



№ 5 (1), 2025

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ СИГНАЛІВ ІЗ РОЗШИРЕНИМ СПЕКТРОМ У СУЧАСНИХ КОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

І. Горбатий [ORCID: 0000-0001-6495-192X], О. Усатий¹ [ORCID: 0009-0007-3470-702X]

Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна

Відповідальний за рукопис: Олександр Усатий (e-mail: oleksandr.a.usaty@lpnu.ua).

(Подано 1 Лютого 2025)

У статті розглянуто сучасні підходи до аналізу сигналів із розширеним спектром, зокрема таких, що базуються на псевдовипадковій перебудові робочої частоти та чірповому розширенні спектра. Основна увага приділена розробленню та оптимізації ефективних методів спектрально-часового аналізу для ідентифікації та моніторингу таких сигналів у реальних умовах, враховуючи їхню складність і динамічний характер. Особливо акцентовано увагу на застосуванні методів, які забезпечують високу точність, ефективність і стійкість до завад, що є надзвичайно важливими в умовах високої радіочастотної активності. Запропоновано використання комбінованого підходу, що включає швидке перетворення Фур'є, спектрограми та безперервне вейвлетне перетворення із застосуванням вейвлетів Морле, "Мексиканський капелюх" та спеціально адаптованого чірп-вейвлету. Такий підхід дає змогу отримувати детальну інформацію про частотні та часові характеристики сигналів і забезпечувати точність у виявленні нестационарних компонентів. У статті представлено результати дослідження сигналів із псевдовипадковою перебудовою робочої частоти та чірповим розширенням спектра. Особливу увагу приділено впливу динаміки частот та умов зашумлення на ефективність ідентифікації сигналів. Проведено порівняння результатів різних методів аналізу, яке демонструє високу ефективність безперервного вейвлетного перетворення у поєднанні з традиційними спектральними методами для розпізнавання нестационарних сигналів та визначення їх ключових частотних компонентів. Отримані результати можуть бути корисними для розробки систем радіомоніторингу, аналізу та класифікації складних сигналів у різних сферах, таких як телекомунікації, радіолокація та радіомоніторинг. Дослідження має практичне значення для створення алгоритмів виявлення та аналізу сигналів у сфері сучасних бездротових комунікацій і спеціального зв'язку. Розроблені підходи можуть бути використані в широкому спектрі застосувань, включаючи цивільні та військові системи, що потребують високої точності аналізу та стійкості до впливу перешкод, а також у сфері автоматизованого моніторингу і розпізнавання складних сигналів.

Ключові слова: вейвлетний аналіз, частотно-часовий аналіз, псевдовипадкова перебудова робочої частоти, чірпове розширення спектра.

УДК: 621.39

Вступ

Сучасні технології бездротового зв'язку відіграють ключову роль у розвитку систем передавання даних. Серед методів, що забезпечують високий рівень захисту сигналу від завад і підвищену безпеку, особливе місце займають псевдовипадкова перебудова робочих частот (ППРЧ) і чірпове розширення спектра (ЧРС) [1]. ППРЧ широко використовують у військових, медичних і промислових системах завдяки його високій стійкості до інтерференції та можливості забезпечення

безпеки передавання даних [2]. ЧРС застосовують у LoRaWAN і радіолокації завдяки його енергоефективності та здатності до роботи в умовах низького відношення потужності сигналу до потужності шуму [3]. Проте розпізнавання сигналів, побудованих на ППРЧ і ЧРС, залишається складним завданням через їхню високу динамічність, нестаціонарний характер і адаптивність [4]. Це створює потребу у використанні потужних інструментів аналізу сигналів, здатних працювати у частотно-часовій області. Одним із таких інструментів є вейвлети, які завдяки своїй здатності до мультишкального аналізу та адаптації до локальних особливостей сигналу стали ефективним методом у розпізнаванні нестаціонарних сигналів [5, 6, 7, 8].

2. Аналіз та постановка задачі

ППРЧ та ЧРС широко застосовують у сучасних технологіях передавання даних, що обумовлено їх стійкістю до завад, енергоефективністю та здатністю працювати в середовищах з низьким відношенням потужності сигналу до потужності шуму. Проте складність цих сигналів, обумовлена їхньою динамічністю та нестаціонарним характером, висуває значні виклики для їхнього аналізу. Традиційні методи не завжди забезпечують достатню точність і деталізацію для цих задач [1].

Мета роботи – розроблення методів аналізу ППРЧ і ЧРС сигналів, з допомогою яких буде надана можливість ефективно аналізувати частотно-часові характеристики сигналів, враховуючи їхню динамічність; забезпечувати точне виявлення ключових частотних компонентів у режимі реального часу; оптимізувати обчислювальні ресурси для використання в системах радіомоніторингу.

Для досягнення цієї мети запропоновано використовувати сучасні інструменти, такі як: ШПФ у поєднанні зі спектрограмою, що є ефективним для швидкого виявлення частотних стрибків у ППРЧ сигналах [3]; БВП, що забезпечує детальний аналіз плавної зміни частоти в ЧРС сигналах та високу роздільну здатність у частотно-часовій площині [2].

Таким чином, задача полягає у створенні адаптивних та точних методів аналізу частотно-часових характеристик сигналів, які зможуть бути використані в умовах реальних завад.

3. Методи спектрального та частотно-часового аналізу сигналів

Для розуміння складних нестаціонарних сигналів, таких як ППРЧ і ЧРС, необхідно застосовувати методи аналізу, які враховують як частотні, так і часові характеристики сигналу. У цьому розділі розглядаємо основні методи, що надають змогу виконати аналіз сигналів у частотно-часовій площині, зокрема ШПФ, вейвлет Морле, вейвлет "Мексиканський капелюх", чіп-вейвлет. У безперервному вейвлет перетворенні (БВП) використовують масштабування і зсув базових функцій, що забезпечує гнучкість у виділенні часових та частотних компонентів [2]. Використання вейвлетів є особливо ефективним для аналізу сигналів із плавними змінами частоти або різними частотними стрибками [3].

Швидке перетворення Фур'є надає можливість ефективно обчислювати дискретне перетворення Фур'є та його обернене перетворення. Перетворення Фур'є є математичним методом для переходу від часової області сигналу до частотної, що забезпечує аналіз спектрального складу сигналу.

Дискретне перетворення Фур'є базується на використанні співвідношення:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-i \frac{2\pi}{N} kn}, \quad (1)$$

де $X[k]$ – амплітуда частоти k ; $x[n]$ – значення сигналу в часовій області; кількість точок у сигналі; i – уявна одиниця.

Безперервне вейвлет перетворення здійснюють згідно зі співвідношенням:

$$W(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (2)$$

де $x(t)$ – сигнал у часовій області; ψ^* – комплексно спряжений вейвлет; a – масштабний коефіцієнт; b – зсув у часі; t – час. Для дискретних даних це інтегрування замінюють сумуванням:

$$W(a, b) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \psi^* \left(\frac{n-b}{a} \right), \quad (3)$$

де N – кількість точок у сигналі.

Вейвлет Морле є одним із найпоширеніших безперервних вейвлетів, що використовують для частотно-часового аналізу сигналів. Він базується на використанні гармонічного сигналу, модульованого гаусовою функцією. Завдяки цій комбінації вейвлет Морле забезпечує високу точність як у часовій, так і в частотній області.

Вейвлет Морле у часовій області задають так (рис. 1):

$$\psi(t) = e^{i2\pi f_0 t} e^{-t^2 / 2\sigma^2}, \quad (4)$$

де $e^{i2\pi f_0 t}$ – гармонічне коливання; $e^{-t^2 / 2\sigma^2}$ – гаусова функція, що обмежує хвилю у часі; f_0 – центральна частота вейвлета; σ – масштабний коефіцієнт. У частотній області вейвлет Морле виглядає, як амплітудно-частотна характеристика смугового фільтра з центральною частотою f_0 .

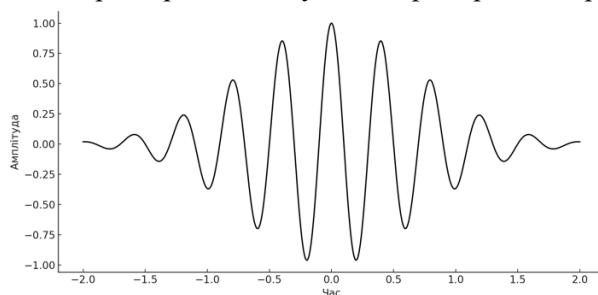


Рис. 1. Вейвлет Морле

Вейвлет "Мексиканський капелюх" отримав свою назву завдяки своїй формі, яка нагадує форму мексиканського сомбреро. Це класичний приклад другої похідної гаусової функції і є одним із найпростіших і найзрозуміліших для використання вейвлетів. Його основна властивість – хороша локалізація в часі, що робить його ефективним для аналізу сигналів із плавними змінами. Вейвлет "Мексиканський капелюх" задають у часовій області як другу похідну гаусової функції (рис. 2):

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3\pi}}^{1/4} \left(1 - \frac{t^2}{\sigma^2} \right) e^{-t^2 / (2\sigma^2)}, \quad (5)$$

де σ – параметр, що визначає ширину гаусової функції; $e^{-t^2 / (2\sigma^2)}$ – гаусова функція; $1 - t^2 / \sigma^2$ – модифікатор, що додає характерну "капелюхоподібну" форму.

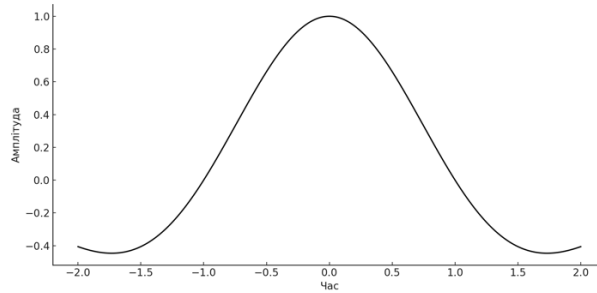


Рис. 2. Вейвлет "Мексиканський капелюх"

Чірп-вейвлет – це спеціалізований клас вейвлетів, оптимізованих для аналізу сигналів із плавною зміною частоти, таких як чірп-сигнали. Вони базуються на гармонічній носійній, модульованій сигналом гаусової форми, з урахуванням частотної зміни (чірпу).

Чірп-вейвлет визначають як:

$$\psi(t) = g(t)e^{i(2\pi f_c t + \frac{1}{2}kt^2)}, \quad (6)$$

де σ – ширина вейвлета у часовій області; f_c – центральна частота вейвлета; k – чірп-ставка (швидкість зміни частоти); $e^{i2\pi f_c t}$ – гармонічна складова із центральною частотою f_c ; $g(t)$ – огибаюча, зазвичай гаусова функція:

$$g(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}. \quad (7)$$

Чірп-компонента $e^{i\left(\frac{1}{2}kt^2\right)}$ забезпечує зміну частоти в часі:

- якщо $k > 0$, то частота збільшується (висхідний чірп);
- якщо $k < 0$, то частота зменшується (низхідний чірп).

Огибаюча $g(t)$ обмежує часову локалізацію вейвлета, щоб його енергія була сконцентрована в певному проміжку часу.

4. Результати досліджень

Для проведення досліджень було створено два типи сигналів:

- сигнали з ППРЧ формували із динамічними стрибками частоти відповідно до псевдовипадкової послідовності, яка синхронізована між передавачем і приймачем;
- сигнали з ЧРС здійснювали із лінійним законом зміни частоти.

Для оцінювання характеристик сигналів використано два основні методи:

- ШПФ для визначення спекральних складових досліджуваних сигналів;
- БВП на основі трьох типів вейвлетів: Морле – для виділення ключових частотних компонентів, "Мексиканський капелюх" – для аналізу динамічних стрибків частоти та чірп-вейвлетів – для виявлення сигналів з лінійними та нелінійними змінами частоти.

Спочатку було досліджено сигнал з ППРЧ – сигнал із частотою 20 Гц у першій половині та 50 Гц у другій половині часового інтервалу присутності сигналу (рис. 3).

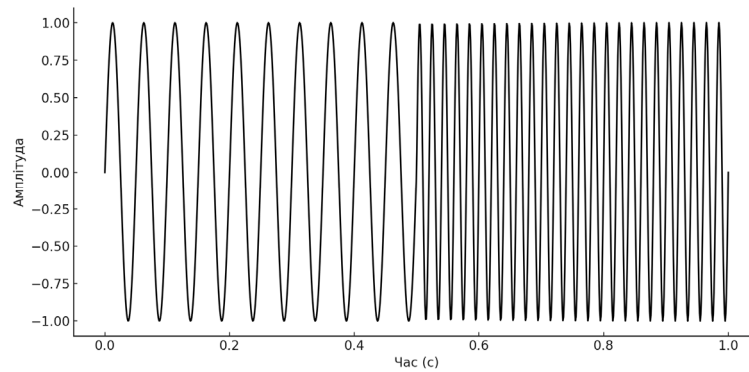


Рис. 3. Досліджуваний сигнал з ППРЧ

За допомогою ШПФ сигналу ППРЧ отримано два чітких піки у його спектрі на частотах 20 Гц і 50 Гц (рис. 4). Як бачимо, таке перетворення може бути використане для виявлення загальних частотних компонент, але не локалізує їх у часі.

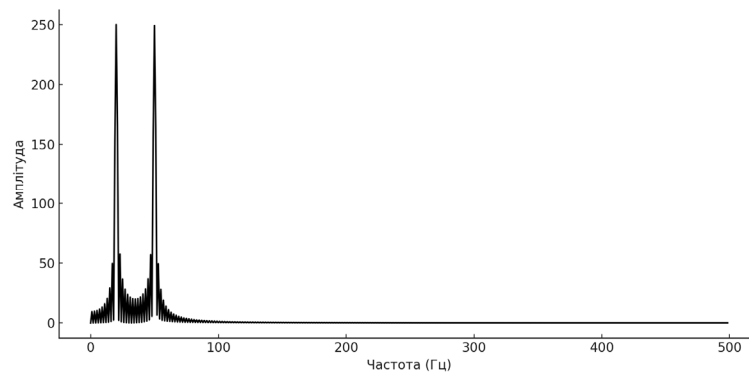


Рис. 4. ШПФ сигналу ППРЧ

Дослідження миттєвої частоти сигналу ППРЧ дало змогу виявити різку зміну частоти в середині часового інтервалу присутності сигналу (рис. 5). Таке дослідження добре підходить для аналізу нестационарних сигналів.

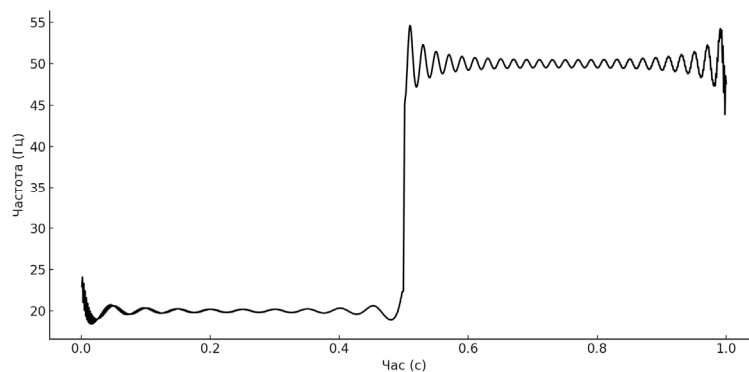


Рис. 5. Миттєва частота сигналу ППРЧ

Дослідження частотно-часової карти з використанням вейвлету Морле дало змогу виявити Горизонтальні смуги на частотах 20 Гц і 50 Гц (рис. 6). Отже, таке дослідження добре локалізує частотні компоненти в часі.

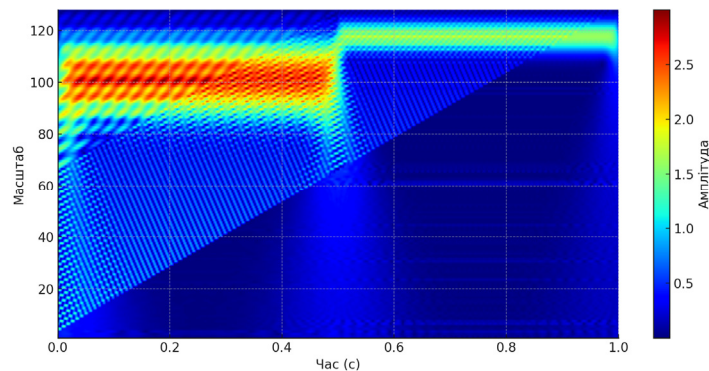


Рис. 6. Вейвлет Морле для сигналу ППРЧ

Застосування спектрограми ППРЧ сигналу дає схожу картину, як і вейвлет Морле (рис. 7). З результатів дослідження слідує, що енергія сигналу чітко розподілена між двома частотними областями.

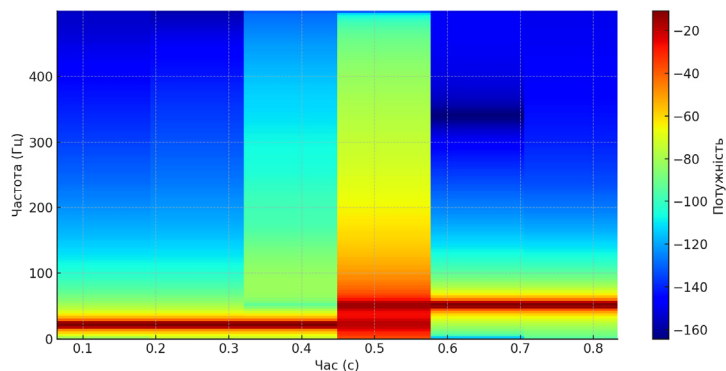


Рис. 7. Спектрограма сигналу ППРЧ

Використання частотно-часової карти із застосуванням вейвлету "Мексиканський капелюх" дає можливість добре локалізувати частоти, але смуги менш виразні, ніж при застосуванні вейвлету Морле (рис. 8). Це дослідження підходить для виявлення різких змін сигналу.

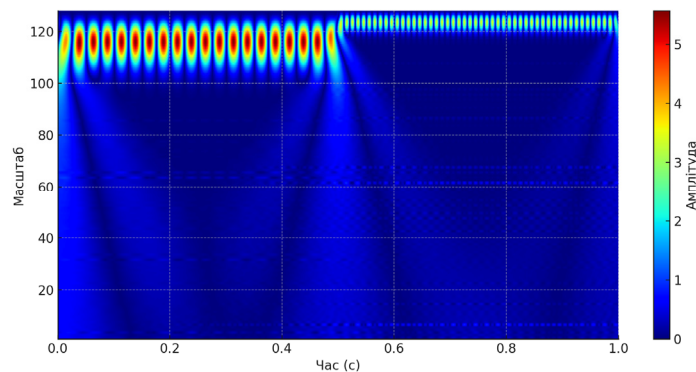


Рис. 8. Вейвлет "Мексиканський капелюх" сигналу ППРЧ

Дослідження частотно-часової карти сигналу на основі чірп-вейвлету дає змогу відобразити частотні області, але є менш ефективним для дослідження різких стрибків, як у сигналів з ППРЧ (рис. 9).

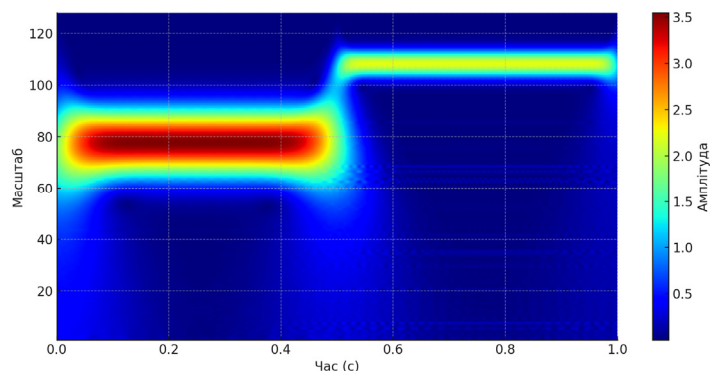


Рис. 9. Чіп-вейвлет сигналу ППРЧ

Таким чином, при дослідженні сигналів з ППРЧ застосування ШПФ дає змогу визначити їх частотний спектр, але не дає інформації про часову локалізацію сигналів. Використання вейвлету Морле забезпечує чітку локалізацію спектральних складових у часі і найкраще підходить для дослідження стрибків сигналів за частотою. Дослідження миттєвої частоти сигналів може бути використане як допоміжний метод для візуалізації моментів різкої зміни частоти.

Також було досліджено *сигнал з ЧРС*, у якому частота змінювалась з часом, збільшуючись від початкової до кінцевої заданої величини (рис. 10). Ця зміна добре помітна у вигляді поступового "ущільнення" коливань амплітуди сигналу.

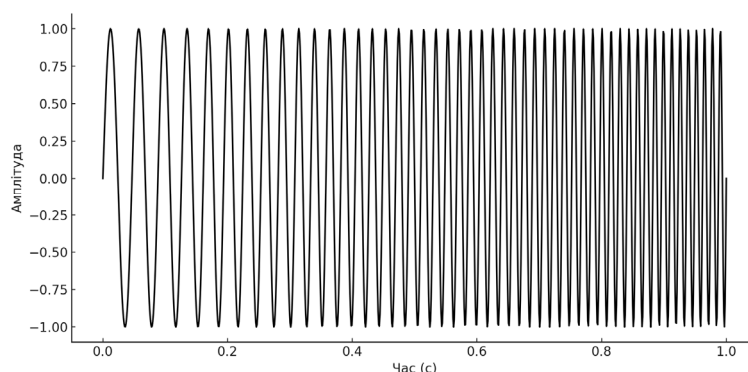


Рис. 10. Досліджуваний сигнал з ЧРС

Використання ШПФ до сигналу з ЧРС дало змогу виявити, що цей сигнал характеризується великою шириною спектра. Спектр сигналу містить спектральні складові у широкій смузі частот на відміну від наявності окремих спектральних складових на двох частотах у досліджуваному вище сигналі з ППРЧ.

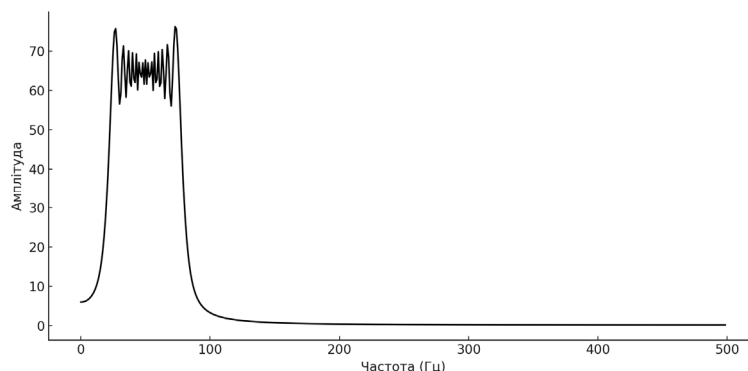


Рис. 11. ШПФ сигналу з ЧРС

Дослідження миттєвої частоти сигналу з ЧРС дало змогу виявити лінійну зміну частоти сигналу (рис. 12), при цьому початкова частота відповідає найнижчому значенню, а кінцева – найвищому.

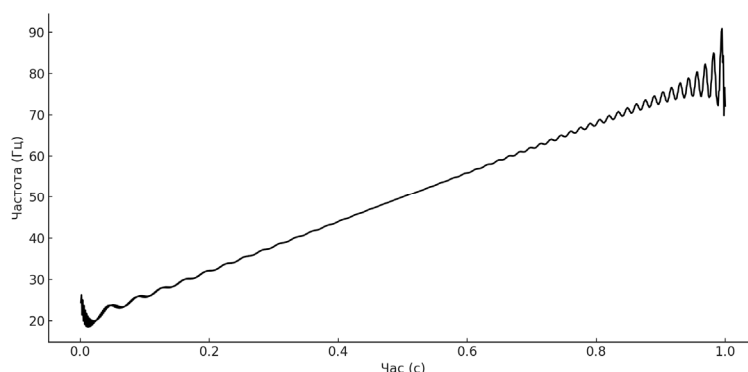


Рис. 12. Миттєва частота сигналу з ЧРС

Дослідження частотно-часової карти сигналу з ЧРС на основі вейвлету Морле дало можливість чітко виявити плавну зміну частот, що на графіку відображено у вигляді нахиленої смуги (рис. 13). Цей метод добре відображає, забезпечуючи високу деталізацію часо-частотних характеристик сигналу з ЧРС.

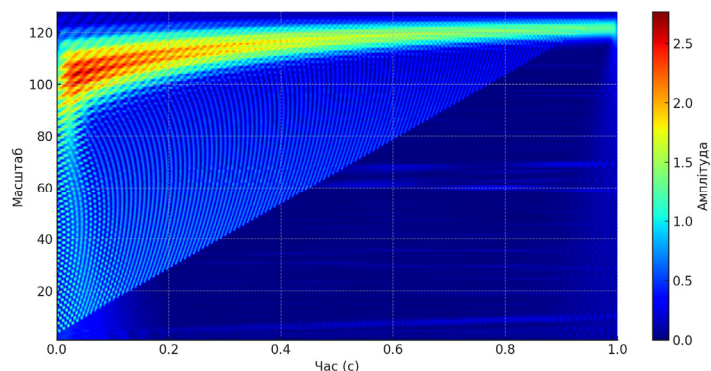


Рис. 13. Вейвлет Морле сигналу з ЧРС

Результати дослідження спектрограми сигналу з ЧРС є подібними до тих, що отримані з використанням карти Морле, але вони характеризуються меншою деталізацією (рис. 14).

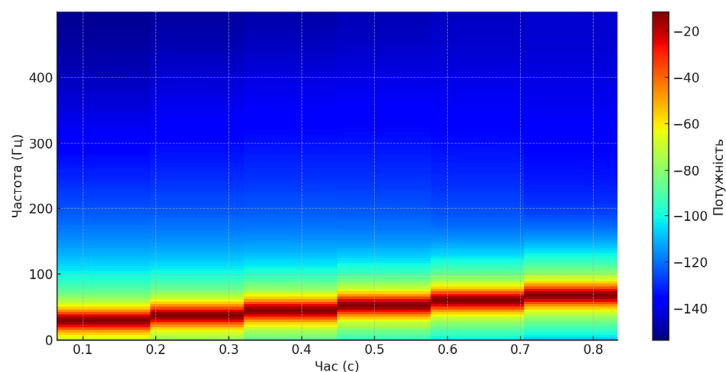


Рис. 14. Спектрограма сигналу з ЧРС

Дослідження частотно-часової карти сигналу з ЧРС на основі вейвлету "Мексиканський капелюх" відображає схожу картину, як і застосування вейвлету Морле, але з меншою деталізацією (рис. 15). Цей метод є більш чутливим до змін амплітуди сигналу.

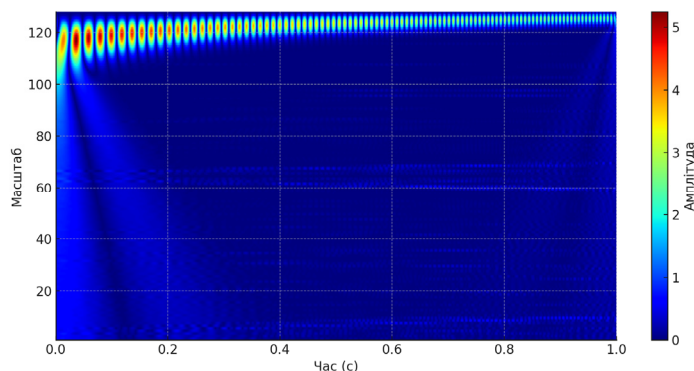


Рис. 15. Вейвлет "Мексиканський капелюх" сигналу з ЧРС

Використання частотно-часової карти сигналів з ЧРС на основі чірп-вейвлету є найбільш оптимальним, оскільки забезпечує високу роздільну здатність дослідження для плавних змін частоти і дає змогу отримати найкращу візуалізацію градієнтів частоти порівняно з іншими дослідженими методами (рис. 16).

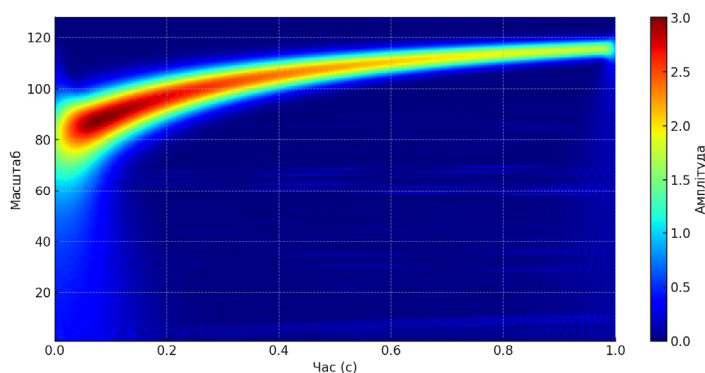


Рис. 16. Чірп-вейвлет сигналу з ЧРС

Таким чином, застосування чірп-вейвлету та вейвлету Морле забезпечує чітку деталізацію плавної зміни частоти. Отримана спектрограма є менш точною, але є простішою для інтерпретації. Як допоміжні методи можна використати ШПФ для загального аналізу спектра частот або вейвлет "Мексиканський капелюх" для загального огляду та пошуку змін амплітуди.

Висновки

У цій роботі було проведено дослідження трьох основних підходів до аналізу сигналів із розширеним спектром на основі ППРЧ і ЧРС – використання ШПФ, спектрограм та БВП.

Застосування ШПФ забезпечило чітке визначення частотних складових сигналів. Основним недоліком є відсутність часової локалізації, що робить його непридатним для аналізу нестационарних сигналів.

Використання спектрограм на основі ШПФ дало можливість відобразити часову динаміку спектральних складових, що є критично важливим для сигналів із частотними змінами (ППРЧ, ЧРС). Проте точність результату обмежена через компроміс між часовою і частотною роздільною здатністю, залежною від вибору розміру вікна.

Вейвлет Морле забезпечив найкращу деталізацію та можливість локалізації як різких змін (ППРЧ), так і плавних змін частоти сигналу (ЧРС). Вейвлет "Мексиканський капелюх" виявився ефективним для сигналів із плавними змінами, хоча поступається вейвлету Морле в деталізації. Чірп-вейвлет виявився оптимальним для ЧРС, забезпечуючи високу роздільну здатність для плавних змін частоти.

Основні висновки:

- для стаціонарних сигналів оптимальним є використання ШПФ у зв'язку з його простотою і великою швидкістю обчислень;
- для сигналів із частотною динамікою (наприклад, ППРЧ або ЧРС) найбільш ефективним є БВП, особливо із застосуванням вейвлета Морле.
- спектрограма на основі ШПФ може слугувати компромісним підходом, коли потрібна базова частотно-часова інформація.

Отримані результати надають можливість:

- розробити рекомендації для вибору методів аналізу залежно від характеристик сигналів;
- оптимізувати процеси моніторингу й ідентифікації сигналів у радіокомунікаційних системах.

Напрями подальших досліджень:

- інтеграція результатів БВП у алгоритми автоматичної ідентифікації сигналів;
- аналіз сигналів із врахуванням шуму та реальних умов передавання;
- упровадження адаптивних вейвлетів для покращення точності аналізу.

Список використаних літературних джерел

- [1]. Guo, T., Zhang, T., Lim, E., López-Benítez, M., Ma, F., & Yu, L. (2022). A review of wavelet analysis and its applications: challenges and opportunities. *IEEE Access*, vol. 10, pp. 58869–58892. doi:10.1109/ACCESS.2022.3179517
- [2]. Maleki, A., Nguyen, H.H., Bedeer, E., & Barton, R. (2024). A Tutorial on Chirp Spread Spectrum Modulation for LoRaWAN: Basics and Key Advances. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 5, 4578–4612. doi: 10.48550/arXiv.2310.10503.
- [3]. Azim, A.W., Shubair, R., & Chafii, M. (2024). Chirp spread spectrum-based waveform design and detection mechanisms for LPWAN-based IoT: a survey. *IEEE Access*, vol. 12, pp. 24949–24968. doi: 10.1109/ACCESS.2024.3352591
- [4]. Ristić, V.B., Todorović, B.M., & Stojanović, N.M. (2022). Frequency Hopping spread spectrum: history, principles and applications. *Military Technical Courier*, vol. 70(4), pp. 856–876. doi: 10.5937/vojtech70-38342
- [5]. Dmitrenko, T. (2024) "Application Of Uavs Based On The Wavelet Transform Technology In Military Operations: Scouting, Target Location And Navigation", *Computer-integrated technologies: education, science, production*, vol. 55, pp. 87-92. doi: 10.36910/6775-2524-0560-2024-55-10.
- [6]. Liu, W., & Chen, W. (2019). Recent advancements in empirical wavelet transform and its applications. *IEEE Access*, vol. 7, pp. 103770–103788. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2931807
- [7]. Sukholeister, O. and Nakonechny, R. (2024) Enhancing emotion classification through signal fusion and wavelet-based feature extraction, *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*, № 1(39), pp 167-178. doi: 10.15407/fmmit2024.39.167.
- [8]. Чемерис, К. М. і Дейнега, Л. Ю. (2022) «Застосування методу вейвлет-аналізу для виявлення атак в мережах», *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*, № 1(46), с. 99-107. doi: 10.30748/nitps.2022.46.14.

INVESTIGATION OF SPREAD SPECTRUM SIGNAL ANALYSIS METHODS IN MODERN COMMUNICATION SYSTEMS

Ivan Horbatiy, Oleksandr Usatyi

Lviv Polytechnic National University, S. Bandery Str., 12, 79013, Lviv, Ukraine

The article examines modern approaches to the analysis of spread spectrum signals, particularly those based on pseudorandom frequency hopping and chirp spectrum expansion. The main focus is on the development and optimization of efficient time-frequency analysis methods for the identification and monitoring of such signals under real-world conditions, considering their complexity and dynamic nature. Special attention is given to the application of methods that ensure high accuracy, efficiency, and resistance to interference, which is extremely important in environments with high radio frequency activity. A combined approach

is proposed, incorporating the Fast Fourier Transform, spectrograms, and continuous wavelet transform using Morlet wavelets, the "Mexican hat" wavelet, and a specially adapted chirp wavelet. This approach allows for obtaining detailed information about the frequency and time characteristics of signals and ensures accuracy in detecting non-stationary components. The article presents the results of studies on signals with pseudorandom frequency hopping and chirp spectrum expansion. Particular attention is paid to the impact of frequency dynamics and noise conditions on the effectiveness of signal identification. A comparison of different analysis methods demonstrates the high efficiency of continuous wavelet transform combined with traditional spectral methods for recognizing non-stationary signals and determining their key frequency components. The obtained results can be useful for the development of radio monitoring systems, the analysis, and classification of complex signals in various fields, such as telecommunications, radar, and radio monitoring. The research has practical significance for the creation of algorithms for signal detection and analysis in modern wireless communications and specialized communication systems. The developed approaches can be applied in a wide range of applications, including civilian and military systems that require high analysis accuracy and resistance to interference, as well as in automated monitoring and recognition of complex signals.

Keywords: *wavelet analysis, frequency-time analysis, spread spectrum signals, Frequency Hopping Spread Spectrum, Chirp Spread Spectrum.*