А. Головатий

Національний університет "Львівська політехніка", кафедра систем автоматизованого проектування

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ КОЛИВАНЬ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ І ТЕМПЕРАТУРИ НА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МІКРОМЕХАНІЧНОГО ГІРОСКОПА КАМЕРТОННОГО ТИПУ

© Головатий А., 2008

Показано залежність амплітуди вертикальних коливань робочого органа мікромеханічного гіроскопа від частоти коливань кутової швидкості, а також залежність конструктивних параметрів, а саме жорсткості від температури та змоделювати її вплив на динамічні характеристики гіроскопа. Дослідити зміну резонансних частот пружного підвісу гіроскопа від температури для різних напівпровідникових матеріалів: Si, SiC, SiO₂, Si₃N₄, Ge, SiGe.

The objective of the article is to show the dependence of the vertical oscillations of the sensitive element of the micromechanical gyroscope on the frequency changes of the angular velocity, and also to show the dependence of the constructive parameters, that is the suspension stiffness on temperature effect. To model the change of the resonant frequencies under temperature effect for the various semiconductor materials, such as: Si, SiC, SiO₂, Si₃N₄, Ge, SiGe.

Вступ

Мікромеханічні гіроскопи є найперспективнішими давачами інерційної інформації для широкого застосування в навігаційному обладнанні, автомобільній промисловості, військовій техніці, побутовій електроніці, робототехніці та інтелектуальних системах.

Перевагами мікромеханічних гіроскопів є надзвичайно мала маса (частки грамів) і габарити (одиниці і частки міліметрів), низькі собівартість і енергоспоживання. Механічна частина давача повністю інтегрується з електронікою обробки сигналу і керування, що дає змогу створювати вироби на одному напівпровідниковому кристалі (чіпі) об'ємом в декілька кубічних сантиметрів і енергоспоживанням у частки ватів [1].

Одним з головних недоліків цих приладів є їх низька точність – сучасні мікромеханічні гіроскопи мають стабільність систематичного дрейфа на рівні сотень градусів за годину без термостабілізації (гіроскоп VSG фірми British Aerospace Systems & Equipment, Gyrostar ENV-05 D-02 Murata Manufacturing Co. Ltd.).

Важливими причинами, що впливають на точність і чутливість мікромеханічних гіроскопів, є технологічна недосконалість виготовлення, зовнішні і внутрішні температурні впливи, що мають складний детерміновано-випадковий характер, наявність рухомої основи, а також взаємовплив цих факторів [2].

У роботі представлено інтегральний мікромеханічний гіроскоп, що дає змогу вимірювати одну складову вектора кутової швидкості.

Особливістю мікромеханічних гіроскопів є формування вихідного сигналу тільки при коливальному русі інерційних елементів (робочих органів). Вимірювальний сигнал дуже малий,

тому використовується резонансне підсилення сигналу під час налагодження частот збудження електростатичних приводів (актюаторів) і власних частот коливань пружного підвісу гіроскопа.

Методика дослідження та її обговорення

Резонансна кутова частота коливальної системи мікромеханічного гіроскопа визначається за формулою [3]:

$$\omega^2 = v_y^2 - \gamma^2, \qquad (1)$$

де v_y – власна кутова частота коливань інерційних чутливих елементів (робочих органів); γ – коефіцієнт тертя:

$$\gamma = \frac{k}{2m},\tag{2}$$

де k – коефіцієнт затухання; m – маса інерційного чутливого елемента.

Власна кутова частота коливань визначається за формулою :

$$v_y^2 = \frac{c}{m},\tag{3}$$

де c – жорсткість пружного підвісу гіроскопа [4]:

$$c = \frac{12EJ}{l^3},\tag{4}$$

де *Е* – модуль Юнга; *l* – довжина балки; *J* – момент інерції поперечного перерізу (форма перерізу прямокутна) балки [4]:

$$J = \frac{h \cdot w^3}{12},\tag{5}$$

де *h* – товщина структури мікромеханічного гіроскопа; *w* – ширина балок пружного підвісу гіроскопа.

Матеріали, з яких виготовляють МЕМС пристрої – напівпровідники (кремній, полікремній, карбід кремнію), за своєю природою є ізотропні, тому коефіцієнт лінійного розширення за трьома головними кристалографічними осями таких матеріалів буде однаковим. Отже, формула (4) матиме вигляд [5]:

$$c(T) = \frac{12EJ}{l^3} (1 + \alpha \cdot \Delta T), \tag{6}$$

де *α* – коефіцієнт лінійного теплового розширення; Δ*T* – зміна температури.

Вплив температури на динамічні характеристики гіроскопа проявляється не тільки в тепловій деформації мікромеханічних елементів, а також і в зміні пружних властивостей структурного матеріалу.

Зміна жорсткості пружного підвісу мікромеханічного гіроскопа від температури описується виразом [4]:

$$c(T) = \frac{12EJ}{l^3} \left(1 + \alpha_E \cdot \Delta T \right) \cdot \left(1 + \alpha \cdot \Delta T \right), \tag{7}$$

де α_E – температурний коефіцієнт модуля Юнга. Як відомо з експериментальних досліджень [6], температурний коефіцієнт модуля Юнга для Si знаходиться в діапазоні від $25 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹ до $80 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹; для SiC – від 10^{-5} K⁻¹ до $46 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹. Вважаємо, що маса коливальної системи гіроскопа при зміні температури не змінюється. Залежність власної кутової частоти коливань від температури описується виразом:

$$\mathbf{v}_{y}(T) = \mathbf{v}_{y}\sqrt{(1 + \alpha_{E} \cdot \Delta T) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)}.$$
(8)

3 (1) і (8) можна отримати вираз для визначення температурного коефіцієнта резонансної кутової частоти гіроскопа *α*_ω від коефіцієнта лінійного теплового розширення і температурного коефіцієнта модуля Юнга:

$$(1 + \alpha_{\omega} \cdot \Delta T)^2 \propto (1 + \alpha_E \cdot \Delta T) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T),$$
(9)

Розкривши дужки в лівій і правій частині виразу, отримаємо:

$$\left(1 + 2\alpha_{\omega} \cdot \Delta T + \alpha_{\omega}^{2} \cdot \Delta T^{2}\right) \propto \left(1 + (\alpha_{E} + \alpha) \cdot \Delta T + \alpha_{E} \alpha \cdot \Delta T^{2}\right), \tag{10}$$

Оскільки значення α і α_{ω} зазвичай досить малі, наприклад, для карбіду кремнію SiC $\alpha = 4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ¹ і $\alpha_{\text{E}} = -32 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ [7], то величинами в квадраті можна знехтувати, отримавши похибку меншу за 1% при зміні температури до 2000 К. Отже, вираз для теплового коефіцієнта резонансної кутової частоти гіроскопа α_{ω} набуде вигляду:

$$1 + 2\alpha_{\omega} \cdot \Delta T \propto 1 + (\alpha_E + \alpha) \cdot \Delta T, \qquad (11)$$

З (11) тепловий коефіцієнт резонансної кутової частоти гіроскопа а...

$$\alpha_{\omega} \propto 0.5 \cdot (\alpha_E + \alpha).$$

Тоді зміна резонансної частоти від температури може бути описана виразом:

$$\omega(T) = \omega \cdot (1 + \alpha_{\omega} \cdot \Delta T), \qquad (12)$$

Оскільки температурний коефіцієнт модуля Юнга є від'ємний і в декілька разів більший за лінійний коефіцієнт теплового розширення, то збільшення температури призводить до зменшення резонансної частоти гіроскопа.

Як відомо з [10], амплітуда вертикальних коливань чутливого елемента гіроскопа визначається за формулою:

$$A_{y} = \frac{2A_{x}\omega \cdot \Omega}{\sqrt{\left(\mathbf{v}_{y}^{2} - \omega^{2}\right)^{2} + 4\gamma^{2}\omega^{2}}}.$$
(13)

У випадку резонансної настройки підвісу гіроскопа $\boldsymbol{n}_{y} = \boldsymbol{w}$:

$$A_y = \frac{A_x \cdot \Omega}{\gamma}.$$
 (14)

Оскільки $A_x = \frac{F}{2m\gamma\omega}$ [10], то вираз для визначення амплітуди вертикальних коливань набуде

вигляду:

$$A_y = \frac{F \cdot \Omega}{2m\gamma^2 \omega} \tag{15}$$

З (12) і (15) залежність амплітуди вертикальних коливань чутливого елемента від температурної зміни резонансної частоти матиме вигляд :

$$A_{y}(T) = \frac{F \cdot \Omega}{2m\gamma^{2}\omega \cdot (1 + 0.5 \cdot (\alpha_{E} + \alpha) \cdot \Delta T)} = \frac{2m \cdot F \cdot \Omega}{k^{2}\omega \cdot (1 + 0.5 \cdot (\alpha_{E} + \alpha) \cdot \Delta T)}$$
(16)

3 (14) отримаємо вираз для визначення амплітуди вертикальних коливань із зміною кутової частоти $\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 \times \sin(\omega t)$:

$$A_{y} = \frac{2m \cdot A_{x} \cdot (\Omega_{1} + \Omega_{2} \sin(\omega t))}{k}.$$
(17)

Результати моделювання

Дані для моделювання: діапазон робочих температур гіроскопа від -100 °C до +100 °C (180 К $\leq T \leq 380$ К), маса робочого органа $m = 5 \cdot 10^{-8}$ кг, коефіцієнти жорсткості і затухання c = 789 кг/с², $k = 5 \cdot 10^{-5}$ кг/с.

Матеріал	Питома густина	Температурний	Середнє значення лінійного	Модуль
	матеріалу, р	коефіцієнт модуля	коефіцієнта теплового	Юнга, Е
	(кг/м ³)	Юнга, $\alpha_{\rm E}$ (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	розширення, α (10 ⁻⁶ К ⁻¹)	(ГПа)
			при 240 K \leq T \leq 360 K	
SiC	3230	-46	2,47	250
Si	2320	-80	2,6	160
SiO ₂	2000	-46	0,5	100
Si ₃ N ₄	3440	-80	3,2	304
Ge	5323	-11	5,9	79,9
SiGe	3078	-46	3,4	130

Властивості матеріалів використані для моделювання [6-9]

На рис.1–10 наведено результати моделювання: зміни резонансної частоти інтегрального мікромеханічного гіроскопа від температури, вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа (Ω =300 рад/с.), швидкість горизонтальних коливань робочого органа гіроскопа, вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа (Ω =300 рад/с.), вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа (Ω =300×sin(ω_0 t); ω 0=2 π n₀; n₀=100 Гц), амплітуда вертикальних коливань робочого органа гіроскопа в залежно від частоти n₀, амплітуда вертикальних коливань робочого органа гіроскопа в залежності від частоти n₀, вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа (Ω =300+30×sin(ω_0 t); ω 0=2 π n₀; n₀=100 Гц), вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа (Ω =300+30×sin(ω_0 t); ω 0=2 π n₀; n₀=100 Гц), вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа (Ω =300+30×sin(ω_0 t); ω 0=2 π n₀; n₀=10 Гц).



Рис. 1. Зміна резонансної частоти від температури для різних напівпровідникових матеріалів



Рис.2. Горизонтальні переміщення робочого органа гіроскопа при зміні кутової швидкості з частотою 10 кГц



Рис.4. Вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа при кутовій швидкості Ω=300 рад/с



Рис. 3. Швидкість горизонтальних коливань робочого органа гіроскопа при зміні кутової швидкості з частотою 10 кГц



Рис.5. Вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа (амплітуда кутової швидкості $\Omega = 300 \times \sin(2\pi n_0 t)$; частота її зміни $n_0 = 100 \ \Gamma \mu$)



Рис.8. Амплітуда вертикальних коливань робочого органа гіроскопа залежно від частоти п₀



Рис.9. Вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа при коливаннях (качці) платформи (коливання кутової швидкості Ω=300+30×sin(2πn₀t); частота качки n₀=100 Гц)



Рис. 10. Вертикальні переміщення робочого органа гіроскопа (коливання кутової швидкості Ω=300+30×sin(2πn₀t); їх частота n₀=10 кГц)

Висновок

Розроблено спрощену математичну модель, яка дає змогу досліджувати вплив температури на динамічні характеристики інтегрального мікромеханічного гіроскопа. З отриманих під час моделювання результатів випливає, що збільшення температури веде до зменшення резонансної робочої частоти гіроскопа, зменшення механічного підсилення сигналу, що призводить до падіння чутливості приладу і появі похибок вимірювання. Тому для забезпечення коливань інерційних елементів гіроскопа в резонансі потрібно змінювати частоти збудження електростатичних віброприводів-актюаторів за допомогою електричних схем термокомпенсації. Встановлено, що система по-різному реагує на постійну Ω та змінну $\Omega \times \sin(\omega_0 t)$ в часі кутову швидкість, яка підлягає вимірюванню, а саме – збільшення частоти коливань призводить до зменшення амплітуди, тобто падає чутливість давача. Вказано деякий діапазон можливого функціонування системи при невеликій втраті чутливості. Також показано реакцію давача на постійну та змінну складові сигналу, що одночасно діє на давач $\Omega_1 + \Omega_2 \times \sin(\omega_0 t)$.

1. Yazdi N., Ayazi F. and Najafi K. "Micromachined Inertial Sensors", Proc IEEE, Aug. 1998, Vol. 86, No. 8. 2. Барулина М.А. Температурные и технологические погрешности микромеханических гироскопов: Дис. ... канд. техн. наук. – Саратовский государственный технический университет, 2004, 176 с. 3. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: ГИТТЛ, 1959, 621 с. 4. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. Наука, 1976, 608 с. 5. Modeling of SiC Lateral Resonant Devices Over a Broad Temperature. Range. Russell G. DeAnna, Shuvo Roy, Christian A. Zorman, Mehran Mehregany, NASA Lewis Research Center, Microfabrication Laboratory, Department of Electrical Engineering & Computer Science, Case Western Reserve University. 6. M. Biebl, G. Brandl, and R. T. Howe, "Young's Modulus of in Situ Phosphorus-Doped Polysilicon," The 8th International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, and Eurosensors IX, Stockholm, Sweden, June 25-29, 1995. 7. A. J. Fleischman, S. Roy, M. Mehregany, "Behavior of Polycrystalline SiC and Si Surface-Micromachined Lateral Resonant Structures at Elevated Temperatures," Proc. of the IEEE Intl. Conf. On Silicon Carbide, ICSCIII-N 97, pp. 889-892, 1998. 8. X. Wei, C. A. Zorman, and M. Mehregany, "Surface Micromaching of Polycrystalline SiC Deposited on SiO₂ by APCVD," Proc. of the IEEE Intl. Conf. On Silicon Carbide, III-Nitrides, and Related Matls., ICSCIII-N 97, pp. 885-888, 1998. 9. R.R. Reeber and K. Wang, "Thermal expansion and lattice parameters of group IV semiconductors," Mat. Chem. and Phy46, 259-264, 1996. 10. Головатий А.І., Новіцький Я.М. Визначення впливу паразитних коливань на конструктивні параметри МЕМС гіроскопів // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка".