Висновки

Метод підвищення роздільної здатності, побудований на основі теорії нечітких множин, дає можливість отримати якісніші (на основі експертних оцінок) результати порівняно з іншими. Використання операції кросинговеру в процесі збільшення роздільної здатності дає можливість здійснити заміну зображення з мінімальними втратами його інформативності.

Метод підвищення роздільної здатності зберігає колірні градієти, що робить можливим використання інформаційних трендів у подальших прикладних задачах видобутку інформації.

1. Павлидис Т. Алгоритмы машиной графики и обработки изображений. – М.: Радио и связь, 1986. – 399 с. 2. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника. – М.: Мир, 1992. – 259 с. 3. Воробель Р.А., Журавель И.М. Повышение контраста изображений с помощью модифицированного метода кусочного растяжения // Отбор и обработка информации. – 2000. – № 14 (90). – С. 116–121. 4. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения: Пер. с англ. / Под ред. Р.Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – 407 с. 5. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. – М.: Физматлит, 2006. – 320 с. 6. Баодин Лю. Теорія и практика неопределенного програмирования. – М.: Бином, 2005. – 416 с.

УДК 004.852; 004.942

П. Кравець
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра інформаційних систем та мереж

ІГРОВЕ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В МУЛЬТИАГЕНТНИХ СИСТЕМАХ

Досліджується проблема прийняття рішень ув мультиагентних системах за допомогою методів стохастичних ігор. Сформульовано ігрову задачу в умовах невизначеності. Розглянуто ігрові моделі без обміну та з обміном інформацією, без відмов та з відмовами гравців. Розроблено рекурентні методи для розв’язування ігрової задачі. Визначено умови збіжності ігрових методів до колективних станів рівноваги.

The problem of decision making in multiagent systems with aid of stochastic game methods is investigated. The game problem formulation in uncertainty conditions is executed. The game models without (and with) exchange information are considered. The game models without (and with) failure of players are considered. The recurrence methods for the game task solving are developed. The convergence conditions of game methods to collective equilibrium states is defined.

Проблема прийняття рішень в мультиагентних системах

Проблема ефективного прийняття рішень є однією з найважливіших в системах керування та штучного інтелекту [1]. Процес вироблення та прийняття рішень відповідно до сформульованої мети визначається взаємодією інтелектуального агента та проблемного середовища [2]. Під прийняттям рішення у дискретній системі розуміємо вибір агентом одного із альтернативних варіантів дій, який ґрунтується на спостереженні відповідних реакцій середовища та апріорних знаннях агента про проблемну область.

У розподілених системах процес прийняття рішень здійснюється множиною агентів [3]. Це значно ускладнює вибір ефективних рішень, оскільки кількість їх комбінованих варіантів зростає експоненційно до зростання кількості агентів. У зв’язку з цим побудова моделей та методів, що ґрунтується на елементах теорії штучного інтелекту і здійснюють редукцію простору пошуку ефективних рішень, є актуальною науково-практичною задачею.

Застосування мультиагентних систем надає ряд переваг, до яких можна віднести такі: 1) підвищення швидкості виконання операцій за рахунок розпаралелювання робіт у системах, що дають змогу декомпонувати глобальну задачу на підзадачі, які можуть бути виконані окремими агентами; 2) підвищення стійкості роботи системи у випадках відмов окремих агентів за рахунок їх заміщення іншими агентами; 3) масштабування системи за рахунок введення нових агентів, можливо, з новими функціями; 4) кращі техніко-економічні показники роботи порівняно з системами, що ґрунтуються на одному повнофункціональному агенті, оскільки вартість реалізації окремих агентів, як правило, є меншою за рахунок спеціалізації їх функцій.

У мультиагентній системі прийняття рішень агентами здійснюється індивідуально і, можливо, незалежно, а поточні реакції середовища визначаються колективними діями множини агентів. Повна множина колективних варіантів визначається декартовим добутком індивідуальних дій агентів. У процесі взаємодії із середовищем агенти можуть повторно реалізовувати варіанти із множини власних рішень.

На практиці вибирають варіанти рішень в умовах апріорної невизначеності середовища та індивідуальних дій доповняльної множини агентів [4]. У таких умовах мультиагентна система не має даних, необхідних для обчислення та реалізації оптимального одноетапного рішення. Тоді приймають рішення за протоколом послідовної взаємодії агентів із середовищем, в основу якого покладено імовірнісний механізм вироблення рішень. Одним із ефективних методів прийняття рішень агентами в умовах невизначеності є застосування марківських правил опрацювання поточної інформації [5, 6]. У марківських системах агенти, ігноруючи передісторію, обчислюють наступний варіант рішення на основі даних у поточний момент часу та реалізують такі впливи на середовище, які з часом оптимізують отримувані від середовища реакції, наприклад, максимізацію середніх виграшів або мінімізацію середніх програшів.

Досягнення глобальної мети розвитку мультиагентної системи можливе на основі координації дій агентів [7]. Координація полягає у визначенні процесу, який забезпечує досягнення глобальної мети мультиагентної системи в ході оптимізації локальних цільових функцій агентів. В умовах мультиагентної оптимізації глобальний розв'язок системи, як правило, є компромісним щодо оптимальних локальних розв'язків. Координації досягають узгодженням та накладанням обмежень на можливі дії агентів. Відомі такі способи вирішення проблеми координації: комунікація, колективні домовленості та навчання агентів. Комунікація дає змогу кожному агенту повідомляти інших агентів про можливі дії, тим самим обмежуючи їх вибір. Колективні домовленості полягають у визначенні правил спільної поведінки агентів. Якщо агенти виявляють свої наміри щодо подальших дій, то у кожній ситуації діє правило пріоритетів одних дій над іншими. Це дає змогу накласти обмеження на дії агентів з нижчим пріоритетом.

Проблема координації ускладнюється експоненційним розширенням простору комбінованих варіантів дій мультиагентної системи та прийняттям колективних рішень в умовах параметричної або структурно-функціональної невизначеності. На практиці, як правило, агенти характеризуються локально визначеними зв'язками, і тому немає необхідності оптимізувати їхні цільові функції на усьому просторі варіантів рішень. Невизначеності системи прийняття рішень компенсуються застосуванням адаптивних самонавчальних методів.

В умовах апріорної невизначеності ефективність та затрати часу на прийняття рішень значною мірою залежать від здатності агентів навчатися та адаптуватися до невизначеностей системи прийняття рішень [8 – 10]. Навчання агентів полягає у формуванні обмежень на неефективні дії, що може бути виконано обчисленням динамічних ваг (або пріоритетів) варіантів дій. Отримуючи реакції середовища на виконані дії, агенти здійснюють рекурентне обчислення нових ваг дискретних варіантів з урахуванням величини поточних виграшів. У поточний момент часу реалізується варіант з максимальним значенням ваги. Реалізація варіантів може бути виконана також випадково, на основі імовірностей вибору варіантів, які можуть бути обчислені нормуванням ваг можливих дій агентів. Навчання агентів ґрунтується на моделях, методах та алгоритмах теорії керування та штучного інтелекту – автоматах з постійною та змінною структурою [11], мережах М-автоматів [12], моделях адаптивного випадкового пошуку [13], марківських процесах прийняття рішень [6], різноманітних варіантах Q-навчання [14], штучних нейронних мережах [15], селективних та генетичних алгоритмах [16], байєсових мережах [17], евристиках [18], моделях стохастичних ігор [19, 20] та ін.

Дослідження координації дій агентів в умовах невизначеності доцільно виконати на основі моделей стохастичних ігор, які дають змогу дослідити процеси конкуренції та кооперації в колективі агентів, визначити компромісні варіанти рішень децентралізованої системи.

Метою роботи є побудова стохастичних ігрових моделей прийняття рішень у мультиагентних системах, розроблення методів розв'язування стохастичних ігор та визначення умов їх збіжності до станів колективної рівноваги.

Ігрові моделі мультиагентних систем

У ігровій інтерпретації агенти є гравцями, які характеризуються векторами чистих та змішаних стратегій. Елементи змішаних стратегій визначають імовірності вибору відповідних чистих стратегій у дискретні моменти часу. Гравці вибирають чисті стратегії незалежно у часі та незалежно один від одного згідно із імовірнісним механізмом, побудованим на основі змішаних стратегій. Після реалізації колективної стратегії гравці отримують випадкову реалізацію поточного виграшу з апріорі невідомим законом розподілу [21]. Виграш кожного гравця визначається стратегіями локальної підмножини його сусідніх гравців. У грі без обміну інформацією гравці не повідомляють один одного про реалізовані стратегії та величину отриманого виграшу. У грі з обміном інформацією кожен гравець повідомляє гравців з локальної підмножини про значення поточного виграшу. У грі з відмовами гравці пропускають поточні ходи із заданою імовірністю. У результаті кожен гравець отримає інформацію від множини гравців, виграші яких залежать від його стратегій. Згортка поточних виграшів, зважених додатними коефіцієнтами, є оцінкою стратегії, вибраної гравцем у поточний момент часу. Послідовності обраних варіантів оцінюються усередненими за передісторією функціями середніх виграшів гравців. Метою кожного гравця є асимптотична у часі максимізація функції середніх виграшів. Розв'язки задачі векторної оптимізації шукають у множині точок рівноваги за Нешем (для гри без обміну інформацією) або оптимальності за Парето (для гри з обміном інформацією) [22].

Асимптотичних цілей досягають за допомогою самонавчальних марківських рекурентних методів формування векторів змішаних стратегій [23], які можна отримати методом стохастичної апроксимації [24] на основі детермінованого формулювання адекватної матричної ігрової задачі [22]. Достатні умови збіжності ігрового методу визначаються на основі верхніх оцінок умовного математичного сподівання похибки поточного розв'язання задачі, усереднення отриманих оцінок за реалізаціями подій та результатів теорем про рекурентні числові нерівності [21, 25].

Формалізація ігрової задачі

Нехай задана непорожня множина гравців D, кожен з яких $i \in D$ здійснює у дискретні моменти часу $n = 1,2,...$ незалежний вибір однієї з власних чистих стратегій $u_n^i = u^i \in U^i = (u^i(1), u^i(2), ..., u^i(N_i))$ і до моменту часу $n+1$ спостерігає випадковий поточний виграш $x_n^i = x_n^i(u_n^{D_i})$, що є функцією спільних стратегій $u^{D_i} \in U^{D_i} = \underset{j \in D_i}{\otimes} U^j$ гравців з локальної підмножини $D_i \subseteq D, D_i \neq \varnothing \; \forall i \in D$. Вважається, що послідовності випадкових величин $\{x_n^i\}$ незалежні $\forall u_n^{D_i} \in U^{D_i}$, $\forall i \in D$, $\forall n = 1,2,...$, а їхні математичні сподівання $M\{x_n^i(u^{D_i})\} = v^i(u^{D_i}) = const$ апріорі не відомі та мають обмежений другий момент $\sup_n M\{[x_n^i(u^{D_i})]^2\} = s_i^2(u^{D_i}) < \infty$. Матриці математичних сподівань виграшів $\left[v^i(u^{D_i})\right]$ $\forall i \in D$

назвемо середовищем гри. Якщо $\forall u_n^{D_i} \in U^{D_i}$, $\forall i \in D$ $v(u^{D_i}) > 0$, то середовище є знакододатним, якщо $v(u^{D_i}) < 0$ – знаковід'ємним, інакше – загального вигляду.

Розглядаються такі моделі ігор: без обміну та з обміном інформацією, без відмов та з відмовами гравців.

У грі без обміну інформацією гравці не повідомляють один одного про реалізовані стратегії та величину отриманого виграшу x_n^i.

У грі з обміном інформацією кожен i-й гравець повідомляє гравців з локальної підмножини D_i про значення поточного виграшу x_n^i. У результаті i-й гравець отримає інформацію від множини гравців $\tilde{D}_i$, виграші яких визначаються його стратегіями. Згортка поточних виграшів $z_n^i = \sum_{k \in \tilde{D}_i} l^i(k) x_n^i$, де $l^i = (l^i(k) \mid l^i(k) > 0 \ \ \forall k \in \tilde{D}_i, \sum_{k \in \tilde{D}_i} l^i(k) = 1)$, є оцінкою стратегії, вибраної i-м гравцем у момент часу n.

У грі з відмовами гравці характеризуються імовірностями відмов $h^i \in [0,1)$. Нехай $y^i \in \{0,1\}$ – ознака участі i-го гравця у грі. Якщо $y^i = 0$, то гравець відмовляється від поточного ходу гри з імовірністю h^i, якщо $y^i = 1$ – бере участь у грі з імовірністю $1 - h^i$. На кожному кроці гри відбувається обмін ознаками поточних станів y_n^i між сусідніми гравцями з множин D_i $\forall i \in D$. Відмови гравців призводять до зміни складу множин D_i $\forall i \in D$, а отже, до зміни поточних виграшів. Введемо повні групи подій $\Psi_i = 2^{|D_i|}$, пов'язаних із відмовами гравців з множин D_i. Нехай $D_i\,(w) \subseteq D_i$ – підмножина гравців, які залишаються у грі для події $w \in \Psi_i$. Тоді поточні виграші i-го гравця дорівнюють $x_n^i = c\{\sum_{j \in D_i} y_n^j \geq \overline{y}\} x_n^i(u_n^{D_i(w)})$, де $c(\cdot) \in \{0,1\}$ – індикаторна функція події, $\overline{y} > 0$ – поріг гри, або мінімально допустима кількість гравців, що не відмовили.

З врахуванням відмов гравців послідовності обраних варіантів $\{u_t^{D_i(w)} \mid t = \overline{1,n}\}$ оцінюються поточними середніми виграшами

$$\Phi_n^i(\{u_n^{D_i(w)}\}) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} x_t^i \quad \forall i \in D. \tag{1}$$

Метою кожного гравця є максимізація функції середніх виграшів

$$\underline{\lim}_{n \to \infty} \Phi_n^i(\{u_n^{D_i(w)}\}) \to \max \ \forall i \in D. \tag{2}$$

Пошук розв'язків задачі векторної оптимізації (2) здійснюється у множині точок рівноваги за Нешем (для гри без обміну інформацією)

$$\forall i \in D \quad \underline{\lim}_{n \to \infty} \left[\Phi_n^i(\{u_n^{D_i(w)}\}) - \Phi_n^i(\{\hat{u}_n^{D_i(w)}\}) \right] \geq 0, \tag{3}$$

або оптимальності за Парето (для гри з обміном інформацією)

$$\begin{cases} \forall i \in D \quad \underline{\lim}_{n \to \infty} \left[\Phi_n^i(\{u_n^{D_i(w)}\}) - \Phi_n^i(\{\tilde{u}_n^{D_i(w)}\}) \right] \geq 0, \\ \exists i \in D \quad \underline{\lim}_{n \to \infty} \left[\Phi_n^i(\{u_n^{D_i(w)}\}) - \Phi_n^i(\{\tilde{u}_n^{D_i(w)}\}) \right] > 0, \end{cases} \tag{4}$$

де нерівності (3) та (4) виконуються з імовірністю 1, а $u_n^{D_i(w)}, \tilde{u}_n^{D_i(w)} \in U^{D_i(w)}$; $\hat{u}_n^{D_i(w)} = u_n^{D_i(w)} \setminus u_n^i + \tilde{u}_n^i \in U^{D_i(w)}$; $u_n^i, \tilde{u}_n^i \in U^i$.

Методи розв'язування ігрової задачі

Асимптотичних цілей (3) або (4) досягають за допомогою самонавчальних рекурентних методів формування векторів змішаних стратегій p_n^i, елементи яких є умовними імовірностями вибору відповідних чистих стратегій, тобто $p_n^i(u_n^i) = P\{u_n^i \mid u_t^i, x_t^i (t = \overline{1, n-1})\}$ $\forall u_n^i \in U^i, \forall i \in D$.

Для побудови методу з потрібними властивостями, які визначаються умовами (3) або (4), розглядається матричне формулювання асимптотично адекватної безкоаліційної ігрової задачі з функціями середніх виграшів гравців

$$V^i = \sum_{w \in \Psi_i} \prod_{j \in D_i(w)} \left\{ (1 - h^j) c(y^j = 1) + h^j c(y^j = 0) \right\} V^i(w),$$

де $V^i(w) = \sum_{u^{D_i(w)} \in U^{D_i(w)}} v^i(u^{D_i(w)}) \prod_{j \in D_i(w); u^j \in u^{D_i(w)}} p^j(u^j)$ – функція середніх виграшів, визначена для однієї із ситуацій гри з відмовами.

Парето-оптимальні розв'язки матричної гри визначають методом умовної максимізації системи локальних згорток функцій середніх виграшів $W^i = \sum_{k \in \tilde{D}_i} l^i(k) V^k$ на опуклих одиничних симплексах S^{N_i} $\forall i \in D$. Для диференційованих на S^{N_i} функцій W^i оптимальні змішані стратегії знаходяться з умови доповняльної нежорсткості

$$\nabla_{p^i} W^i = W^i e^{N_i}, \ p^i \in S^{N_i}, \forall i \in D, \tag{5}$$

де $\nabla_{p^i} W^i$ – градієнт функції W^i; e^{N_i} – вектор, що складається з N_i одиниць.

Умова (5) визначає вирівнювальні за Нешем стратегії для коаліцій гравців $\tilde{D}_i$ $\forall i \in D$. У загальному випадку ці стратегії є локальними (e-оптимальними) розв'язками за Парето базової безкоаліційної гри. Вирівнювальні за Нешем стратегії безкоаліційної гри отримуються з (5) при $W^i = V^i$ $\forall i \in D$.

Поточне рішення уточнюється гравцями за допомогою рекурентного методу [21]

$$p_{n+1}^i = p_{e_{n+1}}^{N_i} \left\{ p_n^i - g_n R(x_n^i, p_n^i, x_n^i) \right\}, \tag{5}$$

де g_n – крок методу; $R(x_n^i, p_n^i, x_n^i)$ – вектор руху методу; $p_{e_{n+1}}^{N_i}$ – проектор на одиничний e-симплекс [21], необхідний для нормалізації p_n^i та нагромадження повної статистичної інформації про випадкове середовище.

Вектор руху методу повинен забезпечувати виконання умови (2). Для цього більшим значенням поточних виграшів $x_n^i(x_n^i)$ повинні відповідати більші значення умовних імовірностей $p_n^i(x_n^i)$.

Асимптотичні розв'язки задачі векторної оптимізації (2) треба шукати в множині точок рівноваги за Нешем, оптимальності за Парето і т.п [21, 22]. Досягнення конкретного розв'язку визначається видом методу (5) та способом зміни його регульованих параметрів.

На основі формулювань ігрової задачі в умовах невизначеності та детермінованої матричної ігрової задачі, методом стохастичної апроксимації умови доповняльної нежорсткості (5) побудовано такі марківські рекурентні ігрові методи:

$$p_{n+1}^{i} = p_{e_{n+1}}^{N_i}\left\{p_n^i - g_n z_n^i\left(g e^{N_i} - \frac{e(u_n^i)}{e^{\mathrm{T}}(u_n^i)p_n^i}\right)\right\}, \tag{6}$$

$$p_{n+1}^{i} = p_{e_{n+1}}^{N_i}\left\{p_n^i - g_n z_n^i\left[p_n^i - e(u_n^i)\right]\right\}, \tag{7}$$

де $p_e^{N_i}$ – оператор проектування на e-симплекс $S_e^{N_i} \subseteq S^{N_i}$; $g_n \geq 0$ – параметр, що регулює величину кроку методу; $g \in \{0,1\}$; $e(u_n^i)$ – одиничний вектор-індикатор вибору варіанта u_n^i.

Метод (6) отримано на основі умови умови доповняльної нежорсткості (5). Метод (7) отримано на основі покомпонентного зважування векторів умови (5)

$$Z^i = diag(p_n^i)(e^{N_i}W_n^i - \nabla_{p^i}W_n^i), \tag{8}$$

де $Z^i \in R^{N_i}$; $diag(p_n^i)$ – квадратна діагональна матриця порядку N_i, складена з елементів вектора p_n^i. Зважування (8) дає змогу врахувати розв'язки ігрової задачі у неповністю змішаних стратегіях, що розміщені на межі одиничного симплексу.

Отримано ряд модифікацій методів (6) та (7): градієнтний метод (6) при $g = 0$; безпроекційний метод (7) при обмеженнях $g_n z_n^i \in [0,1]$; методи без обміну інформацією при $z_n^i = x_n^i$; з обміном інформацією при $z_n^i = \sum_{k \in D_i} l^i(k) x_n^k$; без відмов гравців при $x_n^i = x_n^i(u_n^{D_i})$; з відмовами гравців при $x_n^i = c\{\sum_{j \in D_i} y_n^j > \bar{y}\} x_n^i(u_n^{D_i(w)})$; регуляризовані методи при $z_n^i = x_n^i + d_n e^{\mathrm{T}}(u_n^i)p_n^i$, $d_n > 0$.

Визначено достатні умови збіжності ігрових методів (6) та (7) до асимптотично оптимальних розв'язків у знаковизначених середовищах та середовищах загального вигляду. На основі верхніх оцінок умовного математичного сподівання поточної похибки $\Delta_n = \sum_{i \in D} \left\| Z^i \right\|^2$ виконання умови доповняльної нежорсткості при фіксованій передісторії подій та наслідків теорем про рекурентні числові нерівності [21] отримано умови збіжності з імовірністю 1. На основі усереднення отриманих оцінок по реалізаціях подій отримано умови збіжності у середньоквадратичному.

Оцінювання асимптотичного порядку швидкості збіжності виконано для послідовностей $g_n = gn^{-a}$; $e_n = en^{-b}$; $g, e, a, b > 0$ методом моментів Чжуна:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}}\, n^q M\{\Delta_n\} \leq J,$$

де q – параметр порядку, J – величина швидкості збіжності. Більшому q та меншому J відповідає більша швидкість збіжності ігрового методу.

Встановлено, що у *знакододатному середовищі* максимальний порядок середньоквадратичної швидкості збіжності методу (6) становить $n^{-1/2}$, що досягається при $a \in (1/2, 1]$, $b = a - 1/2$. Максимальний асимптотичний порядок середньоквадратичної швидкості збіжності методу (7) дорівнює n^{-1}, що досягається при $a = 1$, $b \geq 1$.

У *середовищі загального вигляду* метод (6) забезпечує максимальний асимптотичний порядок швидкості збіжності, що дорівнює $n^{-1/3}$ та досягається при $a = 2/3,\ b = 1/3$. Для методу (7) максимальний порядок дорівнює $n^{-1/2}$, що досягається при $a = 1/2,\ b \geq 1/2$.

Ігрові методи (6) та (7) формують послідовність чистих стратегій, необхідну для досягнення асимптотичної мети методом проб та помилок, що загалом пояснює їх невисоку (степеневу) швидкість збіжності.

З отриманих результів випливає, що в умовах невизначеності метод (7) забезпечує вищий порядок швидкості збіжності до множини оптимальних розв'язків, ніж метод (6) – як у знаковизначених середовищах, так і у середовищах загального вигляду. За результатами додаткових досліджень встановлено, що відмови гравців призводять до e-оптимальних розв'язків ігрової задачі та до сповільнення швидкості збіжності. Із зменшенням порогу гри $\overline{y}$ швидкість збіжності ігрових методів зростає. Методи без обміну та з обміном інформацією мають однаковий асимптотичний порядок швидкості збіжності q в афінно-еквівалентних середовищах. Обмін інформацією між гравцями призводить до зростання величини швидкості збіжності (зменшення значення J). Регуляризовані методи забезпечують стійкість розв'язків ігрової задачі у змішаних стратегіях.

Висновки

1. Розроблені ігрові моделі дають змогу дослідити процеси координації колективної взаємодії в мультиагентних системах прийняття рішень. У ігровому формулюванні координація є процесом узгодження дій агентів з метою досягнення компромісних колективних рішень. Координація досягається через введення раціональних обмежень на дії агентів з метою реалізації ефективних рішень. Побудова компромісних рішень шляхом координації дій агентів здійснюється методами самонавчання та адаптації до невизначеностей системи прийняття рішень.

2. Побудовані моделі ігрових задач адаптивного вибору варіантів рішень в умовах апріорної невизначеності з обміном інформацією та відмовами гравців дають можливість розширити область застосувань теорії стохастичних ігор на клас задач розподіленого керування випадковими процесами з локальною взаємодією.

3. Для побудованих моделей на основі умови доповняльної нежорсткості та властивостей вирівнювальних стратегій методом стохастичної апроксимації синтезовано новий клас рекурентних ігрових методів, що дало змогу з єдиних системних позицій дослідити умови їх працездатності.

4. Визначено, що ігрові методи, побудовані на основі умови доповняльної нежорсткості, в середньому забезпечують удвічі вищий порядок швидкості збіжності до вирівнювальних стратегій, ніж відомі ігрові методи. Практичне використання розроблених методів та алгоритмів дозволяє зменшити час розв'язування ігрової задачі.

5. Встановлено, що обмін інформацією між гравцями призводить до зростання швидкості збіжності ігрових методів і є необхідною умовою для знаходження парето-оптимальних розв'язків гри з апріорною невизначеністю функцій виграшів. Достатні умови збіжності визначаються структурою такого обміну, виглядом рекурентних методів та обмеженнями на їх параметри.

6. Встановлено, що відновлювальні відмови гравців призводять до сповільнення швидкості збіжності ігрових методів та до відхилення асимптотичних розв'язків гри від оптимальних значень, що досягаються при відсутності відмов гравців.

7. Загальний аналіз проблеми ігрового вибору варіантів рішень в умовах невизначеності показує, що подальші теоретичні та практичні дослідження у цьому напрямку доцільно зосередити на побудові та визначенні умов працездатності самонавчальних ігрових методів з елементами когнітивного опрацювання інформації.

1. Катренко А.В., Пасічник В.В. Теорія прийняття рішень. – К.: BHV, 2008. 2. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. – М.: СИНТЕГ, 1999. 3. Wooldridge M. An Introduction to Multiagent Systems. John Wiley & Sons (Chichester, England), 2002. 4. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности. – М.: Наука, 1981. 5. Королюк В.С. Стохастические модели систем. – К.: Наукова думка, 1989. 6. Майн Х., Осаки С. Марковские процессы принятия решений. – М.: Наука, 1977. 7. Ремарович С. Динамічна координація програмних агентів на основі онтологічної структури // Проблеми програмування. – 2006. – № 2–3. – С. 487 – 492. 8. Цыпкин Я.З. Основы теории обучающихся систем. – М.: Наука, 1970. 9. Срагович В.Г. Адаптивное управление. – М.: Наука, 1981. 10. Gerhard Weiss and Sandip Sen, editors. Adaptation and Learning in Multiagent Systems. *Springer Verlag, Berlin, 1996. 11. Варшавский В.И. Коллективное поведение автоматов. – М.: Наука, 1973. 12. Амосов Н.М., Касаткин А.М., Касаткина Л.М., Талаев С.А. Автоматы и разумное поведение. Опыт моделирования. – К.: Наукова думка, 1973. 13. Растригин Л.А., Рипа К.К., Тарасенко Г.С. Адаптация случайного поиска. – Рига: Зинатне, 1973. 14. Watkins C.J.C.H., Dayan P. Q-Learning // Machine Learning, No. 8. – Kluwer Academic Publishers, Boston. – 1992. – PP. 279–292. 15. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника – М.: Мир, 1992. 16. Goldberg D.E. Genetic Algorythms in Search, Optimization and Mashine Learning. – Addison-Vesley, 1989. 17. Finn V. Jensen. Bayesian Networks and Decision Graphs. – Springer, 2001. 18. Гладун В.П. Эвристический поиск в сложных средах. – К.: Наукова думка, 1977. 19. Стогний А.А., Кондратьев А.И. Теоретико-игровое информационное моделирование в системах принятия решений. – К.: Наукова думка, 1986. 20. Fudenberg D., Levine D. K. The Theory of Learning in Games. – Cambridge, MA: MIT Press, 1998. 21. Назин А.В., Позняк А.С. Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы. – М.: Наука, 1986. 22. Воробьев Н.Н. Основы теории игр: Бескоалиционные игры. – М.: Наука, 1984. 23. Цыпкин Я.З., Позняк А.С. Рекуррентные алгоритмы оптимизации в условиях неопределенности // Итоги науки и техники. Сер. Техническая кибернетика. – 1989. – Т. 16. – С. 3 – 70. 24. Вазан М. Стохастическая аппроксимация. – М.: Мир, 1972. 25. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая оптимизация и рекуррентное оценивание. – М.: Наука, 1972.*