

Карл Василів¹, Ігор Стецик²

¹ Кафедра систем автоматизованого проектування, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, Львів, Україна, E-mail: karl.m.vasyliv@lpnu.ua, ORCID 0000-0003-0893-3561

² Кафедра систем автоматизованого проектування, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, Львів, Україна, E-mail: ihor.t.stetsyk@lpnu.ua, ORCID 0009-0002-4905-4600

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДВОФАЗНО-ТРИФАЗНОГО МОДУЛЯТОРА НАПРУГИ БЕЗКОТАКТНОЇ ВЕНТИЛЬНОЇ СИСТЕМИ ЗБУДЖЕННЯ АСИНХРОНІЗОВАНОГО ГЕНЕРАТОРА

Отримано: Березень 12, 2025 / Переглянуто: Березень 20, 2025 / Прийнято: Березень 31, 2025

© Василів К., Стецик І., 2025

<https://doi.org/>

Анотація. Вдосконалення наявних та розробка нових генерувальних електроенергетичних систем є актуальною науково-практичною проблемою. Розроблена математична модель модулятора напруги – компонента безконтактної вентильної системи збудження генератора стабільної частоти як засіб комп’ютерного дослідження закономірностей перебігу електромагнітних процесів на стадії розробки принципово нових надійніших і ефективніших систем генерування електроенергії в частині забезпечення стабільності частоти напруги за змінної частоти обертання ротора генератора. Математична модель розроблена у фазних координатах на базі теорії математичного моделювання електромашино-вентильних систем, враховує комутаційні процеси вентилів і взаємний вплив структурних елементів, що становить предмет наукової новизни, а її програмна реалізація має практичну значимість в розробці новітніх систем генерування електроенергії, на що спрямована робота в перспективі. Представлені результати комп’ютерного дослідження модулятора напруги на предмет впливу його схеми електричного кола на перебіг електромагнітних процесів з метою її оптимізації.

Ключові слова: математична модель, матриця, алгоритм, програмний код, модулятор напруги, вентильний комутатор, генератор, електромагнітні процеси, електрична напруга, струм.

Вступ

Стабільність і надійність електропостачання промислових підприємств, залізничного і міського електротранспорту, підприємств аграрного комплексу та житлового сектору як в окремих регіонах, так і в масштабах України загалом визначається надійною роботою окремих генерувальних систем, до яких належать атомні, теплові та гідравлічні електричні станції. Енергосистема в процесі роботи дуже чутлива до порушення стабільності частоти напруги від заданої, яка дорівнює $f=50$ Герц, а надмірне відхилення її значення на десятки чи навіть на соті частки Герца може спричинити не лише вимкнення поодиноких мереж з розпадом енергосистеми на окремі її частини, а навіть призвести до повного її знеструмлення. Своєю чергою, на частоту напруги генерувальних систем критичний вплив має частота обертання рушія генераторів, яка може коливатися залежно від електричного навантаження генераторів з боку енергетичної системи.

Огляд сучасних джерел інформації за тематикою публікації

На надійність роботи генерувальних установок істотний, а часто і критичний вплив, має функціонування їх систем збудження. Особливо важкі наслідки має випадання з синхронізму синхронних генераторів через втрату збудження [9]. Фізична сутність цього явища полягає в тому,

що генератор не здатний передавати електричну потужність в обсязі, який відповідає підведеній до валу генератора механічній потужності від рушія. Внаслідок випадання генератора з синхронізму він переходить в режим двигуна, що призводить до безконтрольного обертання його ротора, а це, своєю чергою, спричиняє важкі вібраційні процес, які призводять до масштабних механічних руйнувань генератора (особливо його ротора). Саме така аварія сталася на першому енергоблоці Чорнобильської АЕС у грудні 1991 року. Такі події слугують абсолютним аргументом в питанні необхідності виконання наукових досліджень, орієнтованих на розробку засобів запобігання втрати збудження генераторів. І така робота постійно проводиться. В контексті останньої тези публікація [9] спрямована на вдосконалення засобів захисту від втрати збудження синхронних генераторів (СГ). Дослідження виконані засобами математичного моделювання.

Надійне функціонування системи збудження (СЗ) забезпечує статичну стійкість генератора, яка полягає в тому, що система збудження підтримує постійну напругу на певному проміжку часу, починаючи з моменту збурення (в разі незначних збурень) в енергосистемі. Ще одна критично важлива функція СЗ полягає в забезпеченні перехідної стійкості, сутність якої полягає в підтриманні стабільної роботи генератора в разі перевантаження енергосистеми або критичного погіршення гармонічного спектру напруги. Вирішення зазначених проблем запропоновано у статті [10].

Наукові дослідження на предмет вдосконалення систем збудження синхронних генераторів (СГ) практикується в багатьох аспектах із застосуванням математичного моделювання і комп'ютерного дослідження. Так, у [11] розглянуто теоретичне та експериментальне дослідження самозбудженого трифазного індукційного генератора для автономних систем електроживлення. Запропоновано та науково обґрунтовано застосування індукційних генераторів, які працюють паралельно з синхронними генераторами, що забезпечує високий рівень економічної ефективності.

Публікація [12] спрямована на покращення крокової реакції обертальних збуджувачів шляхом розміщення тиристорних мостових випрямлячів на обертальній частині генератора з дистанційним керуванням кутом регулювання з нерухомого контролера. Виконано порівняння різних багатофазних вентильних систем збудження на предмет зменшення коливальних крутильних моменту шляхом підбору відповідної топології випрямлячів.

На сьогодні значна (а може й переважна) частина генерувальних систем основних в Україні видів електростанцій – теплових, атомних та гідравлічних обладнані електромашинними системами збудження, для яких характерна висока інерційність, що може створити проблемні ситуації в забезпеченні стабільності частоти та величини напруги. Високий відсоток генерувальних систем обладнані вентильними системами збудження на базі окремих генераторів змінного струму або живлення від основного генератора з подальшим випрямленням струму діодними чи тиристорними мостовими випрямлячами. Порівняно з електромашинними – вентильні системи збудження є практично безінерційними.

Загалом, на сьогодні в практиці електроенергетики застосовуються систем збудження СЗ в доволі широкому спектрі з погляду їх принципу дії, характеру умов застосування, потужності генераторів і таке інше. Це свідчить про те, що вдосконалення наявних та розробка нових систем збудження є актуальною проблемою як в науковому, так і в практичному аспектах.

В умовах реалій, які склалися на теперішній час (війни) в Україні, критично зросла кількість різноманітних негативних, руйнівних впливів на роботу генерувальних систем. Впродовж останніх трьох років діюча енергосистема на базі стаціонарних електростанцій доповнюється автономними системами електроживлення (АСЕЖ), зокрема газотурбінними та дизельними енергоустановками.

Вирішити проблему забезпечення стабільності як величини, так і частоти напруги можна модернізацією систем збудження синхронних генераторів (СГ) внаслідок чого такі СГ будуть працювати в режимі асинхронізованого генератора (АСГ), що забезпечить стабільність частоти напруги в умовах істотних відхилень частоти обертання рушіїв роторів генераторів як для стаціонарних, так і для автономних систем електроживлення, які можуть працюють на мережі енергосистеми. В недалекому минулому такі ідеї вже були напрацьовані, а їх сутність полягає у використанні асинхронізованих генераторів на базі безконтактних вентильних систем збудження

(БВСЗ), роботопридатність яких була доведена математичним моделюванням з подальшим комп'ютерним дослідженням і вивченням закономірностей перебігу електромагнітних і електро-механічних процесів. Так, у [1] розроблено теоретичні засади таких АСГ, а у [2] та [3], відповідно, розроблено математичні моделі (АСЕЖ) на базі асинхронізованого генератора стабільної частоти (АГСЧ) з двофазно-трифазним та трифазно-трифазним безконтактним каскадним модуляторним вентильним збуджувачем. У [2-4] опубліковано частину результатів дослідження цієї АСЕЖ.

Постановка проблеми

Незважаючи на отримані позитивні результати в контексті математичного моделювання АСЕЖ на базі АГСЧ з двофазно-трифазним безконтактним каскадним модуляторним вентильним збуджувачем, авторами вбачається можливість істотного вдосконалення запропонованих математичних моделей в частині математичної моделі двофазно-трифазного каскадного модулятора напруги (КМН).

Перша теза такого вдосконалення полягає в тому, що загалом описані вище АГСЧ з погляду принципу стабілізації частоти напруги за умов змінної частоти обертання рушія ротора генератора можуть працювати в асинхронному або в синхронному режимі. Для з'ясування фізичної сутності цих двох режимів роботи необхідно розглянути узагальнену схему силового електричного кола АСЕЖ на базі АГСЧ з БВСЗ з двофазно-трифазним каскадним модулятором напруги, яка зображена на рис. 1.

На цій схемі прийнята така система позначень: написами $M1$, $M2$ позначені перша та друга асинхронні машини двофазно-трифазного модулятора напруги; $E1$, $E2$ – трифазні джерела живлення статорів $M1$ та $M2$, відповідно; T – безпосередній тиристорний перетворювач частоти, який слугує комутатором; G – трифазний генератор, яким слугує асинхронна машина з фазним ротором, фазні роторні обмотки якого можуть бути розщепленими на дві гілки; H – трифазне активно-індуктивне навантаження. Загалом такими навантаженнями окрім активно-індуктивного можуть бути трансформатори, асинхронні двигуни, фільтри і мережа, на яку може працювати генератор G . Літерами φ , i та e , відповідно, позначені потенціали незалежних вузлів схеми, струми зовнішніх і внутрішніх фазних гілок структурних елементів та електрорушійні сили трифазних джерел живлення статорних обмоток машин модулятора. Верхніми індексами (1) та (2) при електрорушійних силах і струмах позначено номери джерел живлення статорних обмоток машин модулятора $M1$ і $M2$ та самих цих машин. У нижньому індексі при i літерами E , M та G позначено належність струмів до фазних гілок джерел живлення машин модулятора, самих машин модулятора і генератора, відповідно. Літерами S та R у нижніх індексах позначено належність до внутрішніх струмів обмоток статора і ротора машин модулятора напруги і генератора.

Характерною особливістю схеми рис. 1 є те, що кожна з фаз роторних обмоток машин $M1$ та $M2$ модулятора розщеплені на дві гілки. Ці гілки для машин модулятора $M1$ та $M2$ між собою з'єднані послідовно (утворюючи каскад) з перехресною топологією, що забезпечує модуляцію напруги на виході розщеплених гілок роторних обмоток $M1$ (на виході модулятора). На вході роторної обмотки $M2$ її розщеплені фазні гілки можуть бути з'єднані за трьома варіантам, перший з яких ідентифікується як розподілений, коли перші розщеплені гілки окремих фаз з'єднані в одну зірку зі спільним потенціалом φ_0 , а другі – в другу зірку зі спільним потенціалом φ_{33} . Саме цей варіант відображений на схемі рис. 1 безпосередньо. Другий варіант ідентифікуємо як окреме з'єднання, яке характерне з'єднанням двох розщеплених гілок кожної з трьох фаз у окремі три вузли з ймовірними трьома потенціалами φ_0 , φ_{33} , φ_{34} . Третій варіант ідентифікуємо як спільне з'єднання всіх шести розщеплених фазних гілок роторної обмотки $M2$ у один спільний вузол з потенціалом φ_0 . Акцентуємо увагу на тому, що до складу модулятора напруги окрім асинхронних машин $M1$ та $M2$ входять і трифазні джерела живлення цих машин. Аналогічна ситуація стосовно можливих схем з'єднання фазних гілок ротора генератора. Тут також можливі три варіанти: з'єднання розщеплених гілок у дві зірки (що безпосередньо відображено на схемі); мостовою схемою, коли дві розщеплені гілки кожної з трьох фаз з'єднані послідовно; з'єднання однієї

розщепленої гілки кожної з фаз у одну зірку, що вимагає переформатування схеми комутатора з виключенням половини тиристорів.

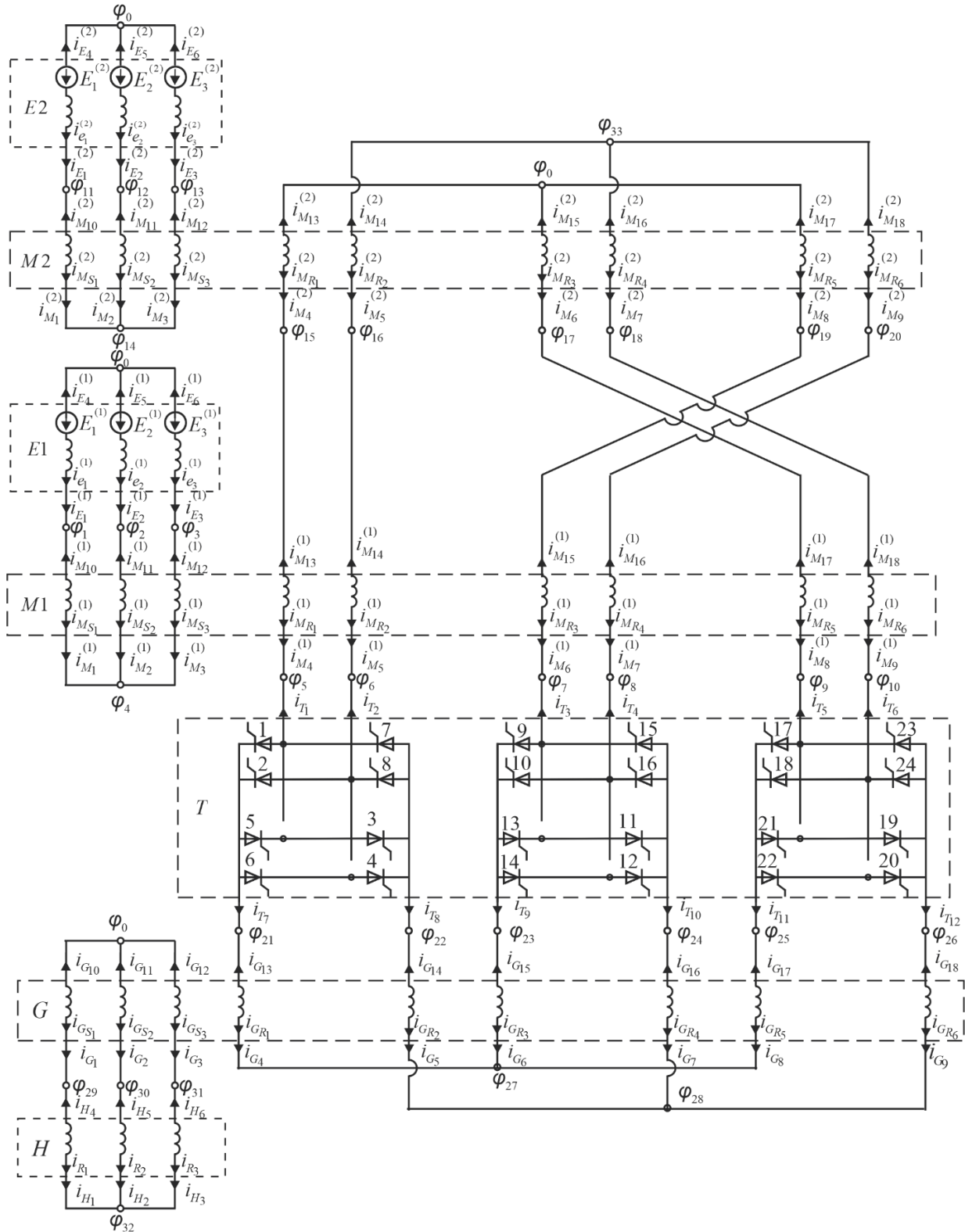


Рис. 1. Узагальнена схема силового електричного кола АСЕЖ на базі АГСЧ з БВСЗ

Принципово важливо зазначити, що кожна з цих трьох схем як модулятора, так і генератора критично впливає на закономірності перебігу електромагнітних процесів, які відбуваються в цілій системі електроживлення. З погляду фізики процесів різні схеми з'єднання розщеплених фазних

гілок машин модулятора і генератора визначають кожен окрему математичну модель цілої системи електроживлення у всіх можливих комбінаціях.

В асинхронному режимі роботи АГСЧ частота напруги генератора (потрібна для споживача частота електроенергії) визначається частотою напруги джерел живлення E1 та E2, тобто частота E1 та E2 має бути стабільною та дорівнювати $f_{M1}=f_{M2}=50$ Герц, що забезпечить таку ж стабільну частоту генератора на виході його статорної обмотки $f_G=50$ Герц не залежно від частоти обертання ротора генератора. Частота модуляції напруги на вході тиристорного комутатора (на виході модулятора) дорівнюватиме частоті ковзання генератора G. Такий режим роботи АСЕЖ значною мірою вже опрацьований та опублікований у відповідних наукових джерелах [1-4].

Синхронний режим роботи АГСЧ докладно буде розглянутий у відповідній математичній моделі цього генератора, адже цей матеріал виходить за межі теми статті. Враховуючи те, що в статті акцентується увага лише на модуляторі напруги, зазначимо, що в синхронному режимі роботи АГСЧ частота напруг джерел живлення є функцією, до одного з аргументів якої входить ковзання генератора. Виходячи з цього математична модель модулятора напруги буде враховувати можливість її використання як в математичній моделі АГСЧ для роботи в асинхронному, так і в синхронному режимі.

В контексті задекларованої теми статті формально задача дослідження полягає в розробці математичної моделі модулятора напруги, яка була б придатною до її використання як в математичній моделі АГСЧ для асинхронного, так і для синхронного режиму з врахуванням нелінійності електромагнітних взаємозв'язків всіх електричних контурів (розщеплених фазних гілок) першої і другої асинхронних машин модулятора напруги. Окрім цього завдання полягає в розробці математичної моделі асинхронної машини з фазним ротором і розщепленими на дві гілки фазних обмоток ротора як окремого структурного елемента довільного іншого електротехнічного комплексу, а значить була б придатна для її використання в готовому вигляді в довільних інших задачах поза межами АГСЧ.

Принципово важливо зазначити, що насправді тут розроблена математична модель цілої АСЕЖ, адже окрема математична модель модулятора працювати не буде без залучення математичної моделі всіх решти структурних елементів АСЕЖ: комутатора, генератора та споживача, яким слугує активно-індуктивне навантаження, але під час аналізу перебігу електромагнітних процесів увага концентруватиметься саме на модуляторі напруги бо охопити весь матеріал включно з переліченими структурними елементами в межах однієї статті вбачається не можливим, а, отже, це слугуватиме матеріалом для публікацій в близькій перспективі.

Виклад основного матеріалу

З врахуванням того, що трифазні електричні джерела живлення E1 та E2 статорних обмоток асинхронних машин модулятора напруги M1 та M2 (рис. 1) з погляду структури ми віднесли до модулятора напруги, його математична модель загалом складається з чотирьох структурних елементів: математичних моделей трифазних мереж живлення E1, E2 та математичних моделей трифазних асинхронних машин M1, M2. Ці моделі розробимо на базі теорії математичного моделювання електромашино-вентильних систем [6,7] із застосуванням окремих положень інших наукових публікацій [5].

Математична модель першого трифазного джерела живлення. Математичну модель трифазної електричної мережі розробимо виходячи з того, що її представимо системою трифазних гілок, кожна з яких складається з послідовно з'єднаних активного опору, індуктивності та електрорушійної сили змінного струму. Фази електрорушійних сил зсунуті на 120 градусів. Щоб забезпечити модульний принцип таку систему фазних гілок оформимо у вигляді шестиполюсника, струми зовнішніх гілок якого напрямлені на зовні до зовнішніх вузлів, а внутрішні струми кожної з фаз мають напрямок, який збігається з напрямком струму однієї з двох зовнішніх гілок рис. 1, що дає змогу під'єднувати таку математичну модель до моделей будь-яких інших структурних елементів довільного електротехнічного комплексу відповідно до визначеної схеми. Отже,

математичною моделлю першого трифазного електричного джерела як окремого структурного елемента (шестиполюсника) є система рівнянь електричного стану, записана у фазних координатах за другим законом Кірггофа. Така форма запису рівнянь електричного стану має назву рівняння зовнішніх гілок та має такий вигляд:

$$p i_E^{(1)} + \Gamma_E^{(1)} \cdot \varphi_E^{(1)} + C_E^{(1)} = 0, \quad (1)$$

де $p=d/dt$ – оператор диференціювання за часом t ; $i_E^{(1)} = (i_{E1}^{(1)}, i_{E2}^{(1)}, i_{E3}^{(1)}, i_{E4}^{(1)}, i_{E5}^{(1)}, i_{E6}^{(1)})$ – вектор струмів зовнішніх гілок; $\varphi_E^{(1)} = (\varphi_{E1}^{(1)}, \varphi_{E2}^{(1)}, \varphi_{E3}^{(1)}, \varphi_{E4}^{(1)}, \varphi_{E5}^{(1)}, \varphi_{E6}^{(1)})$ – вектор потенціалів зовнішніх вузлів;

$$\Gamma_E^{(1)} = \begin{bmatrix} (L_E^{(1)})^{-1} & -(L_E^{(1)})^{-1} \\ -(L_E^{(1)})^{-1} & (L_E^{(1)})^{-1} \end{bmatrix}; \quad C_E^{(1)} = \begin{bmatrix} (L_E^{(1)})^{-1} \\ -(L_E^{(1)})^{-1} \end{bmatrix} \times E_E^{(1)} \quad (2)$$

– матриця коефіцієнтів і вектор вільних членів, в яких $L_E^{(1)} = \text{diag}(L_{E1}^{(1)}, L_{E2}^{(1)}, L_{E3}^{(1)})$ – діагональна матриця індуктивностей; $E_E^{(1)} = (R_{E1}^{(1)} \cdot i_{E1}^{(1)} - e_{E1}^{(1)}, R_{E2}^{(1)} \cdot i_{E2}^{(1)} - e_{E2}^{(1)}, R_{E3}^{(1)} \cdot i_{E3}^{(1)} - e_{E3}^{(1)})$ – вектор-стовпець вільних членів, в якому $R_E^{(1)} = \text{diag}(R_{E1}^{(1)}, R_{E2}^{(1)}, R_{E3}^{(1)})$ – діагональна матриця активних опорів, а $e_{Ej}^{(1)} = E_{Ej}^{(1)} \sin(\omega \cdot t - (j-1) \cdot \rho)$ ($j=1, 2, 3$), де $E_{Ej}^{(1)}$ – амплітуда електрорушійної сили j -ї фази джерела; $\rho=2 \cdot \pi/3$.

Математична модель другого трифазного джерела живлення E2 асинхронної машини M2 є аналогічною.

Математична модель першої асинхронної машини модулятора M1

Математичну модель першої асинхронної машини як 18-ти полюсника також представимо у вигляді векторного рівняння зовнішніх гілок, яке має такий вигляд [6]:

$$p i_M^{(1)} + \Gamma_M^{(1)} \cdot \varphi_M^{(1)} + C_M^{(1)} = 0, \quad (3)$$

де $i_M^{(1)} = (i_{M1}^{(1)}, i_{M2}^{(1)}, i_{M3}^{(1)}, i_{M4}^{(1)}, i_{M5}^{(1)}, i_{M6}^{(1)}, i_{M7}^{(1)}, i_{M8}^{(1)}, i_{M9}^{(1)}, i_{M10}^{(1)}, i_{M11}^{(1)}, i_{M12}^{(1)}, i_{M13}^{(1)}, i_{M14}^{(1)}, i_{M15}^{(1)}, i_{M16}^{(1)}, i_{M17}^{(1)}, i_{M18}^{(1)})$ –

вектор струмів зовнішніх гілок; $\varphi_M^{(1)} = (\varphi_{M1}^{(1)}, \varphi_{M2}^{(1)}, \varphi_{M3}^{(1)}, \varphi_{M4}^{(1)}, \varphi_{M5}^{(1)}, \varphi_{M6}^{(1)}, \varphi_{M7}^{(1)}, \varphi_{M8}^{(1)}, \varphi_{M9}^{(1)}, \varphi_{M10}^{(1)}, \varphi_{M11}^{(1)}, \varphi_{M12}^{(1)}, \varphi_{M13}^{(1)}, \varphi_{M14}^{(1)}, \varphi_{M15}^{(1)}, \varphi_{M16}^{(1)}, \varphi_{M17}^{(1)}, \varphi_{M18}^{(1)})$ – вектор

потенціалів зовнішніх вузлів;

$$\Gamma_M^{(1)} = \begin{bmatrix} (L_M^{(1)})^{-1} & -(L_M^{(1)})^{-1} \\ -(L_M^{(1)})^{-1} & (L_M^{(1)})^{-1} \end{bmatrix}; \quad C_M^{(1)} = \begin{bmatrix} (L_M^{(1)})^{-1} \\ -(L_M^{(1)})^{-1} \end{bmatrix} \times E_M^{(1)} \quad (4)$$

– матриця коефіцієнтів і вектор вільних членів.

Компоненти матриці коефіцієнтів (4) мають таку структуру

$$L_M^{(1)} = \begin{bmatrix} L_{S,S}^{(1)} & L_{S,R}^{(1)} \\ L_{R,S}^{(1)} & L_{R,R}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де $L_{S,S}^{(1)}$ – матриця власних індуктивностей контурів статора; $L_{S,R}^{(1)}, L_{R,S}^{(1)}$ – матриці взаємних індуктивностей між контурами статора і ротора та між контурами ротора і статора, відповідно, які взаємно транспоновані; $L_{R,R}^{(1)}$ – матриця власних індуктивностей контурів ротора.

Своєю чергою, компоненти матриці коефіцієнтів (5) мають таку структуру:

$$L_{M_{S,S}}^{(1)} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} L_m^{(1)} + L_{S\sigma}^{(1)} + \frac{L_{S0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} \\ \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} & L_m^{(1)} + L_{S\sigma}^{(1)} + \frac{L_{S0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} \\ \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{S\sigma}^{(1)} + L_{S0}^{(1)}}{2} & L_m^{(1)} + L_{S\sigma}^{(1)} + \frac{L_{S0}^{(1)}}{2} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

де $L_m^{(1)}, L_{S\sigma}^{(1)}, L_{S0}^{(1)}$ – робоча індуктивність розсіювання та індуктивність нульової послідовності статора М1; матриця взаємних індуктивностей між контурами статора і ротора М1

$$L_{M_{S,R}}^{(1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{L_m^{(1)}}{K_i^{(1)}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\gamma^{(1)}) & -\cos(\gamma^{(1)}) & \cos(\gamma^{(1)} - \rho) & -\cos(\gamma^{(1)} - \rho) & \cos(\gamma^{(1)} + \rho) & -\cos(\gamma^{(1)} + \rho) \\ \cos(\gamma^{(1)} + \rho) & -\cos(\gamma^{(1)} + \rho) & \cos(\gamma^{(1)}) & -\cos(\gamma^{(1)}) & \cos(\gamma^{(1)} - \rho) & -\cos(\gamma^{(1)} - \rho) \\ \cos(\gamma^{(1)} - \rho) & -\cos(\gamma^{(1)} - \rho) & \cos(\gamma^{(1)} + \rho) & -\cos(\gamma^{(1)} + \rho) & \cos(\gamma^{(1)}) & -\cos(\gamma^{(1)}) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

де $K_i^{(1)}$ – коефіцієнт приведення обмотки ротора до обмотки статора М1, $\gamma^{(1)}$ – електричний кут повороту ротора М1; матриця власних індуктивностей контурів (розщеплених фазних гілок) ротора

$$L_{M_{R,R}}^{(1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{L_m^{(1)}}{(K_i^{(1)})^2} \cdot \begin{bmatrix} L_{Rd}^{(1)} & L_{Rw}^{(1)} & L_{Rw}^{(1)} \\ L_{Rw}^{(1)} & L_{Rd}^{(1)} & L_{Rw}^{(1)} \\ L_{Rw}^{(1)} & L_{Rw}^{(1)} & L_{Rd}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

де
$$L_{Rd}^{(1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{(K_i^{(1)})^2} \cdot \begin{bmatrix} L_m^{(1)} + L_{R\sigma}^{(1)} + \frac{L_{R0}^{(1)}}{2} & -(L_m^{(1)} + L_{R\sigma}^{(1)} + \frac{L_{R0}^{(1)}}{2}) \\ -(L_m^{(1)} + L_{R\sigma}^{(1)} + \frac{L_{R0}^{(1)}}{2}) & L_m^{(1)} + L_{R\sigma}^{(1)} + \frac{L_{R0}^{(1)}}{2} \end{bmatrix},$$

а
$$L_{Rw}^{(1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{(K_i^{(1)})^2} \cdot \begin{bmatrix} \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} \\ \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} & \frac{-L_m^{(1)} - L_{R\sigma}^{(1)} + L_{R0}^{(1)}}{2} \end{bmatrix}.$$

Компоненти вектора вільних членів з (4) мають таку структуру

$$E_M^{(1)} = L_{M_{S,R}}^{(1)} \cdot i_{M_R}^{(1)} + R_{M_S}^{(1)} \cdot i_{M_S}^{(1)}, \quad (9)$$

де $L_{M_{S,R}}^{(1)}$ – похідна матриці $L_{M_{S,R}}^{(1)}$ за кутом повороту ротора машини $\gamma_M^{(1)}$;

$R_{M_S}^{(1)} = \text{diag}(R_{M_{S1}}^{(1)}, R_{M_{S2}}^{(1)}, R_{M_{S3}}^{(1)})$ – діагональна матриця фазних активних опорів статора;

$R_{M_R}^{(1)} = \text{diag}(R_{M_{R1}}^{(1)}, R_{M_{R2}}^{(1)}, R_{M_{R3}}^{(1)}, R_{M_{R4}}^{(1)}, R_{M_{R5}}^{(1)}, R_{M_{R6}}^{(1)})$ – діагональна матриця фазних активних опорів

ротора; $i_{M_S}^{(1)} = (i_{M_{S1}}^{(1)}, i_{M_{S2}}^{(1)}, i_{M_{S3}}^{(1)}) = (i_{M1}^{(1)}, i_{M2}^{(1)}, i_{M3}^{(1)})$ – вектор фазних струмів статора;

$i_{M_R}^{(1)} = (i_{M_{R1}}^{(1)}, i_{M_{R2}}^{(1)}, i_{M_{R3}}^{(1)}, i_{M_{R4}}^{(1)}, i_{M_{R5}}^{(1)}, i_{M_{R6}}^{(1)}) = (i_{M4}^{(1)}, i_{M5}^{(1)}, i_{M6}^{(1)}, i_{M7}^{(1)}, i_{M8}^{(1)}, i_{M9}^{(1)})$ – вектор струмів фазних гілок ротора.

Похідна матриці $L_{M_{S,R}}^{(1)}$ за $\gamma^{(1)}$ – електричним кутом повороту ротора М1 має таку структуру

$$L'_{MS,R} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{L_m^{(1)}}{K_i^{(1)}} \cdot P_0^{(1)} \cdot \omega_M.$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \sin(\gamma^{(1)}) & -\sin(\gamma^{(1)}) & \sin(\gamma^{(1)} - \rho) & -\sin(\gamma^{(1)} - \rho) & \sin(\gamma^{(1)} + \rho) & -\sin(\gamma^{(1)} + \rho) \\ \sin(\gamma^{(1)} + \rho) & -\sin(\gamma^{(1)} + \rho) & \sin(\gamma^{(1)}) & -\sin(\gamma^{(1)}) & \sin(\gamma^{(1)} - \rho) & -\sin(\gamma^{(1)} - \rho) \\ \sin(\gamma^{(1)} - \rho) & -\sin(\gamma^{(1)} - \rho) & \sin(\gamma^{(1)} + \rho) & -\sin(\gamma^{(1)} + \rho) & \sin(\gamma^{(1)}) & -\sin(\gamma^{(1)}) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

де $P_0^{(1)}$ – кількість пар полюсів M1; ω_F – механічна кутова швидкість обертання роторів машин.

Свою чергою, матриця $L'_{MS,R}$ є транспонованою до матриці $L'_{MS,R}$. Математична модель другої машини модулятора M2 є ідентичною.

Повна система рівнянь електричного стану записується в базисі потенціалів незалежних вузлів схеми рис. 1 та згідно з [6] має такий вигляд:

$$A \cdot \varphi + B = 0, \quad (11)$$

де A – матриця коефіцієнтів, а B – вектор вільних членів; $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{33})$ – вектор потенціалів незалежних вузлів схеми рис. 1.

Матриця коефіцієнтів і вектор вільних членів система рівнянь (11) формуються з матриць коефіцієнтів, векторів вільних членів і матриць інциденції трифазних джерел живлення (2) і машин модулятора (3) та решти структурних елементів схеми рис. 1 відповідно до топології електричного кола згідно з [6] за формулами:

$$\begin{aligned} A = & \Pi_E^{(1)} \cdot \Gamma_E^{(1)} \cdot (\Pi_E^{(1)})^t + \Pi_E^{(2)} \cdot \Gamma_E^{(2)} \cdot (\Pi_E^{(2)})^t + \\ & + \Pi_M^{(1)} \cdot \Gamma_M^{(1)} \cdot (\Pi_M^{(1)})^t + \Pi_M^{(2)} \cdot \Gamma_M^{(2)} \cdot (\Pi_M^{(2)})^t + \\ & + \Pi_T \cdot \Gamma_T \cdot \Pi_T^t + \Pi_G \cdot \Gamma_G \cdot \Pi_G^t + \Pi_H \cdot \Gamma_H \cdot \Pi_H^t; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} B = & \Pi_E^{(1)} \cdot C_E^{(1)} + \Pi_E^{(2)} \cdot C_E^{(2)} + \Pi_M^{(1)} \cdot C_M^{(1)} + \Pi_M^{(2)} \cdot C_M^{(2)} + \\ & + \Pi_T \cdot C_T + \Pi_G \cdot C_G + \Pi_H \cdot C_H, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{де } \Gamma_E^{(1)}, \Gamma_E^{(2)}, \Gamma_M^{(1)}, \Gamma_M^{(2)}, \Gamma_T, \Gamma_G, \Gamma_H, C_E^{(1)}, C_E^{(2)}, C_M^{(1)}, C_M^{(2)}, C_T, C_G, C_H \quad (14)$$

– матриці коефіцієнтів і вектори вільних членів трифазних джерел живлення, асинхронних машин модулятора, тиристорного комутатора, генератора та статичного навантаження;

$$\Pi_E^{(1)}, \Pi_E^{(2)}, \Pi_M^{(1)}, \Pi_M^{(2)}, \Pi_T, \Pi_G, \Pi_H \quad (15)$$

– матриці інциденції трифазних джерел живлення, асинхронних машин модулятора, тиристорного комутатора, генератора та статичного навантаження, які описують топологію електричного кола схеми рис. 1;

$$(\Pi_E^{(1)})^t, (\Pi_E^{(2)})^t, (\Pi_M^{(1)})^t, (\Pi_M^{(2)})^t, \Pi_T^t, \Pi_G^t, \Pi_H^t \quad (16)$$

– матриці, транспоновані до матриць інциденції (15).

Кількість рядків матриць інциденції (15) визначається кількістю незалежних вузлів схеми, а кількість стовпців цих матриць кожного структурного елемента дорівнює кількості його зовнішніх гілок. Елементи матриць інциденції (15) дорівнюють одиниці, якщо зовнішня гілка цього елемента входить до відповідного вузла схеми та дорівнює нулю, якщо вона не входить до певного вузла схеми рис. 1. Для більш предметної уяви про структуру матриць інциденції загалом нижче наведемо фрагмент матриці інциденції першого трифазного джерела живлення $\Pi_E^{(1)}$, починаючи з першого по четвертий та останній рядок бо лише перші три рядки містять ненульові елементи, а всі елементи всіх решти рядків з 4-го по 33-тій дорівнюють нулю. Отже, згідно з топологією електричного кола рис. 1, матриця $\Pi_E^{(1)}$ має 33 (кількість незалежних вузлів схеми рис. 1) рядки та 6 (кількість зовнішніх гілок першого трифазного джерела живлення) стовпців

$$\Pi_E^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

З метою раціонального використання оперативної пам'яті і машинного часу комп'ютера під час визначення коефіцієнтів A (12) та B (13) (множення матриць) системи рівнянь (11) матриці інциденції представимо одновимірними масивами, елементи яких дорівнюють номеру ненульового елемента матриці в переліченні їх по рядках. Кількість елементів таких масивів дорівнює кількості ненульових елементів відповідних матриць інциденції, а дії з нульовими елементами цих матриць виключені з алгоритму множення матриць. Отже, масив $N_{\Pi_E^{(1)}}$, яким представлена матриця (17) має таку структуру $N_{\Pi_E^{(1)}} = (1, 8, 15)$. Матриці інциденції всіх решти структурних елементів схеми рис. 1 сформовані та представлені одновимірними масивами аналогічно до матриці $\Pi_E^{(1)}$ та відповідного масиву $N_{\Pi_E^{(1)}}$, наприклад, одновимірний масив для матриці $\Pi_E^{(2)}$ має таку структуру $N_{\Pi_E^{(2)}} = (61, 68, 75)$.

Алгоритм розрахунку електромагнітних і електромеханічних процесів. Вхідні дані умовно поділимо на дві групи. До першої з них віднесемо каталожні параметри всіх структурних елементів схеми рис. 1, а до другої – початкові умови диференціальних рівнянь, які систематизовані у вектор інтегрованих змінних, що має таку структуру:

$$\begin{aligned} V = (V_E^{(1)}, V_E^{(2)}, V_M^{(1)}, V_M^{(2)}, V_T, V_G, V_H, t) = \\ = (i_{e_1}^{(1)}, i_{e_2}^{(1)}, i_{e_3}^{(1)}, i_{e_1}^{(2)}, i_{e_2}^{(2)}, i_{e_3}^{(2)}, i_{S_1}^{(1)}, i_{S_2}^{(1)}, i_{S_3}^{(1)}, i_{R_1}^{(1)}, i_{R_2}^{(1)}, i_{R_3}^{(1)}, i_{R_4}^{(1)}, i_{R_5}^{(1)}, i_{R_6}^{(1)}, \gamma_M^{(1)}, \omega_M^{(1)}, \\ i_{S_1}^{(2)}, i_{S_2}^{(2)}, i_{S_3}^{(2)}, i_{R_1}^{(2)}, i_{R_2}^{(2)}, i_{R_3}^{(2)}, i_{R_4}^{(2)}, i_{R_5}^{(2)}, i_{R_6}^{(2)}, \gamma_M^{(2)}, \omega_M^{(2)}, i_{T_1}, i_{T_2}, i_{T_3}, \dots, i_{T_{24}}, \\ i_{G_{S_1}}, i_{G_{S_2}}, i_{G_{S_3}}, i_{G_{R_1}}, i_{G_{R_2}}, i_{G_{R_3}}, i_{G_{R_4}}, i_{G_{R_5}}, i_{G_{R_6}}, \gamma_G, \omega_G, i_{R_1}, i_{R_2}, i_{R_3}, t). \end{aligned} \quad (18)$$

Елементами цього вектора слугують струми всіх електричних гілок схеми рис. 1, а також електричні кути повороту роторів електричних машин модулятора і генератора включно з механічними кутовими частотами роторів машин модулятора і генератора. Важливо зазначити, що обмотки роторів машин модулятора і генератора встановлені на одному спільному валі, на якому також змонтовано тиристорний комутатор. Останнім елементом вектора інтегрованих змінних (18) є час інтегрування. До вхідних даних другої групи разом з вектором інтегрованих змінних включено масив стану вентилів тиристорного комутатора, кількість елементів якого дорівнює кількості тиристорів комутатора, числові значення цих елементів дорівнюють 0 або 1, що слугує ознакою стану вентиля 1 – вентиль у стані провідності, 0 – вентиль у запертому стані. Важливо зазначити, що вхідні дані другої групи одночасно слугують результатом розрахунків. До результатів розрахунків електромагнітних і електромеханічних процесів окрім вектора інтегрованих змінних і масиву стану вентилів належить також інформація, яка отримується не безпосереднім інтегруванням системи диференціальних рівнянь, а розв'язуванням лінійної системи рівнянь електричного стану стосовно вектора незалежних вузлів схеми. До таких результатів розрахунків належать також електромагнітні моменти електричних машин та результати гармонічного аналізу електричних струмів і напруг.

Алгоритм розрахунку електромагнітних і електромеханічних процесів полягає у виконанні таких основних дій:

- на підставі початкових умов вектора інтегрованих змінних V (18) і каталожних даних структурних елементів (вхідних даних першої групи), формуються матриці коефіцієнтів та вектори вільних членів структурних елементів схеми (для трифазних джерел живлення E_1, E_2 (2) та асинхронних машин модулятора M_1, M_2 (4)) і через них матриця коефіцієнтів A (12) та вектор вільних членів B (13) системи рівнянь електричного стану (11), яка розв'язується методом Гауса стосовно вектора φ ;

- на зворотному ході на підставі вектора φ та матриць інцидентії структурних елементів, визначають вектори потенціалів зовнішніх вузлів структурних елементів, через які, своєю чергою, визначаються вектори інтегрування окремих структурних елементів, виходячи з рівнянь зовнішніх гілок (для джерел живлення рівняння (1), а для машин модулятора рівняння (3));

- з векторів інтегрування окремих структурних елементів формується загальний вектор інтегрування pV , що дорівнює похідній вектора інтегрованих змінних V (16) за часом t ($pV=dV/dt$); останній елемент вектора інтегрування дорівнює 1;

- одним з явних методів чисельного інтегрування, на підставі вектора інтегрування pV та відомого кроку інтегрування Δt , визначають нове значення вектора V ;

- описана процедура продовжується до виходу поточного часу інтегрування t за межі заданого кінцевого.

На підставі описаної вище математичної моделі і алгоритму розроблено програмний код мовою програмування високого рівня, який дає змогу за допомогою комп'ютерів розраховувати електромагнітні і електромеханічні процеси, що відбуваються в піддослідному електротехнічному комплексі.

Результати та обговорення

Принцип роботи асинхронізованого генератора ґрунтується на модуляції напруги в електричному колі його системи збудження, а тому критично важливо виконати докладний аналіз перебігу електромагнітних процесів, які відбуваються в машинах модулятора з врахуванням всіх можливих схем сполучення фазних гілок роторних обмоток машин модулятора. Зі схеми рис. 1 видно, що в цьому контексті можливі три варіанти схем: а) розподілене, яке безпосередньо відображене на рис. 1; б) спільне з'єднання розщеплених фазних гілок ротора M_2 у спільний вузол φ_0 (в цьому разі вузла φ_{33} не буде; в) окреме з'єднання у спільні вузли розщеплених фазних гілок ротора M_2 , які належать кожній фазі зокрема (в цьому разі розщеплені гілки фази A будуть з'єднані у спільний вузол φ_0 , а гілки фаз B та C , відповідно, – у вузли φ_{33} та φ_{34}). Загалом на закономірності перебігу електромагнітних процесів впливає також схема з'єднання розщеплених фазних гілок ротора генератора та схема комутатора (дві зірки, одна зірка та мостова схема). Тут виконаємо аналіз перебігу електромагнітних процесів лише для однієї схеми обмотки ротора генератора і комутатора у дві зірки, яка зображена на рис. 1, тобто зі з'єднанням фазних гілок ротора генератора у дві зірки.

В контексті назви статті і описаного вище предметом аналізу електромагнітних процесів є розрахункові залежності електричних напруг і струмів фазних гілок обмоток машин модулятора напруги.

Враховуючи те, що ця математична модель модулятора напруги побудована за модульним принципом (розробляються окремі математичні моделі структурних елементів заданого електротехнічного комплексу (ЕТК), які є придатними для їх застосування під час розробки довільного іншого ЕТК), на цьому етапі аналіз процесів виконаємо для асинхронного режиму. Це дасть змогу перевірити на предмет роботопридатності математичну модель модулятора напруги, розроблену за модульним принципом.

В математичній моделі ЕТК за схемою рис. 1 та відповідному програмному коді передбачена можливість комп'ютерного моделювання електромагнітних процесів, виходячи з заданого закону ковзання, який математично описано функцією $S=S(t)$, яка загалом може бути довільною. На рис. 2

зображена функція двозонного ковзання, що вказує на те, що кутова частота обертання ротора генератора відхиляється як у бік вищої від синхронної ($S < 0$), так і в бік нижчої ($S > 0$).

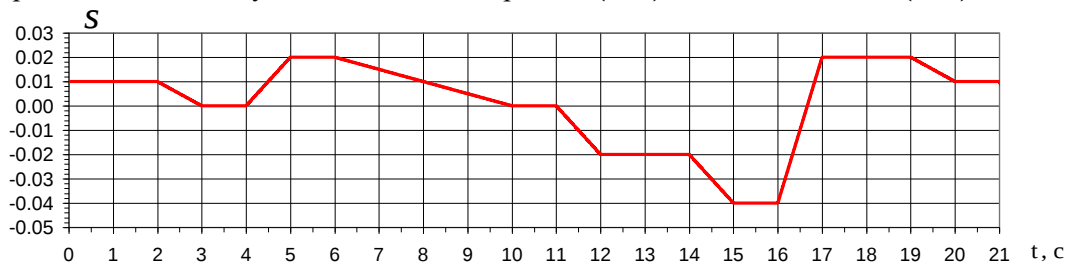
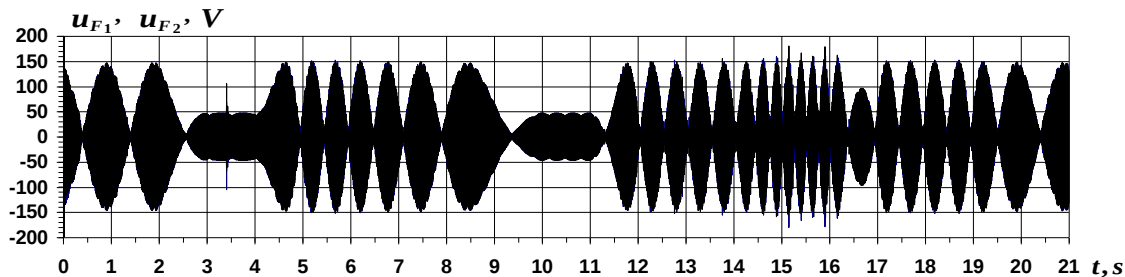


Рис. 2. Розрахункова залежність ковзання генератора $S=S(t)$

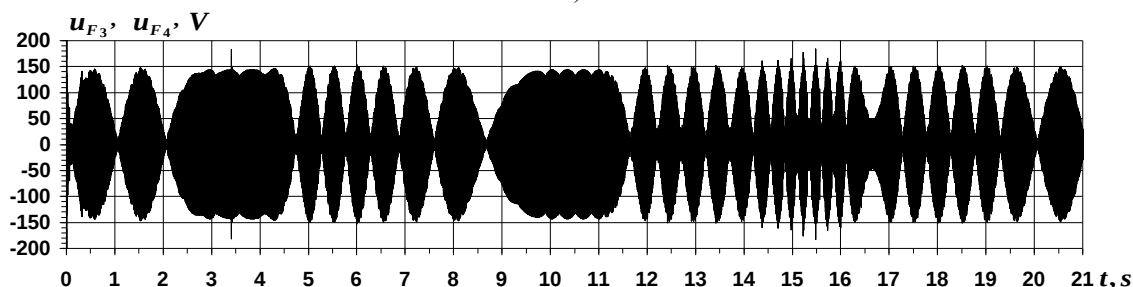
Нульове значення ковзання ($S=0$) вказує на синхронну швидкість обертання ротора генератора.

Комп'ютерне моделювання виконаємо для трьох вище описаних варіантів схеми модулятора, виходячи з заданого закону ковзання (рис. 2). Спочатку проаналізуємо електромагнітні процеси для першого варіанту схеми КМН (розподілене з'єднання).

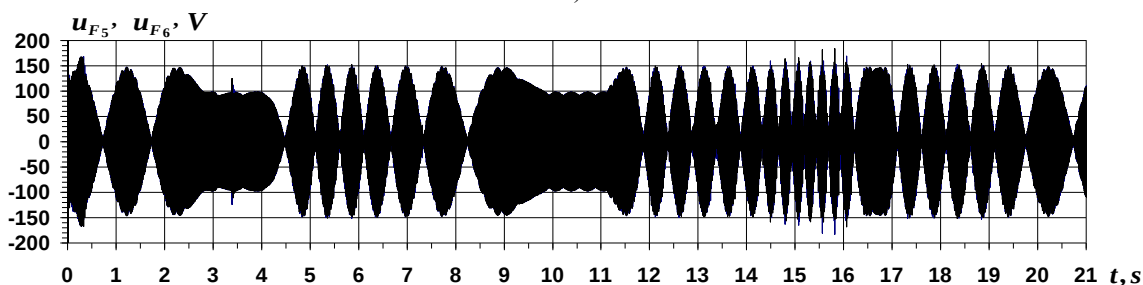
На рис. 3 а), б), в), відповідно зображені розрахункові залежності спадів напруги на послідовно з'єднаних розщеплених гілках роторних обмоток машин модулятора.



а)



б)



в)

Рис. 3. Розрахункові залежності напруг фазних гілок роторних обмоток машин модулятора

Форма кривих напруг на рис. 3 виразно вказує на модуляцію напруги, з частотою ковзання. На проміжках часу з нульовим значенням ковзання модуляції немає (амплітуда напруги постійна). Модульована форма напруги вказує на роботопридатність такого модулятора і адекватність його

математичної моделі. В контексті аналізу електромагнітних процесів, які відбуваються в модуляторі важливо зазначити, що, з одного боку, криві напруг на рис. 3 мають спільний характер стосовно наявності модуляції, а, з другого боку, – вони істотно відрізняються, бо стосуються різних фаз обмоток ротора модулятора. Тим і корисне математичне моделювання, що навіть без наявності фізичного взірця можна отримати і якісну картину, і кількісні співвідношення струмів, напруг та низки інших критично важливих координат. Стосовно вибраного режиму роботи модулятора напруги варто констатувати, що тут частота напруги заповнення (несуча частота) дорівнює 150 Герц. Вона визначається: частотою напруги джерел живлення, співвідношенням кількості полюсів машин модулятора та частотою обертання ротора генератора.

Ще однією дуже важливою координатою є струми фазних гілок роторів машин модулятора. Вони зображені на рис. 4.

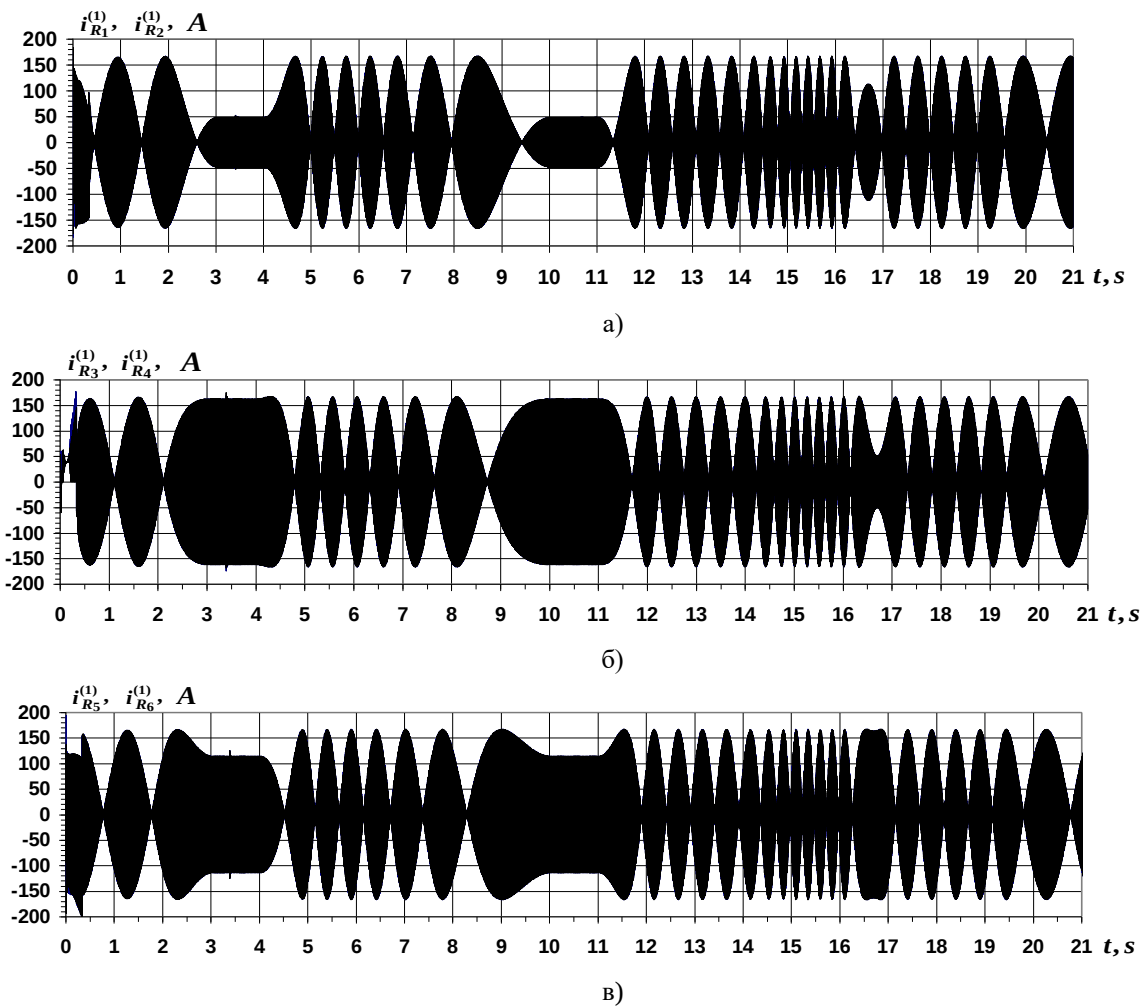


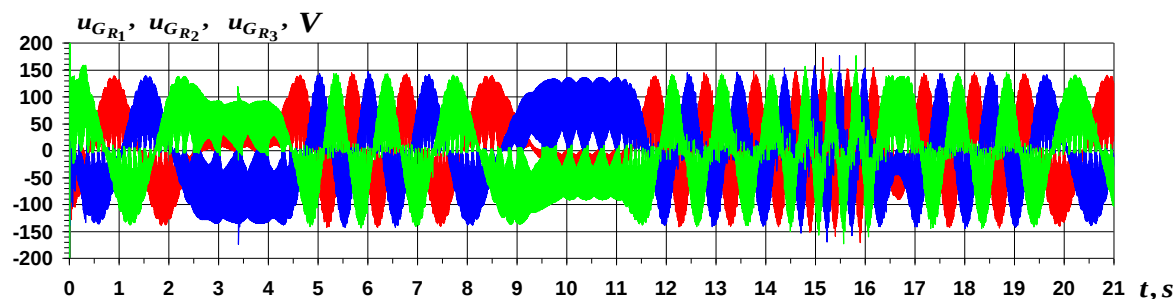
Рис. 4. Розрахункові залежності миттєвих струмів фазних гілок обмоток роторів машин модулятора

Не складно помітити закономірність, яка полягає в тому, що форма струмів фазних гілок роторних обмоток машин модулятора значною мірою повторює форму відповідних напруг, що вказує на адекватність отриманих результатів математичного і комп'ютерного моделювання. З погляду функціонування системи збудження генератора ці струми важливі тим, що з них за допомогою тиристорного комутатора формується струм збудження (струми фазних гілок ротора генератора).

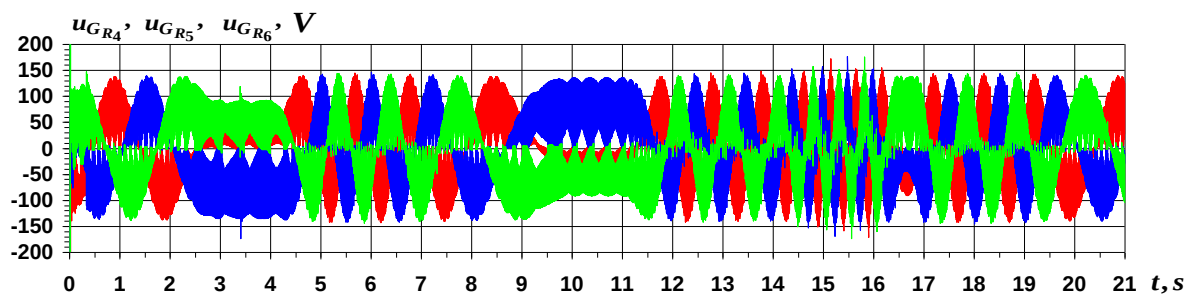
На початку статті йшлося про те, що тут вся увага буде сконцентрована на закономірностях перебігу електромагнітних процесів, які відбуваються лише в машинах модулятора, але видається логічним забігти на крок наперед в моделюванні процесів, які відбуваються і в обмотці збудження

(ротора генератора), та лаконічно розглянути криві струмів і напруг в цій обмотці. Більш повний аналіз цих координат планується виконати в перспективі разом з аналізом роботи тиристорного комутатора.

Отож, на рис. 5 зображені розрахункові залежності миттєвих значень напруг першої та другої зірки обмотки ротора генератора.



а)

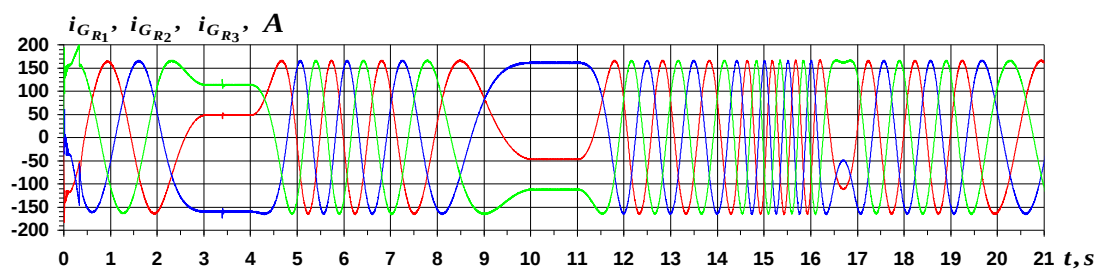


б)

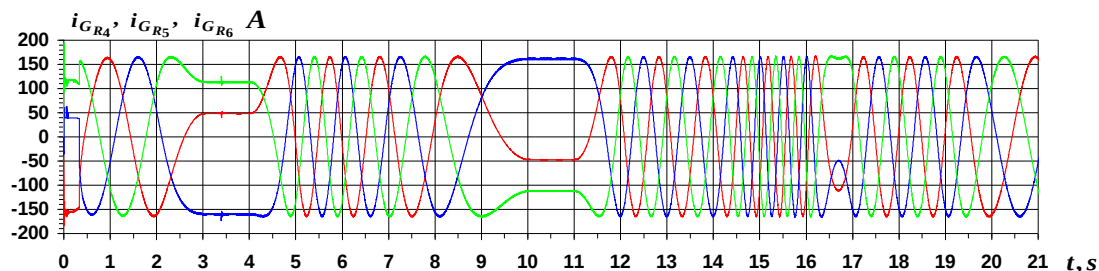
Рис. 5. Розрахункові залежності миттєвих значень напруг розщеплених фазних гілок першої та другої зірки обмотки ротора генератора

В характері кривих цих напруг добре простежується наявність ділянок, на яких ковзання дорівнює нулю ($S=0$) і там немає модуляції напруги та наявність ділянок, на яких ковзання не дорівнює нулю ($S \neq 0$), а напруги мають модульовану форму.

Струми фазних гілок двох зірок обмотки ротора генератора зображені на рис. 6.



а)



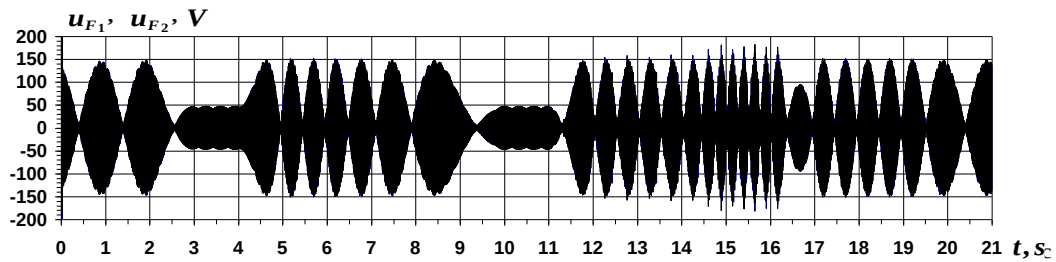
б)

Рис. 6. Розрахункові залежності струмів фазних гілок двох зірок обмотки ротора генератора

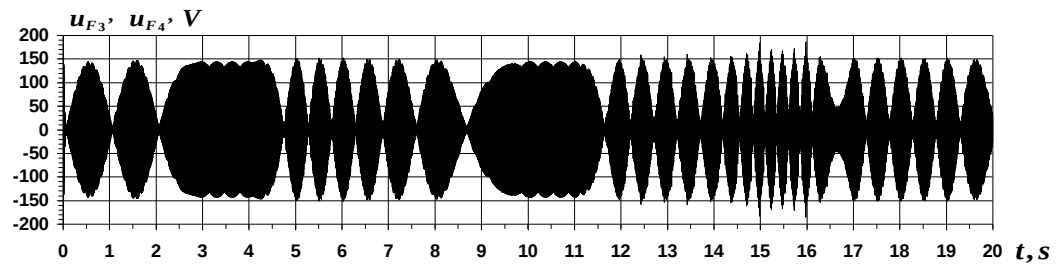
Характер кривих цих струмів абсолютно виразно відображає сутність модуляції напруги та її значення з погляду стабілізування частоти напруги за умови змінної частоти обертання ротора генератора.

Очікується, що на закономірність перебігу електромагнітних процесів має певний вплив електрична схема модулятора. Для з'ясування цього питання якісно і в кількісному співвідношенні виконано розрахунок електромагнітних процесів для двох інших варіантів схеми модулятора. Під час аналізу процесів береться до уваги ті ж координати (струми та напруги), що і для першого варіанта схеми з розподіленим з'єднанням фазних гілок роторної обмотки другої машини модулятора.

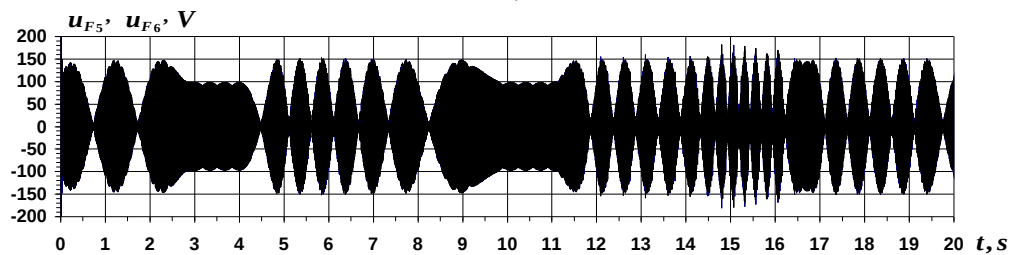
На рис. 7 та 8 зображено миттєві значення розрахункових залежностей напруг та струмів, відповідно, фазних гілок роторів машин модулятора для окремого з'єднання фазних гілок ротора другої асинхронної машини модулятора (другий варіант схеми).



а)

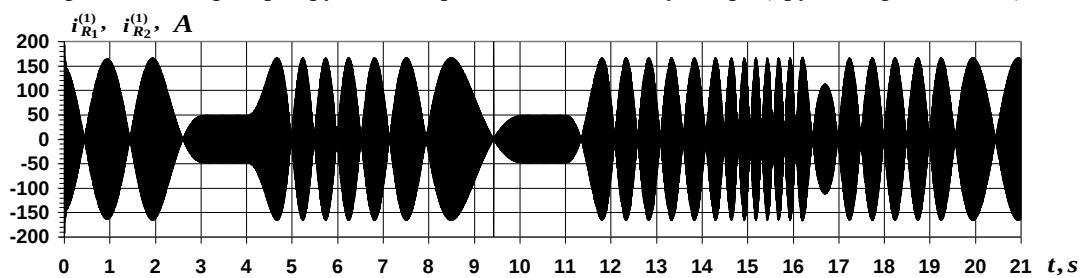


б)



с)

Рис. 7. Розрахункові залежності напруг фазних гілок роторів машин модулятора для окремого з'єднання фазних гілок ротора другої асинхронної машини модулятора (другий варіант схеми)



а)

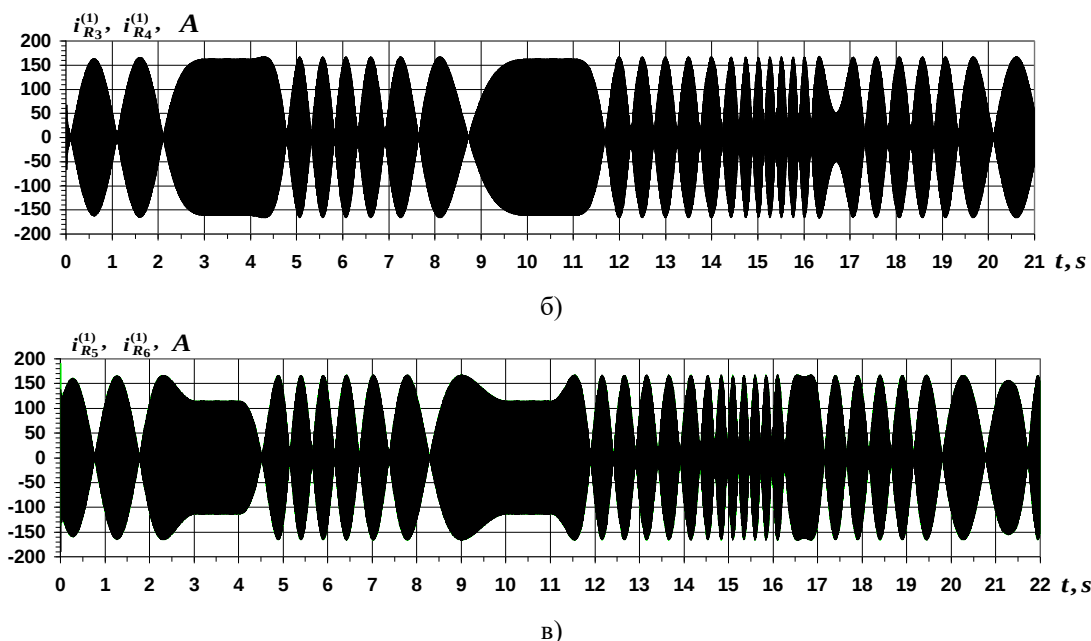


Рис. 8. Розрахункові залежності струмів фазних гілок роторів машин модулятора для окремого з'єднання фазних гілок ротора другої асинхронної машини модулятора.

Розрахункові залежності струмів фазних гілок двох зірок обмотки ротора генератора зображені на рис. 9.

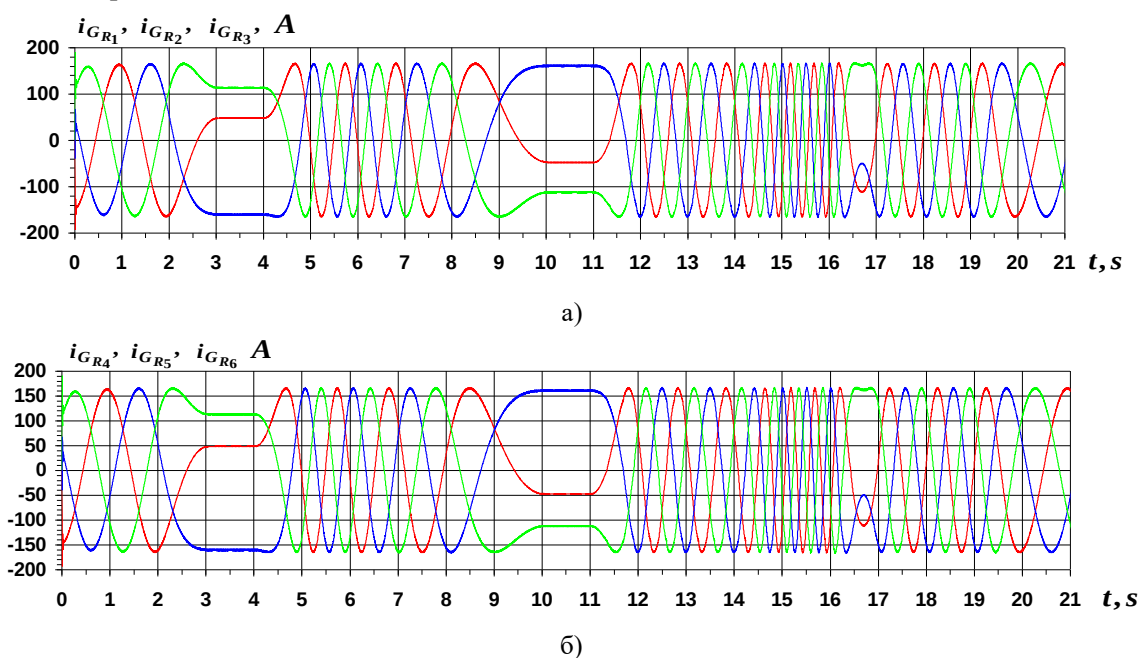


Рис. 9. Розрахункові залежності струмів фазних гілок двох зірок обмотки ротора генератора

Порівняльний аналіз напруг і струмів на рисунках 3 і 7; 4 і 8 та 6 і 9 показує, що другий варіант схеми модулятора забезпечує більш стійкий характер відповідних координат. Це пояснюється тим, що різні схеми з'єднання фазних гілок роторної обмотки другої машини модулятора формують різні взаємні впливи на гілки різних фаз. В цьому контексті перша схема спричиняє більші збурення, що відображається на характері кривих струмів і напруг не лише обмоток роторів машин модулятора, але й обмотки ротора генератора.

Третій варіант схеми модулятора забезпечує аналогічний результат з другим, а тому графіки напруг і струмів для третього варіанту схеми модулятора наводити не логічно. Це дає підставу

стверджувати, що за попередніми результатами досліджень перевагу слід віддати другому або третьому варіанту схеми. Враховуючи те, що на закономірності перебігу електромагнітних процесів у колі машин модулятора окрім схеми модулятор безпосередньо впливає ще й схема обмотки ротора і комутатора. А тому остаточну оцінку щодо впливу схем з'єднання в електричному колі машин модулятора можна буде зробити лише після аналізу результатів моделювання в цілій системі генератора включно з його системою збудження.

Висновки

На базі теорії математичного моделювання електромашино-вентильних систем розроблена математична модель модулятора напруги, який слугує структурним елементом безконтактної вентильної системи збудження генератора стабільної частоти.

1. Математичною моделлю є система диференціальних рівнянь електричного стану, записана у фазних (фізичних) координатах, яка орієнтована на явні методи чисельного інтегрування. Розроблена математична модель дає змогу враховувати найважливіші чинники, які впливають на закономірності перебігу електромагнітних процесів, що відбуваються в модуляторі напруги, серед яких взаємні впливи структурних елементів та комутаційні процеси вентилів перетворювача частоти, який є суміжним (з модулятором напруги) елементом у вентильній системі збудження асинхронізованого генератора.

2. За алгоритмом математичної моделі розроблено відповідний програмний код мовою програмування високого рівня, який слугує засобом комп'ютерного моделювання процесів, що відбуваються в модуляторі напруги. Математична модель разом з відповідним програмним кодом може бути підсистемою проектування асинхронізованих генераторів.

3. Математична модель модулятора напруги є унікальною з погляду її придатності у використанні як для вентильних систем збудження, які працюють в асинхронному, так і в асинхронному режимі роботи в складі асинхронізованих генераторів, а також в контексті врахування нелінійності електромагнітних зв'язків в електричних контурах машин модулятора, що становить предмет наукової новизни.

4. Математична модель модулятора напруги разом з програмним кодом становить автоматизовану систему моделювання, що має практичну значимість.

Перелік використаних джерел

[1] К. М. Василів, "Методи і моделі аналізу процесів автономних систем електроживлення на базі асинхронізованого генератора з безконтактним каскадним модульованим збуджувачем", докторська дисертація, НУБіП, Київ, Україна, 2010.

[2] К. М. Василів, "Математична модель автономної електроенергетичної системи на базі генератора з двофазно-трифазним безконтактним модульованим збуджувачем", Технічна електродинаміка, 2002, № 6, ст. 31–37.

[3] К. М. Василів, "Математична модель динамічних процесів автономної електроенергетичної системи на базі безконтактного асинхронізованого генератора з трифазно-трифазним каскадним модульованим збуджувачем", Технічна електродинаміка, 2004, № 5, ст. 50–55.

[4] Л. І. Глухівський, Розрахунок періодичних процесів електротехнічних пристроїв, Львів, Вища школа, Україна, 1984.

[5] В. С. Перхач Теоретична електротехніка: лінійні кола, Київ: Вища школа, 1922.

[6] Е. Г. Плахтіна, "Математичне моделювання електромашино-вентильних систем", Львів, Вища школа, Україна, 1986.

[7] Р. В. Фільц, "Математичні основи теорії електромеханічних перетворювачів", Київ, Наукова думка, Україна, 1979.

[8] Z. Zhang, W. Liu, D. Zhao, S. Mao, T. Meng and N. Jiao, "Steady-state performance evaluations of three-phase brushless asynchronous excitation system for aircraft starter/generator", IET Electric Power Applications, 2016, vol. 10, № 8, p. 788–798. Available: <https://doi.org/10.1049/iet-epa.2016.0077>

[9] V. Křištof, M. Mešter, "Loss of excitation of synchronous generator", Journal of Electrical Engineering, 2017, vol. 68, № 1, p. 54–60. [Online] Available: <https://doi.org/10.1515/jee-2017-0007>

- [10] D. Jiang, et al., “Research on excitation system of synchronous generator”, Journal of Physics: Conference Series, 2020, vol. 1607, p. 012040. [Online] Available: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1607/1/012040>
- [11] W. E. Vanco, F. B. Silva, C. M. R. De Oliveira, J. R. B. A. Monteiro and J. M. M. De Oliveira, “A Proposal of Expansion and Implementation in Isolated Generation Systems Using Self-Excited Induction Generator With Synchronous Generator”, IEEE Access, 2019, vol. 7, p. 117188–117195. [Online] Available: <https://doi.org/10.1109/access.2019.2937229>
- [12] J. K. Noland, K. B. Hjelmervik, U. Lundin, “Comparison of Thyristor-Controlled Rectification Topologies for a Six-Phase Rotating Brushless Permanent Magnet Exciter”, IEEE Transactions on Energy Conversion, 2016, vol. 31, № 1, p. 314–322. [Online] Available: <https://doi.org/10.1109/tec.2015.2480884>

Karl Vasyliv¹, Ihor Stetsyk²

¹ Computer Design Systems Department, Lviv Polytechnic National University, S. Bandery str., 12 Lviv, Ukraine, E-mail: karl.m.vasyliv@lpnu.ua, ORCID 0000-0003-0893-3561

² Computer Design Systems Department, Lviv Polytechnic National University, S. Bandery str., 12 Lviv, Ukraine, E-mail: ihor.t.stetsyk@lpnu.ua, ORCID 0009-0002-4905-4600

MATHEMATICAL MODEL OF A TWO-PHASE-THREE-PHASE VOLTAGE MODULATOR OF AN ASYNCHRONIZED GENERATOR'S CONTACTLESS VALVE EXCITATION SYSTEM

Received: March 12, 2025 / Revised: March 20, 2025 / Accepted: March 31, 2025

© Vasyliv K., Stetsyk I., 2025

Abstract The enhancement of existing and the development of new electric power generation systems represent a pressing scientific and practical challenge. A mathematical model of a voltage modulator – a component of a contactless thyristor-based excitation system for a constant-frequency generator – has been developed as a tool for computer-based analysis of the regularities of electromagnetic processes at the design stage of fundamentally new, more reliable, and efficient power generation systems, specifically in terms of ensuring voltage frequency stability under conditions of variable generator rotor speed. The mathematical model, developed in phase coordinates based on the theory of mathematical modeling of electromechanical-thyristor systems, takes into account the commutation processes of the thyristors and the mutual influence of structural elements, which constitutes the scientific novelty of the work. Its software implementation is of practical importance for the development of next-generation power generation systems, which is the future direction of this research. The paper presents the results of a computer-based analysis of the voltage modulator, examining the impact of its circuit configuration on the course of electromagnetic processes, with the aim of system optimization.

Keywords: mathematical model, matrix, algorithm, program code, voltage modulator, thyristor commutator, generator, electromagnetic processes, electric voltage, current.