

## СТВОРЕННЯ ГРАФІЧНОЇ БАЗИ ДАНИХ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ПЕРІОДИЧНИХ АТЕВ-ФУНКЦІЙ

© Дронюк І., Мавко М., Назаркевич М., 2008

Розглянуто елементарні періодичні Атев-функції та їхні властивості. Атев-функції є унікальними кривими, форма яких залежить від заданих параметрів. Представлено графічну базу даних елементарних періодичних Атев-функцій залежно від заданого типу і параметрів, що є основою для методу побудови захисних сіток та гільйошних композицій, які наносяться на документи з метою захисту від підробки.

Elementary periodic Ateb-functions and their properties are considered. Ateb-functions are unique curves and their form depends on the preset parameters. The graphic database of elementary periodic Ateb-functions is represented depending on the set type and parameters. It is basis for the method of protective nets construction and antiskaner compositions, which are inflicted on documents with the purpose of defence from an imitation.

### 1. Вступ

Останнім часом технології захисту документів все більш ускладнюються. На стадії додрукарської підготовки та дизайну можливе використання гільйошних елементів, лінійних растрів, гравюр і гравюрних елементів, навмисних дефектів, мікротекстів, об'ємних ефектів, прихованих зображень, зображень, що поєднуються, штрихових і контрольних кодів [1, 2]. Гільйошні елементи (сітки, бордюри, розети, кутки, віньетки) — малюнки з величезною кількістю тонких ліній, що перетинаються, обчислених математичними формулами. Не знаючи точної формули певного гільйоша, відтворити його практично неможливо.

Композицію з гільйошних елементів складно відтворити на копіювальному апараті через дуже малу товщину (від 40 до 70 мкм). Підроблена лінія вийде перервною і складатиметься з растрових крапок. Технологія гільйоша постійно вдосконалюється. Методи створення гільйошних елементів спрощуються, а складність композиції з цих елементів збільшується.

Нами запропонований метод створення гільйошних композицій на основі математичних формул, оснований на теорії Атев-функцій [3]. Для створення великої кількості різноманітних гільйошів у цій роботі побудовано елементарні Атев-функції. Ці одиничні елементи формуються у графічну базу даних, яка є основою для програмного забезпечення побудови захисних сіток та гільйошних композицій.

### 2. Властивості періодичних Атев-функцій

Коливальний рух можна описати системою диференціальних рівнянь у вигляді

$$\begin{cases} \dot{x} + \beta \cdot y^m = 0; \\ \dot{y} - \alpha \cdot x^n = 0 \end{cases} \quad (1)$$

для значень  $\alpha > 0$  і  $\beta > 0$ , де  $m, n$  визначені за формулами

$$m = \frac{2v_1^* + 1}{2v_1^{**} + 1}, n = \frac{2v_2^* + 1}{2v_2^{**} + 1}, (v_1^*, v_2^*, v_1^{**}, v_2^{**} = 0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

описує складні коливальні рухи.

Доведено [4], що розв'язок (1) виражається через періодичні Атеб-функції і є оберненням інтеграла:

$$q = -\frac{m+1}{2} \int_1^{0 \leq u \leq 1} \frac{d\bar{u}}{(1-\bar{u}^{m+1})^{\frac{n}{n+1}}}. \quad (3)$$

Це співвідношення можна переписати через Beta-функції, тоді воно набуває вигляду

$$q = -\frac{1}{2} \left[ B_u \left( \frac{1}{m+1}, \frac{1}{n+1} \right) - B \left( \frac{1}{m+1}, \frac{1}{n+1} \right) \right], \quad (4)$$

де  $B$  і  $B_u$  – відповідно, повна і неповна Beta-функції.

Ввівши змінну  $v$  згідно з виразом [4]

$$u^{m+1} + v^{n+1} = 1, \quad (5)$$

отримаємо такий інтеграл:

$$q = \frac{n+1}{2} \int_0^{0 \leq v \leq 1} \frac{d\bar{v}}{(1-\bar{v}^{n+1})^{\frac{m}{m+1}}}. \quad (6)$$

і відповідний вираз з Beta-функцією:

$$q = \frac{1}{2} B_v \left( \frac{1}{m+1}, \frac{1}{n+1} \right), \quad (7)$$

Для позначення обернень інтегралів (3) і (6), які побудовані у [4], введено функції  $u$  і  $v$  від параметрів  $m$  і  $n$ . Обернення інтеграла (6) визначено як Атеб-функцію

$$v = Sa(n, m, q), \quad (8)$$

а інтеграла (3) – як Атеб-функцію

$$u = Ca(m, n, q). \quad (9)$$

Легко побачити, що при  $m = n = 1$  отримаємо  $u = Cos(q)$ ,  $v = Sin(q)$ , які задовольняють (5), що перетворюється на основну тригонометричну тотожність.

Величина  $\Pi(m, n)$ , подана нижче, є півперіодом коливальної системи.

$$\Pi(m, n) = \Pi(n, m) = \frac{1}{2} B \left( \frac{1}{m+1}, \frac{1}{n+1} \right), \quad (10)$$

Автор праці [4] показує, що функція  $Sa(n, m, q)$  є оберненням інтеграла (6) в області  $-1 \leq v \leq 1$ ,  $-\frac{1}{2} \Pi(m, n) \leq q \leq \frac{1}{2} \Pi(m, n)$ , і на інтервалі зміни  $q$  є непарною. Функція  $Ca(m, n, q)$  є оберненням інтеграла (1) в області  $-1 \leq u \leq 1$ ,  $0 \leq q \leq \Pi(m, n)$  і має властивість парності.

Покажемо деякі значення Атеб-функцій, які впливають з їхніх визначень:

$$\begin{aligned} Sa(n, m, 0) &= 0, \quad Ca(m, n, 0) = 1, \\ Sa \left[ n, m, \frac{1}{2} \Pi(m, n) \right] &= 1, \quad Ca \left[ m, n, \frac{1}{2} \Pi(m, n) \right] = 0, \\ Sa \left[ n, m, \Pi(m, n) \right] &= 0, \quad Ca \left[ m, n, \Pi(m, n) \right] = -1, \\ Sa \left[ n, m, \frac{3}{2} \Pi(m, n) \right] &= -1, \quad Ca \left[ m, n, \frac{3}{2} \Pi(m, n) \right] = 0, \\ Sa \left[ n, m, 2\Pi(m, n) \right] &= 0, \quad Ca \left[ m, n, 2\Pi(m, n) \right] = 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Властивості періодичних Атеб-функцій досліджені в [4]; вкажемо тут основні з них, які були використані нами при обчисленні значень:

$$\begin{aligned}
 Ca[m, n, \Pi(m, n) + q] &= -Ca(m, n, q), \\
 Sa[n, m, \Pi(m, n) + q] &= -Sa(n, m, q), \\
 Ca[m, n, 2\Pi(m, n) - q] &= Ca(m, n, q), \\
 Sa[n, m, 2\Pi(m, n) - q] &= -Sa(n, m, q), \\
 Ca[m, n, 2\Pi(m, n) + q] &= Ca(m, n, q), \\
 Sa[n, m, 2\Pi(m, n) + q] &= Sa(n, m, q).
 \end{aligned} \tag{12}$$

Враховуючи ці властивості, можемо зробити висновок, що функції  $Sa(n, m, q)$  і  $Ca(m, n, q)$  визначені на інтервалі  $-\infty \leq q \leq \infty$  і є  $2\Pi(m, n)$ -періодичними.

У праці [4] введено наступні Атеб-функції згідно з формулами:

$$\begin{aligned}
 ta(n, m, q) &= \frac{Sa(n, m, q)}{Ca(m, n, q)}, \\
 cta(m, n, q) &= \frac{Ca(m, n, q)}{Sa(n, m, q)}, \\
 Se(m, n, q) &= \frac{1}{Ca(m, n, q)}, \\
 Cs(n, m, q) &= \frac{1}{Sa(n, m, q)}.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Опишемо властивості періодичних Атеб-функцій

- $y = ta(n, m, q)$ . Періодична крива з періодом  $T = \Pi(m, n)$  та асимптотами  $q = (k + \frac{1}{2})\Pi(m, n)$ . При зміні  $q$  від  $-\frac{1}{2}\Pi(m, n)$  до  $+\frac{1}{2}\Pi(m, n)$  монотонно зростає від  $-\infty$  до  $+\infty$ . Перетинається з віссю  $q$  в точках  $k \cdot \Pi(m, n)$ .

- $y = cta(m, n, q)$ . Періодична крива з періодом  $T = \Pi(m, n)$ , а рівняння асимптоти  $q = k \cdot \Pi(m, n)$ . При зміні  $q$  від 0 до  $\Pi(m, n)$  монотонно спадає від  $+\infty$  до  $-\infty$ . Потім значення  $y$  повторюються. Пересікається з віссю  $q$  в точках  $(k + \frac{1}{2}) \cdot \Pi(m, n)$ .

- $y = Se(m, n, q)$ . Періодична крива з періодом  $T = 2\Pi(m, n)$  і асимптотами в точках  $q = (k + \frac{1}{2}) \cdot \Pi(m, n)$ . Максимуми досягаються в точках  $(k + \frac{1}{2}) \cdot \Pi(m, n)$  і дорівнюють  $-1$ , мінімуми досягаються в точках  $2k\Pi(m, n)$  і дорівнюють  $+1$ .

- $y = Cs(n, m, q)$ . Періодична крива з періодом  $T = 2\Pi(m, n)$  і асимптотами в точках  $q = k \cdot \Pi(m, n)$ . Максимуми досягаються в точках  $\frac{4k+3}{2} \cdot \Pi(m, n)$  і дорівнюють  $-1$ , мінімуми досягаються в точках  $\frac{4k+1}{2} \cdot \Pi(m, n)$  і дорівнюють  $+1$ .

Запишемо властивості, які показують зв'язок між періодичними Ateb-функціями:

$$\begin{aligned}
 Ca(m,n,q) &= Sa\left[n,m,\frac{1}{2}\Pi(m,n)+q\right], \\
 Sa(n,m,q) &= -Ca\left[m,n,\frac{1}{2}\Pi(m,n)+q\right], \\
 Ca(m,n,q) &= -Sa\left[n,m,\frac{3}{2}\Pi(m,n)\pm q\right], \\
 Sa(n,m,q) &= \pm Ca\left[m,n,\frac{3}{2}\Pi(m,n)\pm q\right], \\
 cta(m,n,q) &= \mp ta\left[n,m,\frac{1}{2}\Pi(m,n)\pm q\right], \\
 ta(n,m,q) &= \mp cta\left[m,n,\frac{1}{2}\Pi(m,n)\pm q\right], \\
 Cs(n,m,q) &= -Se\left[m,n,\frac{1}{2}\Pi(m,n)+q\right], \\
 Se(m,n,q) &= Cs\left[n,m,\frac{1}{2}\Pi(m,n)\pm q\right], \\
 Cs(n,m,q) &= \pm Se\left[m,n,\frac{3}{2}\Pi(m,n)\pm q\right], \\
 Se(m,n,q) &= -Cs\left[n,m,\frac{3}{2}\Pi(m,n)\pm q\right].
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

### 3. Графічна база даних Ateb-функцій

Ці функції мають широке прикладне застосування [5, 6] при моделюванні коливних процесів. Ateb-функції є унікальними кривими, форма яких залежить від заданих параметрів  $m$  і  $n$ . Це дає змогу ефективно використати ці функції для захисту документів від підробки. Нами запропоновано метод побудови антисканерних сіток у додрукарській підготовці документів на основі теорії Ateb-функцій, тому доцільно створити графічну базу даних протабульованих функцій (8), (9), (13) для різних значень параметрів  $m$  і  $n$ . Створена графічна база даних є основою для програмного забезпечення побудови захисних сіток.

Покажемо побудовані нами графіки періодичних Ateb-функцій

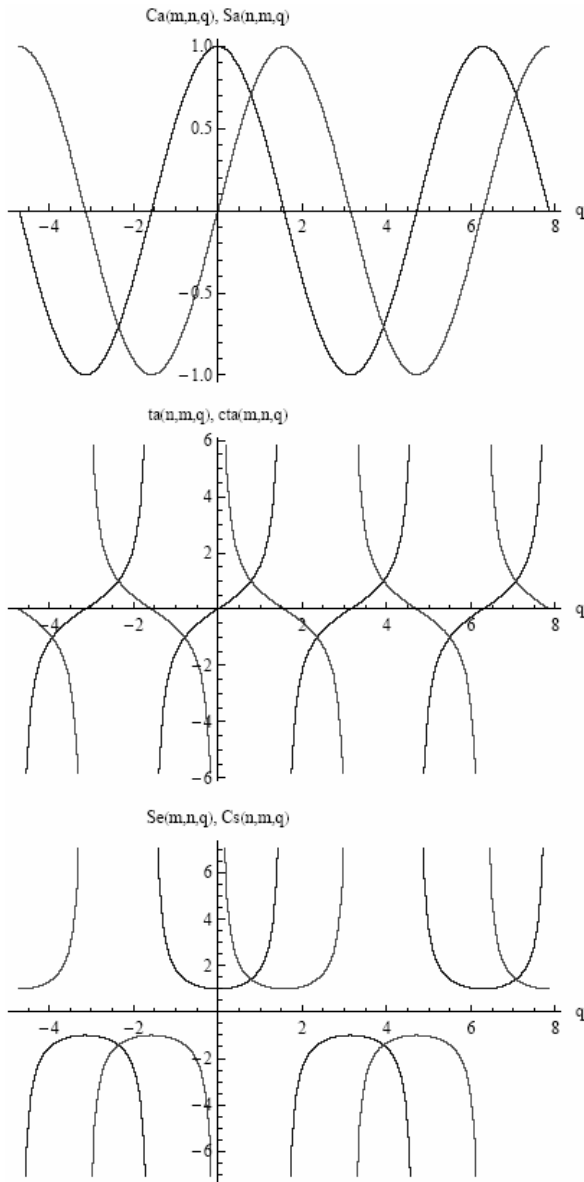


Рис. 1. Графіки періодичних Атеб-функцій при  $m=1, n=1$

$$2\Pi(m, n) = 2\pi = 6.28319$$

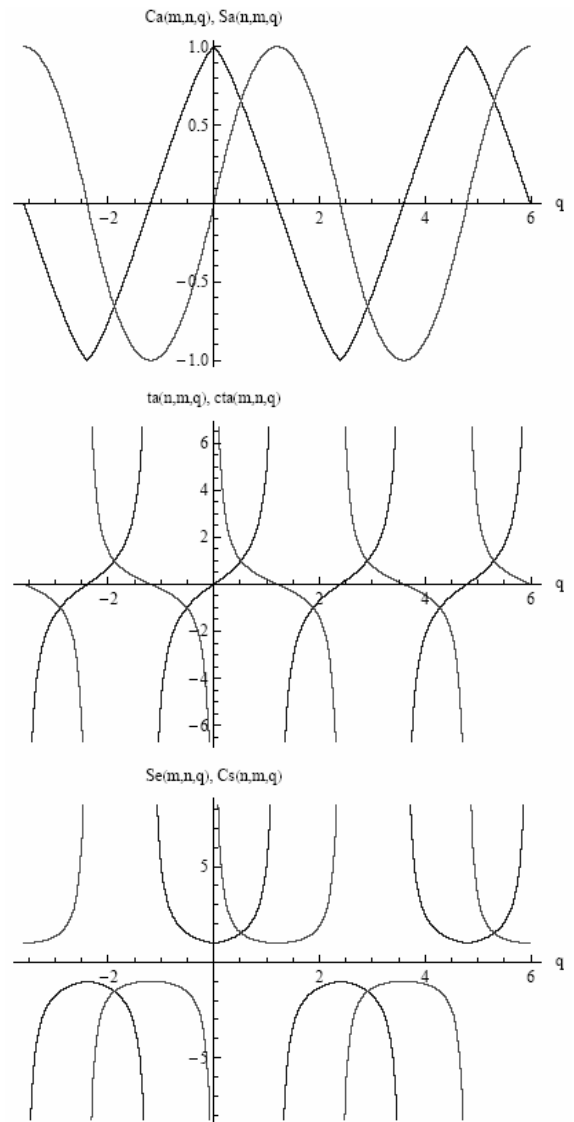


Рис. 2. Графіки періодичних Атеб-функцій при  $m=1, n=1/3$

$$2\Pi(m, n) = \frac{2\sqrt{\pi} \Gamma\left[\frac{3}{4}\right]}{\Gamma\left[\frac{5}{4}\right]} = 4.79256$$

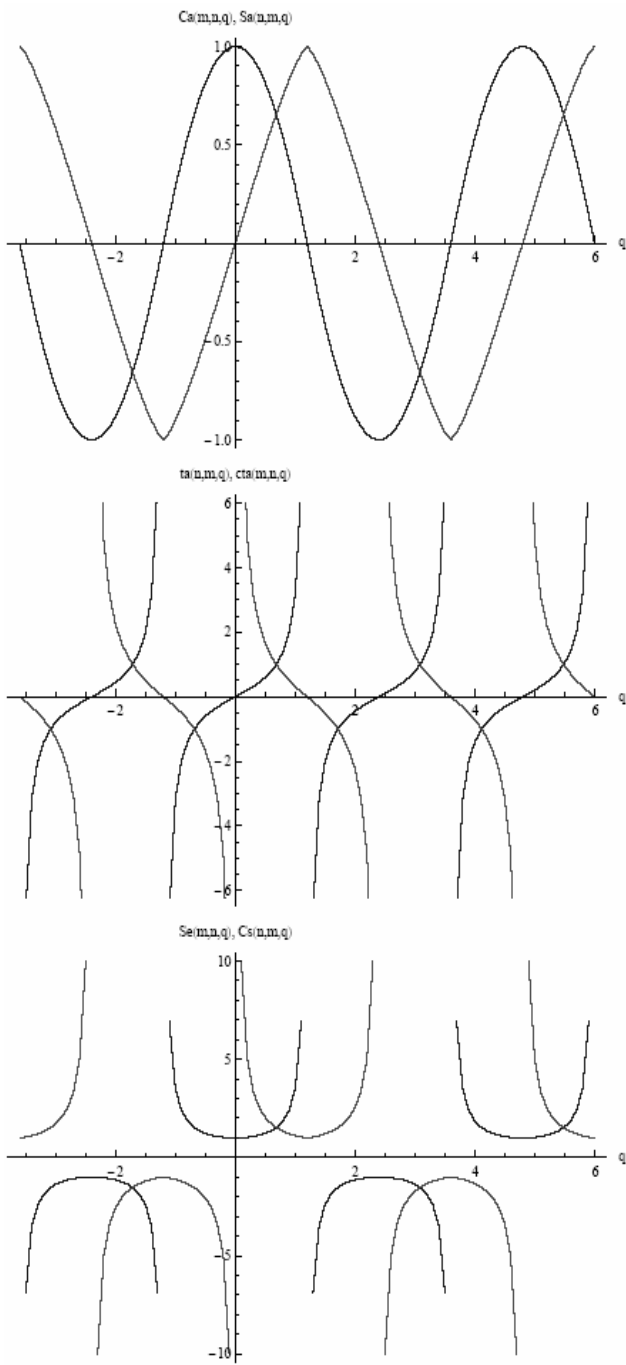


Рис. 3. Графіки періодичних Атеб-функцій при  $m=1/3$ ,  $n=1$

$$2\Pi(m, n) = \frac{2\sqrt{\pi} \Gamma\left[\frac{3}{4}\right]}{\Gamma\left[\frac{5}{4}\right]} = 4.79256$$

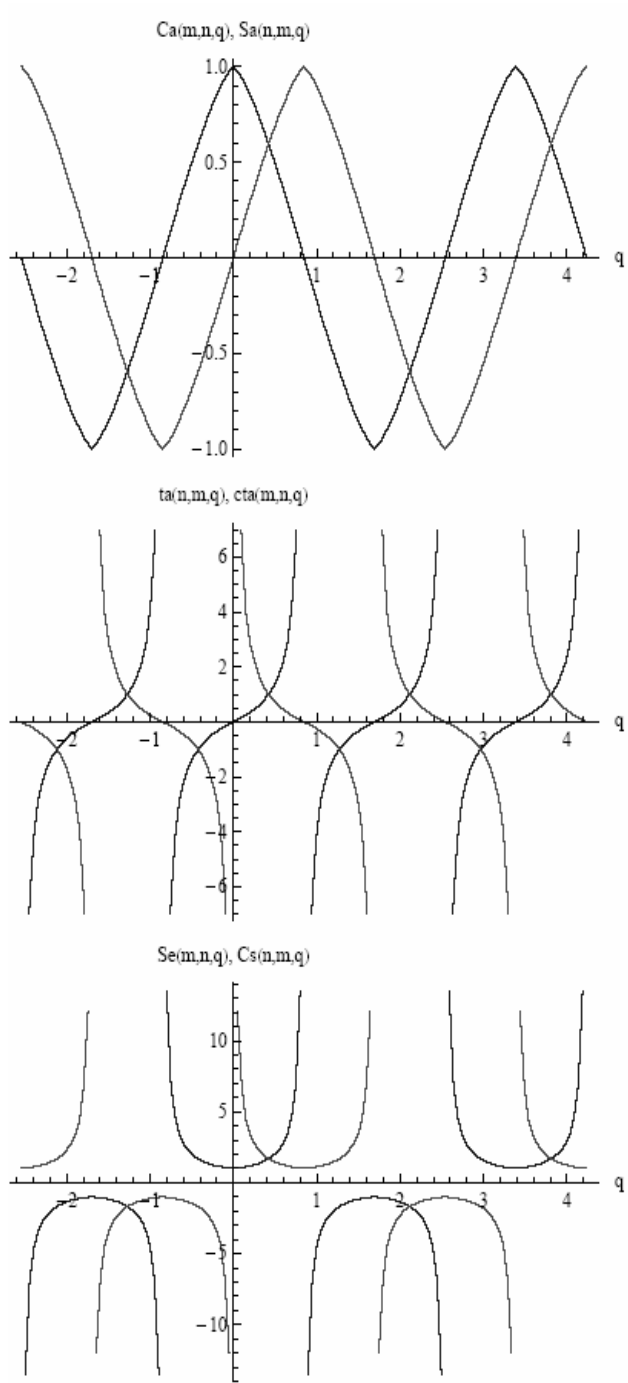


Рис. 4. Графіки періодичних Атеб-функцій при  $m=1/3$ ,  $n=1/3$

$$2\Pi(m, n) = \frac{4 \Gamma\left[\frac{3}{4}\right]^2}{\sqrt{\pi}} = 3.38885$$

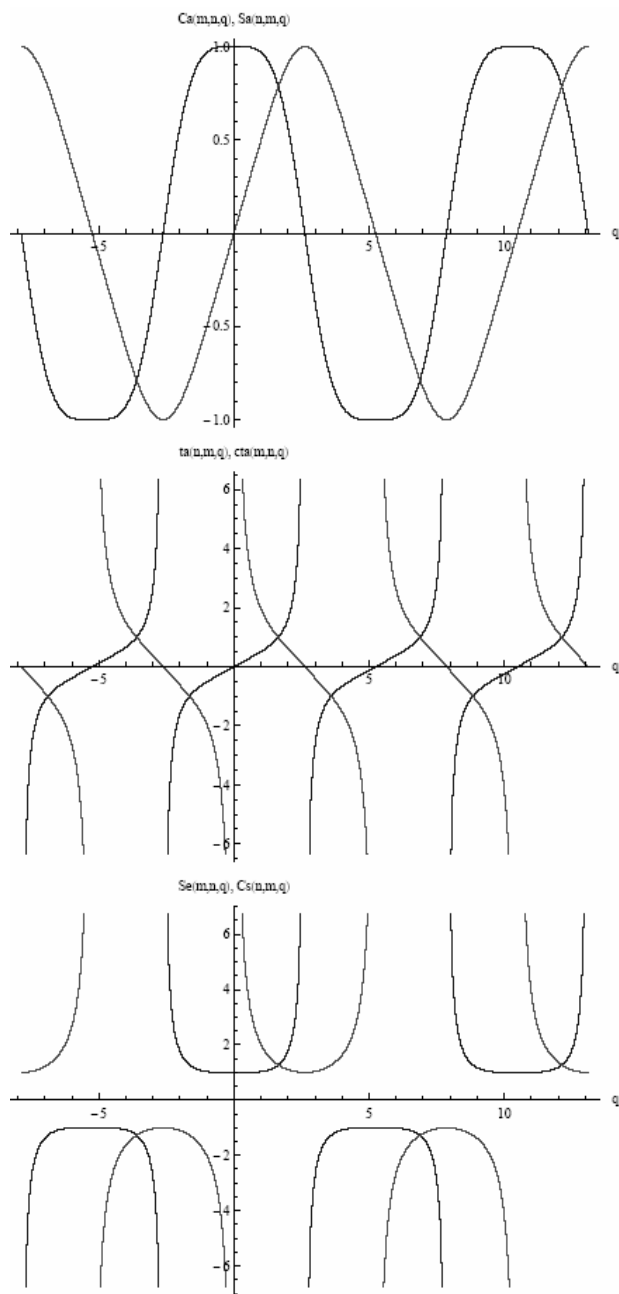


Рис. 5. Графіки періодичних Атеб-функцій при  $m=1, n=3$

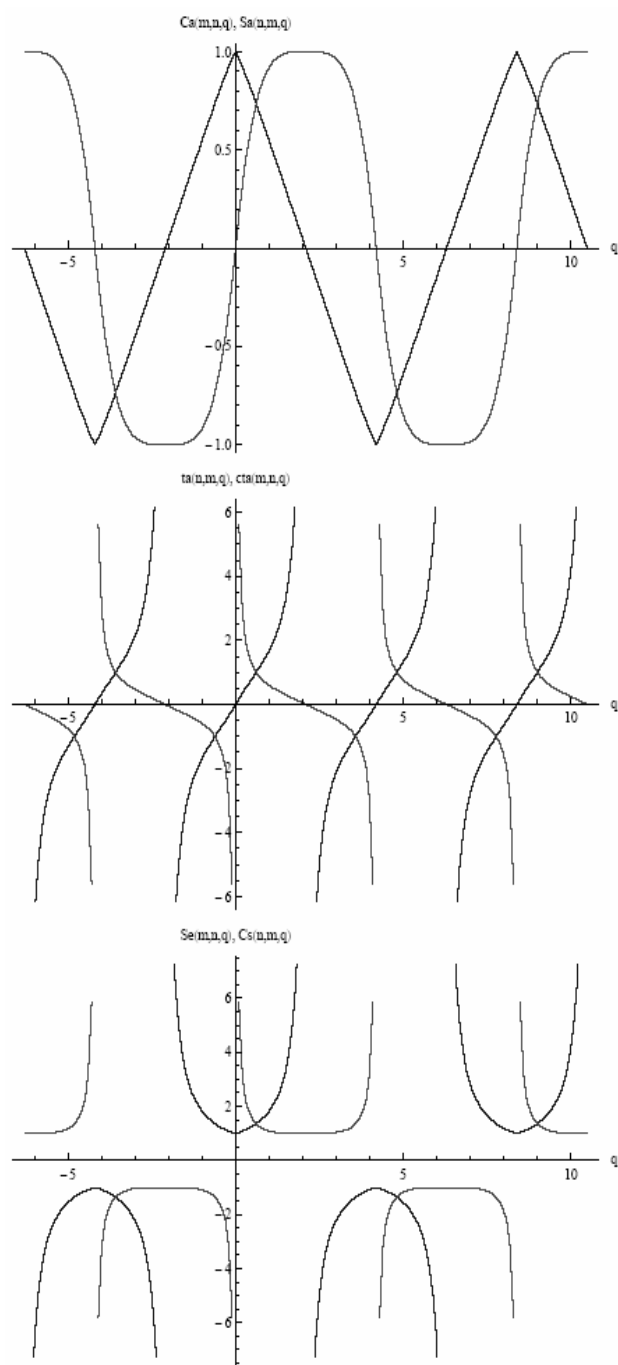


Рис. 6. Графіки періодичних Атеб-функцій при  $m=3, n=1/7$

$$2\Pi(m, n) = \frac{2\sqrt{\pi} \Gamma\left[\frac{1}{4}\right]}{\Gamma\left[\frac{3}{4}\right]} = 10.4882$$

При формуванні бази даних у файл записується інформація про тип Ateb-функції, параметри  $m$ ,  $n$ , обчислені значення та графічний вигляд функції.

### Висновки

1. Обґрунтовано використання останніх досягнень інформаційних технологій для забезпечення сучасного рівня захисту поліграфічної продукції.
2. Проаналізовано властивості періодичних Ateb-функцій.
3. Наведено типові Ateb-функції, які є вхідними для побудови захисних сіток.
4. Створено базу даних графічних примітивів на основі Ateb-функцій, яка є вхідною інформацією для програмного пакета побудови гільйошних елементів.

1. <http://www.compuart.ru>. 2. <http://www.securesoft.ru> 3. Грицик В.В., Назаркевич М.А. Математичні моделі алгоритмів і реалізація Ateb-функцій / Доповіді НАН України. – 2007. – № 12. С. 37 – 43. 4. Возний А.М. Застосування Ateb-функцій для побудови розв'язку одного класу істотно нелінійних диференціальних рівнянь / Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1970. – № 9. – С. 971–974. 5. Грицик В.В., Назаркевич М.А. Алгоритм табулювання Ateb-функцій // Системні технології: Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Дніпропетровськ, 2006. – Вип. № 6(47). – С. 77–83. 6. І.М. Дронюк, М.А. Назаркевич Моделі перетворення періодичних Ateb-функцій у тригонометричний ряд Фур'є // Вісник Держ. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2006. – № 565. – С. 155–159.

УДК 629.4

Р. Шпакович

Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я.С. Підстригача НАН України

## ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ РУХУ ПОЇЗДА

© Шпакович Р., 2008

**Здійснено числові дослідження впливу основних факторів на режимні і енерговитратні параметри руху поїзда. Основним розглянутим в роботі параметром, для якого запропоновано алгоритм ідентифікації, є тягові характеристики. Проведені дослідження дали можливість запропонувати підхід до побудови системи оперативного керування рухом поїзда.**

**The computational investigation of basic factors that have influence on operating conditions and energy parameters of train motion is shown in the paper. The basic parameters considered in the paper are hauling characteristics. The algorithm of identification of these parameters is proposed. Conducted investigation allows us to construct the train motion operative control system.**

### Вступ

В основу розроблення систем керування рухом поїзда покладено методи прогнозування, ідентифікації і оптимізації. Сьогодні першочерговим завданням для організації і технології перевезень є нормування параметрів тяги. Але апіорна інформація і математичне забезпечення правил тягових розрахунків не відображають реальної картини тяги і тому виявляються недостатніми для оптимізації технології тяги і організації руху поїздів. Відомо [1], що передбачення поведінки нелінійних систем в умовах невизначеності забезпечується шляхом побудови ідентифікаційних моделей на основі апостеріорної інформації і обчислювального процесу. Проте отримання такої інформації та її використання є непростим завданням. Його можна вирішити, якщо тягово-експлуатаційні випробування локомотивів проводитимуться для пошуку оптимальних рішень.