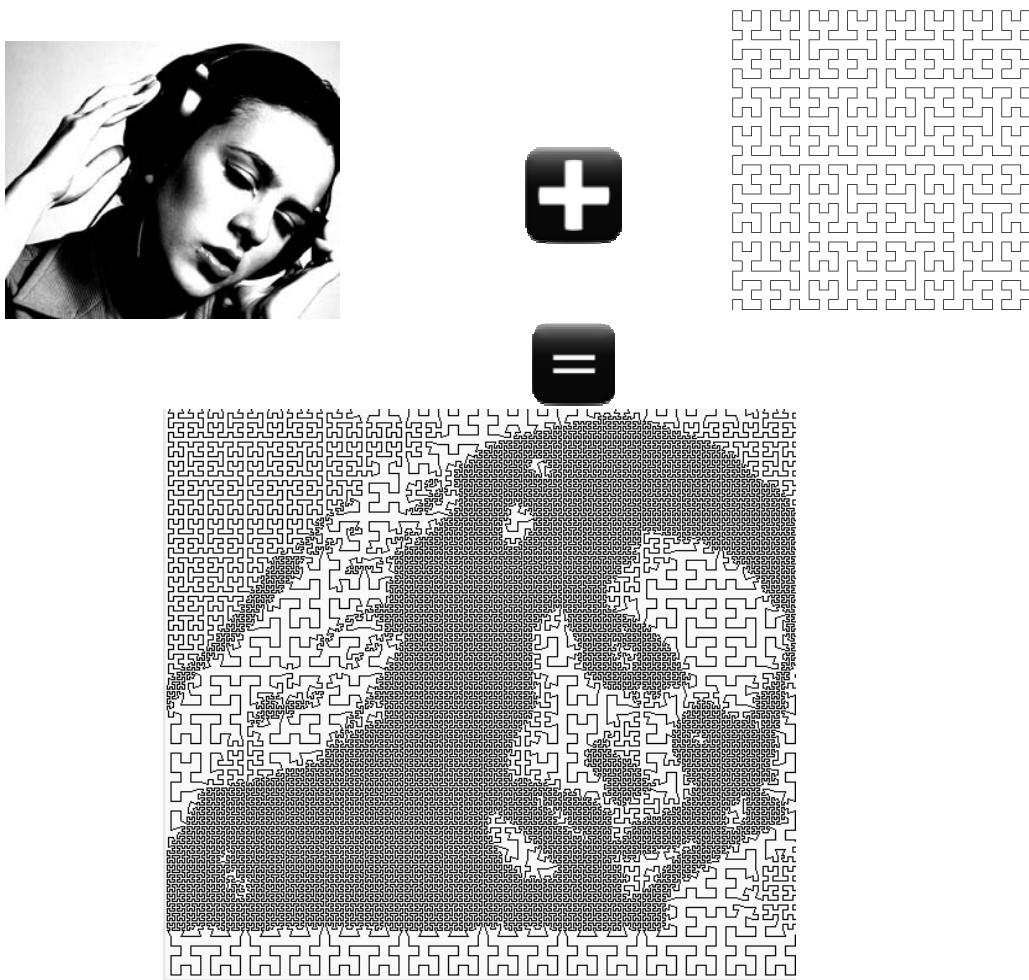


Рис. 1. Представлення зображення “Дівчина, що слухає музику” з використанням фрактальної геометрії

Основну суть методу перетворення зображення показано на рис. 2.

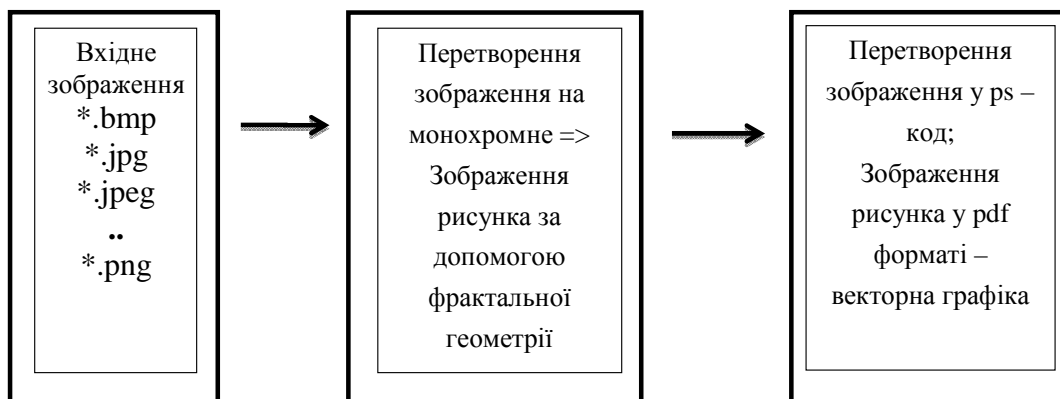


Рис. 2. Структурна схема методу

Ще одна властивість фрактальної геометрії – це самоподібність: якщо розглядати невеликий фрагмент кривої, то завжди можна побачити сам фрактал. Переважно у цифровому світі зображення подаються за допомогою растрової графіки, а у разі збільшення зображення якість втрачається. У цій програмній реалізації для забезпечення якості відтворення (рис. 3) зображення перетворюється у векторну графіку за допомогою мови програмування postscript.

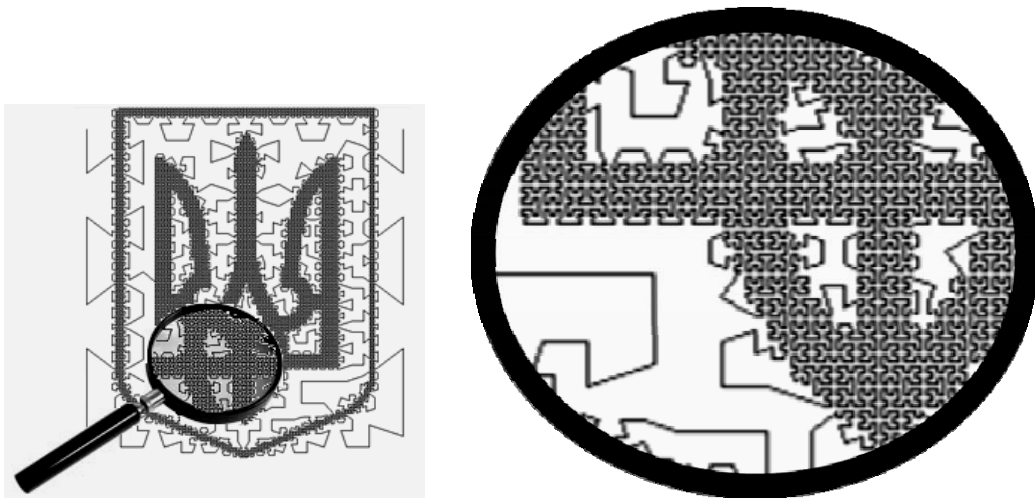


Рис. 3. Векторний формат зі збільшенням зображення

Postscript – мова програмування, яка використовується для друку документів на лазерних принтерах, але також може бути адаптована для представлення зображень на інших пристроях. Орієнтована, в основному, на роботу із графічними зображеннями та опис сторінок [3]. Зображений рисунок завжди матиме найвищу якість, яка доступна цьому типу пристроїв.

Для побудови захисних елементів використано фрактальну криву Гільберта, основна ідея побудови якої зображена на рис. 4.

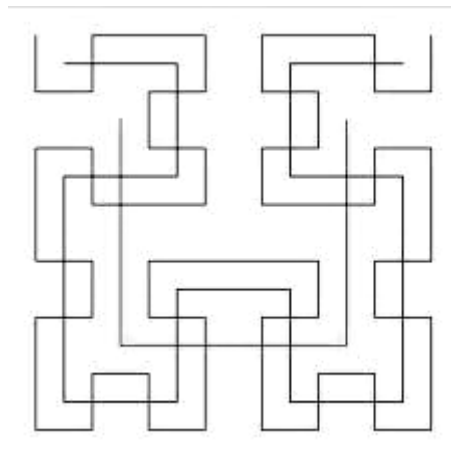


Рис. 4. Ідея створення кривої Гільберта

Суть цього алгоритму така:

- Візьмемо квадрат зі стороною  $\frac{1}{2}$ , заберемо одну з його сторін і помістимо його в середину одиничного квадрата.
- Зменшимо криву першого порядку вдвічі і зробимо із неї чотири копії. Дві перемістимо, а дві інші теж перемістимо й повернемо на чверть оберту в протилежні боки. З'єднаємо кінці ліній трьома однаковими відрізками довжиною, що дорівнює стороні нового, зменшеного квадрата.
- Повторимо такі ж дії, але вже з отриманою ламаною лінією: зменшимо вдвічі, зробимо чотири копії, дві з яких повернені, і знову з'єднаємо відрізками, які теж вкоротимо вдвічі. Повторювати цей алгоритм можна безмежну кількість разів.
- Значимо, що крива Гільберта  $n$  порядку складається  $2^{2n} - 1$  відрізків довжиною  $1/2^n$ .

Означимо послідовність функцій

$$f_0(t), f_1(t), f_2(t), \quad (1)$$

де кожна функція  $f_i(t)$  з'єднує елементарний квадрат, з яких будується крива Гільберта. Для кожної точки  $t$  відстань між значеннями  $f_n(t)$  і  $f_{n+1}(t)$  не перевищує діагоналі квадрата, отриманої на  $n$ -му

кроці –  $(\sqrt{2}) * 1/2^n$  чи  $2^{1/2-n}$ . Важливо те, що нерівність справедлива для кожної точки  $t$  на інтервалі  $[0,1]$ .

Отже,

$$|f_{n+m}(t) - f_n(t)| < |f_{n+1}(t) - f_n(t)| + \dots + |f_{n+m}(t) - f_{n+m-1}(t)|.$$

Або ж, застосовуючи цю нерівність багаторазово, отримаємо

$$|f_{n+m}(t) - f_n(t)| < 2^{\frac{1}{2}-n} + 2^{\frac{1}{2}-(n+1)} + \dots + 2^{\frac{1}{2}-(n+m-1)}.$$

Обчислюючи суму геометричної прогресії, можна перетворити нерівність до вигляду

$$|f_{n+m}(t) - f_n(t)| < 2^{\frac{1}{2}-n} (1 + 2^{-1} + \dots + 2^{-(m-1)}) < 2^{\frac{1}{2}-n}. \quad (2)$$

Нерівність (2) показує, що послідовність функцій (1) є послідовністю Коші для кожного  $t \in [0,1]$ . Задана послідовність рівномірно збігається до точки в одиничному квадраті, яку позначено  $f(t)$ .

$$f(t)_{i \rightarrow \infty} = \lim f_i(t). \quad (3)$$

Збіжність у рівності (3) рівномірна, оскільки нерівність виконується для всіх  $t \in [0,1]$ . За відповідною теоремою з функціонального аналізу [4] границя послідовності неперервних функцій, що збігаються рівномірно, є неперервною функцією. Це доводить, що гранична функція  $f(t)$  з (3) неперервна, а отже, є кривою Гільберта.

Криву Гільберта не можна назвати повноцінним фракталом, оскільки невелика частина одиничних елементів на більшому фрагменті масштабується, а не повторюється. Однією з основних характеристик фракталів є гаусдорфова розмірність  $d = \log(N)/\log(r)$ . Повноцінні фрактали типу сніжинки Коха, множини Мандельброта, трикутника Серпінського мають розмірність  $1 \leq d < 2$ , а  $d = \log(4)/\log(2) = 2$  для кривої Гільберта [5].

Проте перевагою кривої Гільберта є можливість зміни вигляду кривої зсувом центральних координат одиничного квадрата. Стандартна крива має точки зміни напрямку прямо в центрі кожного одиничного квадрата, з координатами (0.5, 0.5). Координати можуть змінюватись від 0 до 1 в обох напрямках. Зміну вигляду кривої залежно від зміни центральних координат показано на рис. 5.

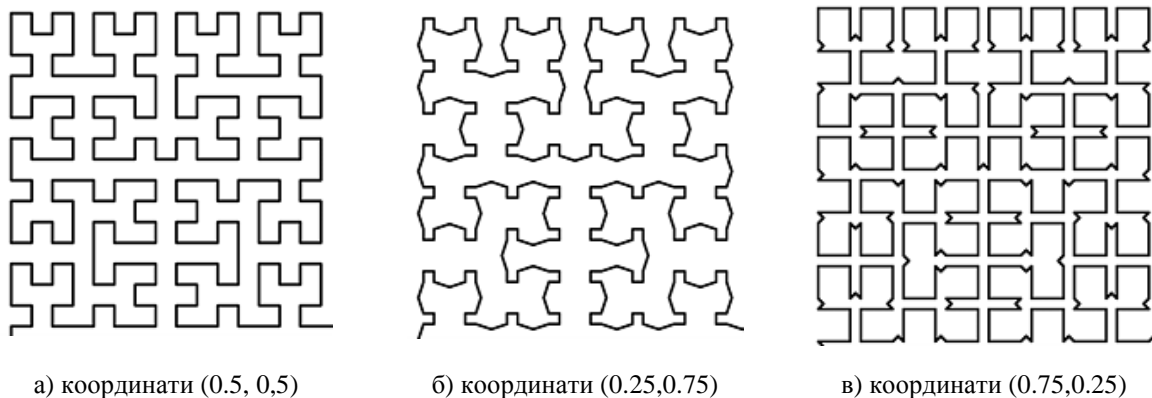


Рис. 5. Варіанти кривої Гільберта зі зміною центральних координат

Незважаючи на з'єднання між кінцевою точкою одного  $2 \times 2$  блока і першою точкою наступного  $2 \times 2$  блока, під час виконання алгоритму промальовується лінія з'єднання з центра першого квадрата під прямим кутом з центром другого квадрата. Цей параметр у звичному вигляді дорівнює 0,5. Але він також може змінюватись від 0 до 1. Зображення, наведене нижче, ілюструє такий змінений варіант кривої Гільберта. На рис. 6,а представлено з'єднання кривої Гільберта під прямим кутом (0.5), 6,б – під гострим кутом (0.25), 6,в – під тупим кутом (0.75) [6].

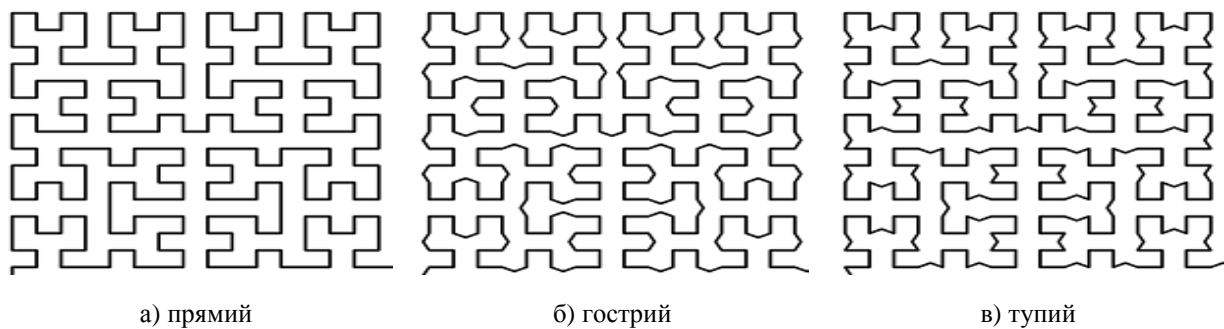


Рис. 6. Варіанти кривої Гільберта зі зміною кута з'єднання

Зазвичай криву Гільберта будували у двовимірній площині. Перспективним вважається перетворення зображення у тривимірному просторі.

Кубічна крива Гільберта є узагальненням двовимірної кривої Гільберта, де точка  $t \in [0,1]^3$ . Суть побудови кривої Гільберта у тривимірному просторі полягає у тому, що представляємо кожен елемент системи у вигляді куба, площину якого поділимо на 8 елементів (рис. 7 [7]).

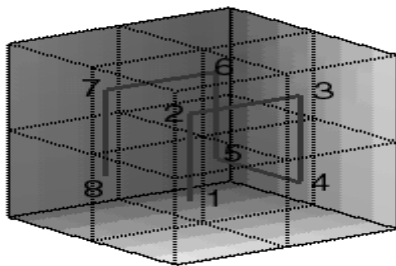


Рис. 7. Одиничний квадрат кривої Гільберта у тривимірному просторі

Кожен елементарний кубик у разі зростання фрактала необхідно ділити ще на 8 кубиків, де нумерація кожного з кубиків зберігається і показує, як два елементарні кубики послідовно доторкаються лицьовими сторонами, перший елементарний кубик з малого куба має спільну сторону з другим елементарним кубиком, тобто попередній і останній елементарні кубики торкаються лицьовою стороною наступного малого куба.

На етапі  $n$  отримуємо у кубі розміром  $8^n$  послідовність  $C_{n,0}, C_{n,1}, \dots, C_{n,4^n-1}$ , аналог послідовності (1) у тривимірному випадку. Тут завжди зберігається вищеописана черговість дій [4].

### Висновки

Запропоновано метод формування фрактальних зображень для захисту інформації, які, з одного боку, візуально сприймаються людиною, а з іншого – містять приховані дані, що можуть бути зчитані цифровими пристроями.

Розроблено метод побудови захищених зображень на основі фрактальної геометрії. Особливістю методу є використання рекурсії для реалізації самоподібності фракталів.

Запропоновано метод побудови якісних об'ємних зображень на основі фрактальної геометрії. Розроблено спеціальне програмне забезпечення і на його основі побудовано перетворені зображення на основі кривої Гільберта. Розробка може бути корисною для web-дизайнерів, художників, маркетологів, поліграфістів тощо.

1. Киричок П. *Захист цінних паперів та документів суворого обліку* / П.О. Киричок, Ю.М. Коростиль. – К.: НТУУ “КПІ”, 2008. – 368 с. 2. Мандельброт Б. *Фрактальная геометрия природы* / Б. Мандельброт. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с. 3. Reid Glenn C. *Thinking in PostScript* / Glenn C. Reid. – Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1990. –

221 р. 4. Колмогоров А.Н. *Элементы теории функций и функционального анализа* / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: Физматлит, 2004. – 572 с. 5. Heinz-Otto Peitgen et al, *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*, Springer, 2nd edition, 2004. – 483 с. 6. *Courbe De Hilbert 3D* [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.mathcurve.com/fractals/hilbert3d/hilbert3d.shtml>. 7. *Tutorial: Hilbert Curve Coloring* [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.fractalus.com/kerry/tutorials/hilbert/hilbert-tutorial.html>.

УДК 606.628/ 543.087.9/ 54.08

А. Осядач, В. Червцова, О. Файтас, М. Лобур, В. Новіков  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра систем автоматизованого проектування

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЯКОСТІ ВОДИ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРИСТРОЮ LAB-ON-CHIP

© Осядач А., Червцова В., Файтас О., Лобур М., Новіков В., 2013

**Розглянуто результати досліджень води за допомогою пристрою lab-on-chip. Встановлено закономірності між концентраціями іонів у розчинах та оптичними показниками спектрометра.**

**Ключові слова: lab-on-chip, оптичні MEMS, моніторинг води.**

**The article deals with the results of studies of water through the device lab-on-chip. It is established the relationships between the concentrations of ions in solutions and optical parameters of the spectrometer.**

**Key words: lab-on-chip, optical MEMS, water monitoring**

### Вступ

У житті людини вода відіграє особливу роль, задовольняючи її фізіологічні, санітарно-гігієнічні та побутові потреби. Вода, яку ми споживаємо, повинна бути чистою. В останні десятиріччя якість питної води суттєво погіршилась. Значна концентрація міського населення, різке збільшення промислових, транспортних, сільськогосподарських, енергетичних та інших антропогенних чинників призвели до порушення якості води, появи в джерелах водопостачання невластивих природному середовищу хімічних та радіоактивних агентів. У зв'язку з цим проблема забезпечення населення доброякісною питною водою є актуальною та її вирішенням стає необхідність моніторингу її якості [1].

З розвитком новітніх технологій, зокрема МЕМС (мікроелектромеханічних систем) вирішення цього питання стає доступнішим, швидшим та точнішим порівняно із традиційними методами аналізу води.

Лабораторія на чипі (lab-on-chip) – це мікроелектромеханічний пристрій, який об'єднує одну або кілька функцій лабораторного аналізу на одному чипі розміром до декількох квадратних сантиметрів. Лаб-чипи мають справу з обробкою дуже малих об'ємів рідини. За допомогою пристрою lab-on-chip можна досягти поставленої нами мети, а саме моніторингу якості питної води [2, 3].

Традиційні методи якісного та кількісного хімічного аналізу дорогі та потребують великих затрат часу та ручної роботи. Лаб-чипи, своєю чергою, дають змогу значно скоротити час вимірювань, при цьому затрати ручної роботи мінімальні.

До основних переваг лаб-чипів належать:

– швидкість аналізу (до декількох секунд);