

ТЕХНОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ПОКАЗНИКІВ АВІАЦІЙНИХ ТА ТРАНСПОРТНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

<https://doi.org/10.23939/istcipa2023.59.070>

О. Литвиняк Я. М., Литвиняк О. Я., Зіньків О. Я., 2025

Мета. Моделювання процесу отримання модифікованого профілю зубців циліндричних зубчастих коліс дисковими інструментами способом безперервного радіально-колового формоутворення та оцінювання характеристик модифікованого профілю зубців у циліндричній зубчастій передачі за відносною величиною контактних напружень між зубцями та очікуваною відносною стійкістю щодо зношування бокових поверхонь зубців відносно вихідної евольвентної циліндричної зубчастої передачі. **Методика.** Дослідження виконані з використанням положень теорії зубчастих зачеплень, теорії формоутворення різальними інструментами стосовно зубчастих коліс, кінематичного аналізу, аналітичної та диференціальної геометрії. **Результати.** Розроблені математичні моделі формування модифікованого профілю зубців циліндричних зубчастих коліс удосконаленим способом радіально-колового нарізання зубців безпрофільними дисковими фрезами за безперервного обертання зубчастого колеса. Отримуваний модифікований профіль зубців порівняно до евольвентного профілю має покращені експлуатаційні характеристики, які забезпечують прогнозоване збільшення ресурсу зубчастої передачі за допомогою зменшення на поверхнях зубців контактних напружень та зменшення проковзування зубців. **Наукова новизна.** Розроблено основи профілювання поверхонь зубців циліндричних зубчастих коліс способом радіально-колового формоутворення із раціонально встановленою дисковою фрезою, що забезпечує отримання зубців у зубчастих колесах відповідної товщини та випукло-увігнутого профілю. Отримано результати, що доповнюють теоретичні положення синтезу зубчастих зачеплень циліндричних передач із зубцями модифікованого профілю із комплексним поєднанням параметрів інструмента, кінематичних характеристик процесу та очікуваних експлуатаційних параметрів зубчастої передачі. **Практична значущість.** Отримані результати моделювання спрямовані на застосування у циліндричних зубчастих передачах трансмісій транспортних засобів як спеціального та традиційного застосування, авіаційних редукторів під час здійснення заходів модернізації, ремонту і машин, транспортних засобів, а також проєктування циліндричних зубчастих передач для нових редукторів, агрегатів з одночасним технологічним забезпеченням практичного виготовлення зубчастих коліс із покращеними експлуатаційними характеристиками.

Ключові слова: циліндричні зубчасті передачі, моделювання зубчастого зачеплення, модифікований профіль зуба, евольвентний профіль зуба, дискова фреза, авіаційні зубчасті передачі, зубчасті передачі транспортних машин.

Вступ

Ефективне застосування транспортних машин спеціального призначення, зокрема військового, забезпечується їх технічним удосконаленням і модернізацією, які реалізовано завдяки використанню двигунів підвищеної потужності [1, 2]. Однак така модернізація супроводжується над-

мірним перевантаженням наявних агрегатів трансмісії, коробок передач і редукторів, що супроводжується значним зношуванням застосовуваних у них здебільшого циліндричних зубчастих передач [3, 4]. Експлуатаційні характеристики головних агрегатів трансмісії, за наявних розмірних обмежень та незмінності корпусів і коробок передач, можуть бути раціонально забезпечені завдяки застосуванню циліндричних зубчастих передач з покращеними функціональними показниками, які досягають завдяки модифікації евольвентного профілю зубців, використання неевольвентного профілю зубців та вдосконалення технологій виготовлення циліндричних зубчастих коліс.

Надійність енергетичних установок авіаційної техніки залежить від функціонування зубчастих передач. Зубчасті передачі газотурбінних двигунів застосовуються для приводу гвинтів, різноманітних агрегатів та пристроїв. Порушення роботи зубчастих передач призводить до відмов у роботі як окремих елементів енергетичних установок, так і літаків, гелікоптерів загалом. Ресурс зубчастих передач відповідних редукторів залежить від підвищеної навантажувальної спроможності, плавності роботи, низьких шумових характеристик, які визначаються параметрами профілю зубців зубчастих коліс та ефективністю технологій їх виготовлення [5, 6]. Удосконалення конструкцій зубчастих коліс авіаційних редукторів, підвищення несівної здатності, збільшення термінів експлуатації завдяки покращенню показників зубчастого зачеплення належить до актуальних завдань для авіабудування.

Аналіз літературних джерел

Поширеним заходом покращення експлуатаційних показників циліндричних евольвентних зубчастих коліс, які використовуються для оптимізації циліндричних евольвентних зубчастих передач, є застосування зубчастих коліс із зміщенням вихідного контуру, що здійснюється шляхом вибору величин коефіцієнтів зміщення шестерні x_1 та колеса x_2 . Вибір коефіцієнтів зміщення виконують із удосконалених блокувальних контурів, які доповненні показниками, що характеризують параметри рівної міцності згину зубців, мінімальних напружень контакту, рівного питомого ковзання на поверхнях зубців та показниками найменшої інтенсивності зношування активних профілів зубців коліс [7, 8]. В інших методиках вибору значень коефіцієнтів зміщення вихідного контуру: враховують одночасний вплив питомого ковзання та величини контактних напружень на товщину зношеного шару, що досягає найменшого значення, на відповідних ділянках евольвентних активних бокових поверхонь зубців [9]; застосовують методи триботехнічних розрахунків, в яких враховують вплив зміни радіусів кривизни евольвентних профілів зубців під час зношування на контактну міцність, зношування та ресурс зубчастих циліндричних передач [10, 11, 12]; використовують положення щодо отримання мінімально допустимого значення коефіцієнта питомого тиску та величини контактних напружень на бокових поверхнях зубців коліс [13].

Покращення експлуатаційних показників циліндричних зубчастих коліс внаслідок застосування неевольвентного профілю зубців. Евольвентні зубчасті передачі характеризуються двоопуклим контактом зубців коліс, що визначає обмежену контактну міцність зубців та витривалість передачі. Для покращення експлуатаційних показників запропоновано зубчасті передачі з зубчастими колесами неевольвентного профілю зубців. До неевольвентних зубчастих передач підвищеної навантажувальної здатності належать передачі, у яких реалізовано встановлений відповідними профілями зубців опукло-увігнутий контакт: передачі Вільдхабера-Новікова [14, 15], передачі з конхοїдною лінією зачеплення [16], передачі з зубчастими колесами S-профілю [15, 17, 18], передачі з зубчастими колесами із синусоподібним профілем [19, 20, 21, 22], передачі з постійним радіусом кривизни профілю CRC-профілем [15], передачі з модифікованим профілем із мінімальним ковзанням зубців [23]. Зубчасті передачі з опукло-увігнутим контактом зубців мають суттєві пере-

ваги за критеріями мінімальних контактних напружень та відносних швидкостей ковзання. Для відповідності цим критеріям синтезуються зубчасті передачі, у яких формується на зубцях коліс модифікований евольвентний профіль зубців у ненавантаженому стані, що геометрично відмінний від традиційного евольвентного профілю, а під час дії навантаження приймає форму, що позитивно впливає на розподіл навантаження та похибку зубчастої передачі [24].

Виконання заходів із профілювання зубців евольвентного, неевольвентного та модифікованого профілю безпосередньо залежить від технологічного забезпечення процесів формоутворення зубчастих вінців циліндричних зубчастих коліс. Формоутворення зубчастих коліс для евольвентних передач, зубчастих передач Вільдхабера-Новікова, синусоїдних та інших передач здійснюється черв'ячними фрезами, що реалізують спосіб обкочування [14, 19, 20]. Черв'ячні фрези для нарізання евольвентних зубчастих коліс мають найпростіший вихідний інструментальний профіль, що отриманий прямолінійними відрізками з відповідним кутом профілю. Черв'ячні фрези належать до найбільш складних та вартісних металорізальних інструментів. Для формування профілів зубців коліс, відмінних від евольвентних, використовується спряжений інструментальний профіль черв'ячних фрез складної форми, що значно ускладнює процес проектування та виготовлення таких черв'ячних фрез та перетворює такі черв'ячні фрези практично на унікальні та дорогі інструменти. Відомі науково обґрунтовані рекомендації застосування стандартних дискових модульних фрез для модифікації профілів зубців для зміни кутів тиску в евольвентній зубчастій передачі під час застосування фрезерних верстатів з ЧПК [25].

Практичне застосування запропонованих евольвентних та неевольвентних зубчастих передач визначається винятково застосовуваними зубообробними інструментами, верстатами та технологією виготовлення. До ефективних технологічних процесів зубонарізання належать такі, у яких реалізуються кінематичні формоутворювальні переміщення простих за конструкцією інструментів, зокрема дискових фрез. Однак запропоновані способи зубонарізання не забезпечують повною мірою формування потрібного профілю зубців або потребують застосування вартісних 5-координатних верстатів з ЧПК [19, 20, 26, 27, 28, 29]. Тому розроблення способів ефективного нарізання циліндричних зубчастих коліс з новими перспективними або модифікованими профілями зубців є важливим науково-технічним завданням.

Розроблений новий спосіб формоутворення бокових поверхонь зубців циліндричних зубчастих коліс дисковими фрезами, що спрямований на покращення експлуатаційних показників нарізуваних циліндричних зубчастих коліс та покращення технологічних показників процесів зубонарізання [19, 20, 21, 26, 27]. Спосіб реалізується дисковими безпрофільними фрезами (застосовуються стандартні дискові фрези) на зубофрезерному верстаті за безперервного обертання нарізуваного зубчастого колеса, що забезпечує рівномірний поділ на відповідну кількість зубців. Дискова фреза встановлюється на спеціальну інструментальну оправку зі зміщенням – ексцентриситетом (e) відносно осі обертання шпинделя верстата. Ексцентриситет визначається пропорційно модулю зубчастого колеса. Розташовують ДФ у радіальній площині або у площині, паралельній радіальній площині нарізуваного зубчастого колеса. Завдяки радіальному зміщенню ДФ відносно осі обертання шпинделя верстата, під час безперервного обертання інструментальної оправки разом із ДФ і узгодженого з цим обертання заготовки циліндричного прямозубого колеса, ДФ періодично видаляє матеріал із западини між зубцями нарізуваного зубчастого колеса, формуючи профіль його зубців.

Для забезпечення потрібної стійкості ДФ під час нарізання зубців середніх та великих модулів доцільно застосовувати ДФ із різальними зубцями, у яких довжина головного різального ребра становить 2,4–6,0 мм (залежно від модуля зубчастого колеса). Використання ДФ з відповідними параметрами спричинює отримання зубців із зменшеною товщиною, що негативно впливає на

згинальну міцність зубців зубчастого колеса [19, 20, 21]. Вказаний суттєвий недолік усунуто в розробленому, вдосконаленому способі формоутворення: спосіб радіально-колового безперервного формоутворення дисковим інструментом (РКДН) [26, 27]. Покращений спосіб формоутворення зубців пропонується використовувати під час нарізання циліндричних зубчастих коліс із зубцями модифікованого профілю для забезпечення експлуатаційних характеристик авіаційних та транспортних циліндричних зубчастих передач, зокрема транспортних засобів спеціального призначення.

Мета

Мета статті – моделювання процесу отримання модифікованого профілю зубців циліндричних зубчастих коліс дисковими інструментами способом безперервного радіально-колового формоутворення із якісним порівняльним оцінюванням характеристик модифікованого профілю зубців у циліндричній зубчастій передачі, величині контактних напружень між зубцями та очікуваній стійкості щодо зношування бокових поверхонь зубців відносно вихідної евольвентної циліндричної зубчастої передачі.

Методика проведення досліджень

Дослідження виконані із застосуванням апробованих положень і методів теорії зубчастих зачеплень, теорії формоутворення різальними інструментами стосовно зубчастих коліс, кінематичного аналізу, аналітичної та диференціальної геометрії.

Результати досліджень та їх обговорення

Моделювання процесу нарізання циліндричних зубчастих коліс способом радіально-колового безперервного формоутворення дисковими інструментами (РКДН) виконується відповідно до загального кінематичного аналізу: дискова фреза (ДФ) встановлена з радіальним зміщенням (ексцентриситетом (e)) на інструментальній оправці, що закріплена у шпинделі зубофрезерного верстата (рис. 1).

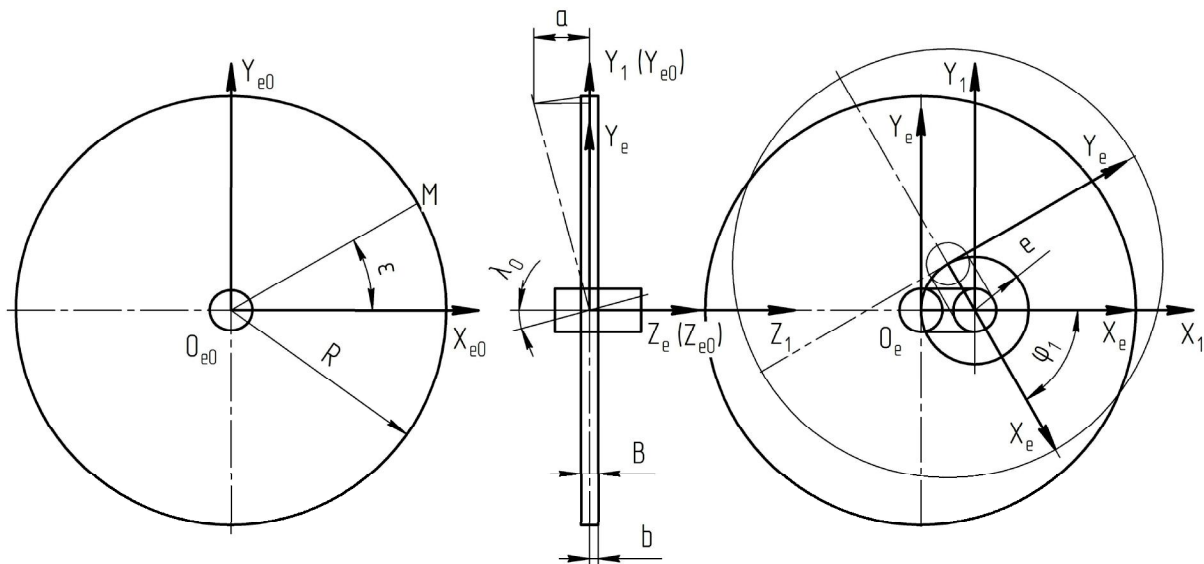


Рис. 1. Розташування дискової фрези в технологічному оснащенні

Fig. 1. Location of the disk cutter in the technological equipment

Центральна площина ДФ нахилена під кутом λ_0 до початкової площини, що перпендикулярна до осі обертання інструментальної оправки. Під час обертання оправки з частотою обертання, узгодженою із частотою обертання нарізованого зубчастого колеса, ДФ здійснює складний просторовий рух, переміщується по коловій траєкторії навколо осі інструментальної оправки, по чергово заглиблюється та виходить із міжзубцевої западини зубчастого колеса. Завдяки цьому точки контакту ДФ (точки профілювання) послідовно формують боковий лівий та правий профілі зубців нарізованого зубчастого колеса. Такий рух ДФ здійснюється безперервно з послідовним формуванням кожної міжзубцевої западини під час безперервного обертання зубчастого колеса. Вісь ДФ відтворює в просторі додатковий рух, який дозволяє сформувати модифікований профіль зубців зубчастого колеса при повній їх товщині. Інструментальна оправка конструктивно має зміщену ділянку, на якій встановлюється ДФ. Величина зміщення дорівнює ексцентриситету e .

Інструментальна оправка встановлена з кутом нахилу λ_0 в системі координат $S_{e0}(X_{e0}, Y_{e0}, Z_{e0})$. Величина зміщення a на радіусі R фрези співрозмірна величині b , Кут λ_0 (в радіанах) визначається за співвідношенням:

$$l_0 = (a - DS) / R, \quad (1)$$

де DS – величина зменшення товщини зуба зубчастого колеса для забезпечення гарантованого мінімального бокового зазору між зубцями у зібраній зубчастій передачі (приймається рівною потовщенню зуба черв'ячної фрези для нарізання евольвентних зубчастих коліс).

Узагальнені рекомендації з проєктування черв'ячних фрез, що використано для синтезу співвідношення між DS та модулем m зубчастого колеса, відображено у вперше отриманій залежності:

$$DS = 0,055 + 0,0305 \times m - 0,0015 \times m^2, \quad (2)$$

де m – модуль зубчастого колеса.

Моделювання процесу формування зубців нарізованого циліндричного зубчастого колеса полягає у визначенні виразів, що описують бокові поверхні зубців. Для цього потрібно встановити положення формуютьовальних точок на поверхні ДФ та визначити взаємний зв'язок між системами координат ДФ та зубчастого колеса.

Прямолінійні головні різальні ребра зубців ДФ утворюють формуютьовальні кола радіусом R – праве та ліве, а точки на середині різальних ребер утворюють центральне формуютьовальне коло. Координати точок на формуютьовальних колах ДФ у системі координат $S_{e0}(X_{e0}, Y_{e0}, Z_{e0})$ описуються виразами:

$$X_{e0} = R \times \cos e, \quad Y_{e0} = R \times \sin e, \quad Z_{e0} = K_{0LR} \times b, \quad (3)$$

де K_{0LR} – коефіцієнт, що встановлює тип формуютьовального кола ДФ.

Коефіцієнт K_{0LR} приймає значення: $K_{0LR} = -1$ – ліве коло, $K_{0LR} = +1$ – праве коло, $K_{0LR} = 0$ – центральне коло.

Нахил на кут λ_0 формуютьовальних кіл ДФ або площин, в яких вони розташовані, зміщення осі ДФ на величину ексцентриситету e та поворот ДФ навколо осі інструментальної оправки (навколо осі Z_1) на кут φ_1 відображається у взаємозв'язку між системами координат $S_{e0}(X_{e0}, Y_{e0}, Z_{e0})$, $S_e(X_e, Y_e, Z_e)$, $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$:

$$\begin{aligned} X_e &= X_{e0}; \\ Y_e &= Y_{e0} \times \cos l_0 + Z_{e0} \times \sin l_0; \\ Z_e &= -Y_{e0} \times \sin l_0 + Z_{e0} \times \cos l_0. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} X_1 &= (X_{e0} - e) \times \cos j_1 + (Y_{e0} \times \cos l_0 + Z_{e0} \times \sin l_0) \times \sin j_1; \\ Y_1 &= - (X_{e0} - e) \times \sin j_1 + (Y_{e0} \times \cos l_0 + Z_{e0} \times \sin l_0) \times \cos j_1; \\ Z_1 &= - Y_{e0} \times \sin l_0 + Z_{e0} \times \cos l_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Профілювання бокової поверхні зубця здійснюється точкою правого чи лівого формоутворювального кола ДФ за умови, що ця точка найвіддаленіша від осі інструментальної оправки або найближче розташована до осі обертання нарізованого зубчастого колеса. При певному розташуванні ДФ, при повороті системи координат $S_e (X_e Y_e Z_e)$ на кут φ_1 , граничне розташування формоутворювальної точки M (точки профілювання) визначимо, встановивши граничну координату на профілювальному колі ДФ вздовж осі $O_1 X_1$. Для цього знайдемо екстремум виразу для координати X_1 , в якому враховано вирази (2):

$$X_1 = (R \times \cos e - e) \times \cos j_1 + (R \times \sin e \times \cos l_0 + K_{0LR} \times b \times \sin l_0) \times \sin j_1; \quad (6)$$

$$\frac{dX_1}{de} = - R \times \sin e \times \cos j_1 + R \times \cos e \times \cos l_0 \times \sin j_1. \quad (7)$$

Максимальне значення координати X_{1max} встановимо, визначаючи відповідне значення кута e_k , розв'язуючи рівняння $\frac{dX_1}{de} = 0$. Отримуємо рівняння профілювання (контакту):

$$\operatorname{tg} e_k = \cos l_0 \times \operatorname{tg} j_1. \quad (8)$$

Для забезпечення можливості здійснення розрахунків для кута $\varphi_1 = \pi/2$ відобразимо рівняння профілювання (контакту) (8) у такому вигляді

$$e_k = j_1 - \arctg \frac{\sin 2j_1 \times (-1 + \cos l_0)}{\cos 2j_1 - 1 + \cos l_0 \times \cos 2j_1 - \cos l_0}. \quad (9)$$

Аналіз виразів (8) та (9) дав змогу встановити, що завдяки малій величині кута λ_0 в практичних розрахунках для визначення координат формоутворювальних точок M можна використовувати як рівняння профілювання співвідношення:

$$e_k = j_1. \quad (10)$$

Координати точок контакту M на профілювальних колах ДФ у системі координат S_{e0} визначаються за виразами:

$$X_{e0k} = R \times \cos e_k, \quad Y_{e0k} = R \times \sin e_k, \quad Z_{e0k} = K_{0LR} \times b. \quad (11)$$

Координати точок контакту M у нерухомій системі координат інструментальної оправки $S_1 (X_1 Y_1 Z_1)$ описуються такими залежностями:

$$\begin{aligned} X_{1k} &= (R \times \cos e_k - e) \times \cos j_1 + (R \times \sin e_k \times \cos l_0 + K_{0LR} \times b \times \sin l_0) \times \sin j_1; \\ Y_{1k} &= - (R \times \cos e_k - e) \times \sin j_1 + (R \times \sin e_k \times \cos l_0 + K_{0LR} \times b \times \sin l_0) \times \cos j_1; \\ Z_{1k} &= - R \times \sin e_k \times \sin l_0 + K_{0LR} \times b \times \cos l_0. \end{aligned} \quad (12)$$

Застосовуючи вирази (12) та рівняння переходу до системи координат зубчастого колеса, встановимо вирази, що описують боковий профіль зубців циліндричного зубчастого колеса (рис. 2).

Системи координат: $S(XYZ)$ – нерухома система координат, пов'язана із віссю столу верстата; $S_1(X_1Y_1Z_1)$ – нерухома система координат, пов'язана з віссю шпинделя верстата (віссю інструментальної оправки); $S_2(X_2Y_2Z_2)$ – рухома система координат, пов'язана із зубчастим колесом. Системи координат повертаються на центральні кути повороту $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ навколо відповідних осей Z .

Просторові лінії контакту формоутворювальних точок ДФ з боковими поверхнями зубців зубчастого колеса мають форму гвинтових ліній, співвісних з віссю зубчастого колеса. Множину ліній контакту створюють просторові поверхні зубців циліндричного колеса.

Кут нахилу γ_1 осі шпинделя верстата для нарізання косозубого колеса та кут нахилу зубців β косозубого колеса приймаються переважно рівними – $\gamma_1 = \beta$. Формоутворювальні кола ДФ забезпечують утворення профілів зубців колеса: ліве коло здійснює формування правого профілю зубців, праве – лівого профілю зубців.

Формування зубців потрібної висоти здійснюється завдяки розташуванню оправки із ДФ на відповідній міжосьовій віддалі – A_m :

$$A_m = R_m + R, \quad (13)$$

де R_m – радіус серединного кола.

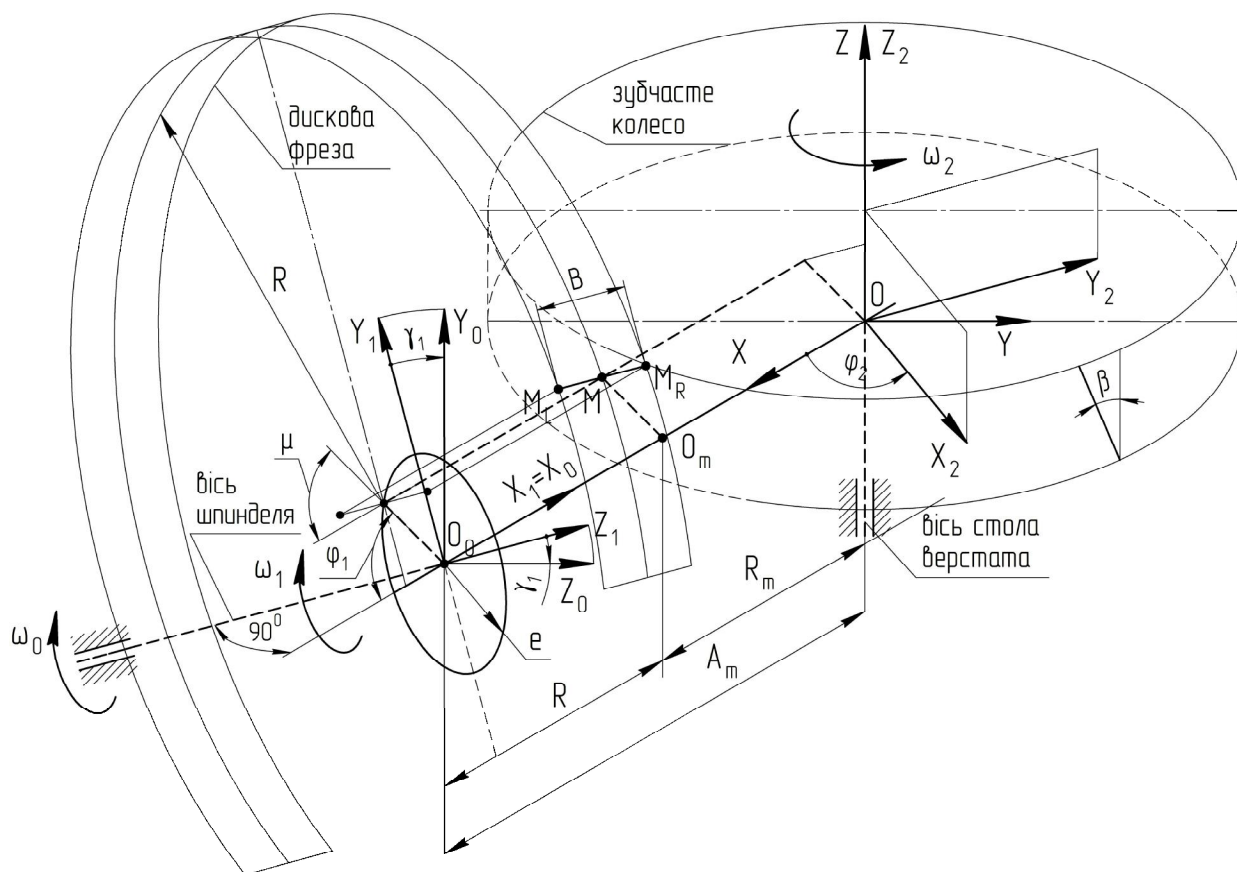


Рис. 2. Формоутворення дисковою фрезею профілю зубців циліндричного зубчастого колеса

Fig. 2. Formation of a profile on the teeth of a cylindrical gear wheel with a disk cutter

Серединне коло R_m – базовий елемент під час формування зубця по висоті, що пов’язано із симетричністю повороту зміщеної частини інструментальної оправки. Радіус серединного кола R_m може дорівнювати радіусу ділильного кола зубчастого колеса. Зубці зубчастого колеса нарізуються без зміщення – ексцентриситет e дорівнює висоті ніжки зуба h_f : $e = h_f = 1,25 \times m$.

Для отримання зміщення нарізованого зубчастого вінця основним базовим елементом є коло западин зубців колеса радіусом R_f , відносно якого встановлюється розташування серединного кола радіусом R_m :

$$R_m = R_f + e.$$

Ексцентриситет тоді визначається за виразом:

$$e = k_e \times m, \quad (14)$$

де k_e – коефіцієнт радіального зміщення зубчастого вінця (наприклад, $k_e = 1,3737$).

Застосовуючи відомі співвідношення між параметрами циліндричного косозубого колеса, отримуємо:

$$R_{f2} = R_2 - c_f \times m_n; \quad R_2 = \frac{1}{2} \times d_2 = \frac{1}{2} \times Z \times m_t; \quad m_t = \frac{m_n}{\cos b};$$

$$R_m = \frac{1}{2} \times \frac{m_n \times Z}{\cos b} - h_f \times m_n + k_e \times e,$$

де m_n та m_t – модуль відповідно нормальний та торцевий; R_2 та d_2 – відповідно радіус та діаметр ділильного кола; c_f – коефіцієнт висоти ніжки зуба ($c_f = 1,25$).

Зв’язок між координатами в системах координат S та S_1 визначається виразами:

$$\begin{aligned} X &= A_w - X_1; \\ Y &= -Y_1 \times \sin g_1 + Z_1 \times \cos g_1; \\ Z &= Y_1 \times \cos g_1 + Z_1 \times \sin g_1. \end{aligned} \quad (15)$$

В системі координат S_2 , в якій встановлюється профіль зубців прямозубого зубчастого колеса, зв’язок із системою координат S_1 залежить від кута повороту зубчастого колеса φ_2 , що кінематично узгоджується з кутом повороту інструментальної оправки φ_1 , та описується для точок контакту співвідношеннями:

$$\begin{aligned} X_{2k} &= (-Y_{1k} \sin g_1 + Z_{1k} \times \cos g_1) \times \sin j_2 + (A_w - X_{1k}) \times \cos j_2; \\ Y_{2k} &= (-Y_{1k} \times \sin g_1 + Z_{1k} \times \cos g_1) \times \cos j_2 - (A_w - X_{1k}) \times \sin j_2; \\ Z_{k2} &= Y_{1k} \times \cos g_1 + Z_{1k} \times \sin g_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Кінематичне узгодження кута повороту φ_1 шпинделя верстату та кута повороту φ_2 нарізованого зубчастого колеса визначається співвідношенням:

$$\varphi_2 = \varphi_1 / Z,$$

де Z – число зубців нарізованого зубчастого колеса.

В торцевій площині циліндричного зубчастого колеса утворюваний модифікований профіль зубців якісно відмінний від евольвентного профілю зубця. Зубці циліндричних зубчастих коліс (число зубців $Z_1 = 18$, $Z_2 = 25$, модуль – $m = 10$ мм) з евольвентним профілем та альтернативним

модифікованим профілем, що отримані способом РКДН з такими технологічними параметрами: ексцентриситет встановлення ДФ – $e = 12,5$ мм, діаметр ДФ – 180 мм, ширина ДФ – $B = 4$ мм, відображені на рис. 3. Модифікований профіль має збільшену товщину ніжок зубців увігнутого профілю, що підвищує міцність зубця згину, та заокруглені вершини зубців, що забезпечує плавний вхід у контакт головок зубців шестерні з ніжками зубців колеса.

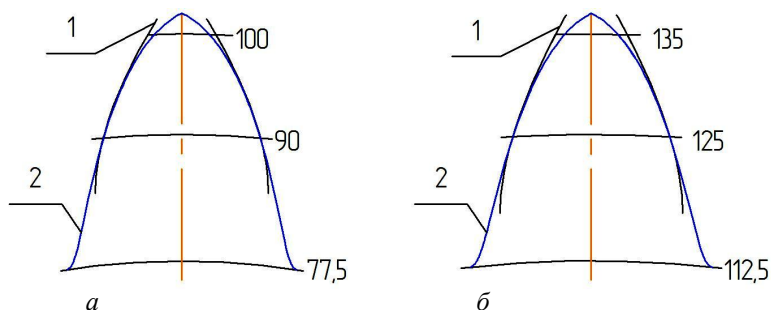


Рис. 3. Профіль зуба евольвентний (1) та модифікований (2) $Z = 18$ (a), $Z = 25$ (b) циліндричного прямозубого зубчастого колеса ($m = 10$ мм, $e = 12,5$ мм)

Fig. 3. Involute (1) and modified (2) tooth profile $Z = 18$ (a), $Z = 25$ (b) of a cylindrical spur gear ($m = 10$ mm, $e = 12.5$ mm)

Застосування розробленої методики здійснено для удосконалення циліндричної зубчастої передачі бортового редуктора колісної машини спеціального призначення. Бортовий редуктор складається із корпусу та циліндричної евольвентної зубчастої передачі: міжосьова відстань – 132 мм, модуль $m = 5,5$ мм, число зубців шестерні, колеса та коефіцієнти зміщення – $Z_1 = 11$, $Z_2 = 37$, $x_1 = +0,21$, $x_2 = 0,21$. Профілі зубців зубчастих коліс у циліндричній прямозубій передачі зображені на рис. 4.

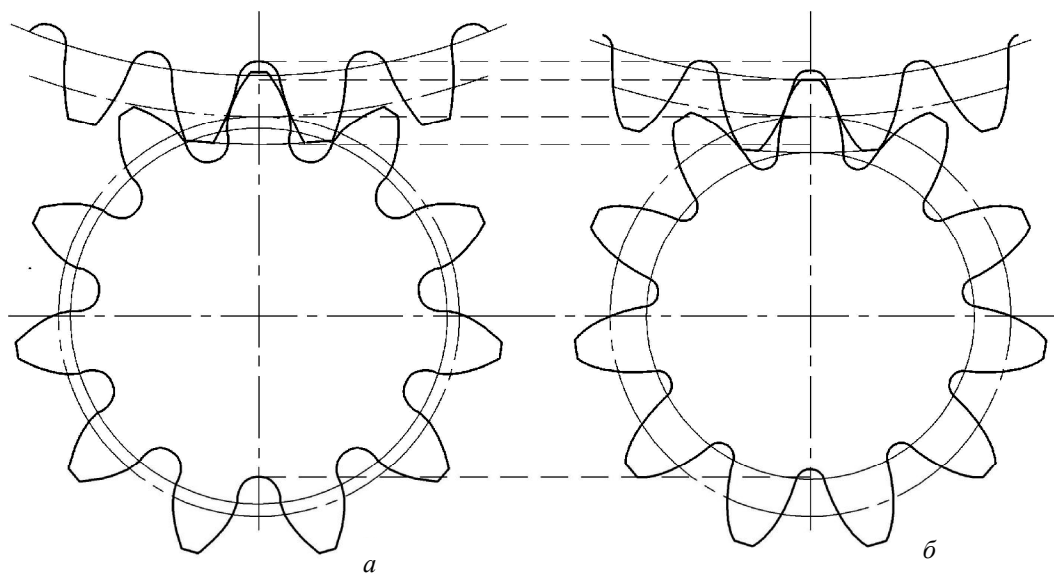


Рис. 4. Циліндрична зубчаста передача бортового редуктора евольвентна (a) та модифікована (b) ($m = 5,5$ мм, $Z_1 = 11$, $Z_2 = 37$, $x_1 = +0,21$, $x_2 = -0,21$, $e = 12,5$ мм)

Fig. 4. Cylindrical gear transmission of the involute (a) and modified (b) reducer ($m = 5.5$ mm, $Z_1 = 11$, $Z_2 = 37$, $x_1 = +0.21$, $x_2 = -0.21$, $e = 12.5$ mm)

Порівняльне оцінювання вихідної (існуючої) та альтернативної зубчастої передачі виконано за критерієм контактного напруження під час контакту двох зубців у полюсі зачеплення. Контактні напруження для евольвентної S_{HE} та модифікованої S_{HM} зубчастої передачі визначаємо, використовуючи формулу Герца:

$$S_{HE} = \sqrt{\frac{E}{2p \times (1 - m^2)}} \times \frac{W_{Ht}}{r_{rE} \times \cos a_{wE}} ; \quad (19)$$

$$S_{HM} = \sqrt{\frac{E}{2p \times (1 - m^2)}} \times \frac{W_{Ht}}{r_{rM} \times \cos a_{wM}} , \quad (20)$$

де E – зведений модуль пружності (матеріалів шестерні E_1 та колеса E_2 ; m – коефіцієнт Пуассона; W_{Ht} – питоме розрахункове колове зусилля; a_{wE} ; a_{wM} – кут тиску в полюсі зачеплення відповідно евольвентного та модифікованого зачеплення; r_{rE} ; r_{rM} – зведений радіус кривизни профілів зубців шестерні та колеса відповідно евольвентного та модифікованого зачеплення.

Матеріали зубчастих коліс та питоме розрахункове навантаження для двох зачеплень – незмінні. До змінюваних належать величини a_{wE} , a_{wM} та r_{rE} , r_{rM} . Для порівняння впливу змінюваних величин для евольвентної та модифікованої зубчастої передачі визначимо співвідношення S_{HE} / S_{HM} за виразом:

$$\frac{S_{HE}}{S_{HM}} = \sqrt{\frac{r_{rM} \times \cos a_{wM}}{r_{rE} \times \cos a_{wE}}} . \quad (21)$$

Зведений радіус кривизни профілів зубців шестерні та колеса знаходимо за виразами:

$$\frac{1}{r_{rE}} = \frac{1}{r_{rE1}} + \frac{1}{r_{rE2}} ; \quad \frac{1}{r_{rM}} = \frac{1}{r_{rM1}} + \frac{1}{r_{rM2}} , \quad (22)$$

де $r_{rE(M)1}$; $r_{rE(M)2}$ – радіуси кривизни в полюсі зачеплення бокових поверхонь шестерні та колеса відповідно для евольвентної та модифікованої передачі.

Для зубчастих передач вихідної та пропонованої модифікованої (рис. 3) змінні параметри приймають такі значення:

$a_{wE} = 20^\circ$; $r_{rE1} = 10,35$ мм; $r_{rE2} = 34,80$ мм; $r_{rE} = 7,98$ мм; $a_{wM} = 21^\circ 48'$; $r_{rM1} = 20,81$ мм; $r_{rM2} = 30,97$ мм; $r_{rM} = 12,45$ мм. Використовуючи (22), отримуємо: $\frac{S_{HE}}{S_{HM}} = 1,24$.

Пропонована зубчаста передача з модифікованим профілем зубців у полюсі зачеплення має очікувані напруження контакту (за Герцем) в 1,24 раза менші ніж вихідна евольвентна циліндрична зубчаста передача. Завдяки цьому прогнозована стійкість до втомного викришування поверхневого шару зубців коліс з модифікованим профілем є більшою відносно вихідної евольвентної передачі.

Бокові поверхні зубців циліндричних зубчастих коліс контактують із коченням з проковзуванням. Зниження ковзання поверхонь зубців спричинює зниження їх зношування та зростання ресурсу зубчастої передачі. Зношування профілів зубців в окремих частинах профілів різне, що визначається напрямком швидкості ковзання відносно точки контакту, що збігається з полюсом зачеплення. Під час входу зубців у зачеплення спершу контактує ніжка зуба ведучого колеса з головкою зуба веденого колеса до моменту розташування контактної точки на поверхнях зубців у

полюсі зачеплення. Після контакту зубців у полюсі зачеплення контактують головка зуба ведучого колеса із ніжкою зуба веденого колеса. Довжину дуги профілю зуба на головці зуба до полюсної точки позначимо відповідно для шестерні S_{a1} для колеса S_{a2} . Довжину дуги профілю зуба на ніжці зуба до полюсної точки позначимо відповідно для шестерні S_{f1} для колеса S_{f2} . Довжини профілів різні відповідно для головки та ніжки зуба шестерні та колеса, тому під час їхнього відповідного контакту виникає взаємне проковзування, яке визначається питомим ковзанням, що є критерієм якості зубчастої передачі щодо стійкості до зношування.

Оцінювання питомого ковзання зубців виконано для вихідної евольвентної зубчастої передачі бортового редуктора ($m = 5,5$ мм, $Z_1 = 11$, $x_1 = +0,21$, $Z_2 = 37$, $x_2 = -0,21$) та для розробленої модифікованої циліндричної зубчастої передачі. Довжини головок та ніжок профілів зубців (довжини профілів наведено попарно залежно від їх контактування в зачепленні) мають такі значення:

– евольвентне (вихідне) зачеплення, довжина профілю: ніжки зуба шестерні $-S_{fE1} = 1,85$ мм та головки зуба колеса $-S_{aE2} = 4,32$ мм; головки зуба шестерні $-S_{aE1} = 7,82$ мм та ніжки зуба колеса $-S_{fE2} = 3,88$ мм;

– модифіковане (пропоноване) зачеплення, довжина профілю: ніжки зуба шестерні $-S_{fM1} = 4,87$ мм та головки зуба колеса $S_{aM2} = 6,46$ мм; головки зуба шестерні $-S_{aM1} = 6,50$ мм та ніжки зуба колеса $-S_{fM2} = 4,88$ мм.

Взаємне ковзання зубців визначасмо співвідношеннями між відповідними довжинами профілів головок та ніжок зубців шестерні та колеса, яке для евольвентних профілів становить: $S_{aE2}/S_{fE1} = 2,335$; $S_{aE1}/S_{fE2} = 2,015$, а для модифікованих профілів $-S_{aM2}/S_{fM1} = 1,327$; $S_{aM1}/S_{fM2} = 1,331$ (рис. 5).

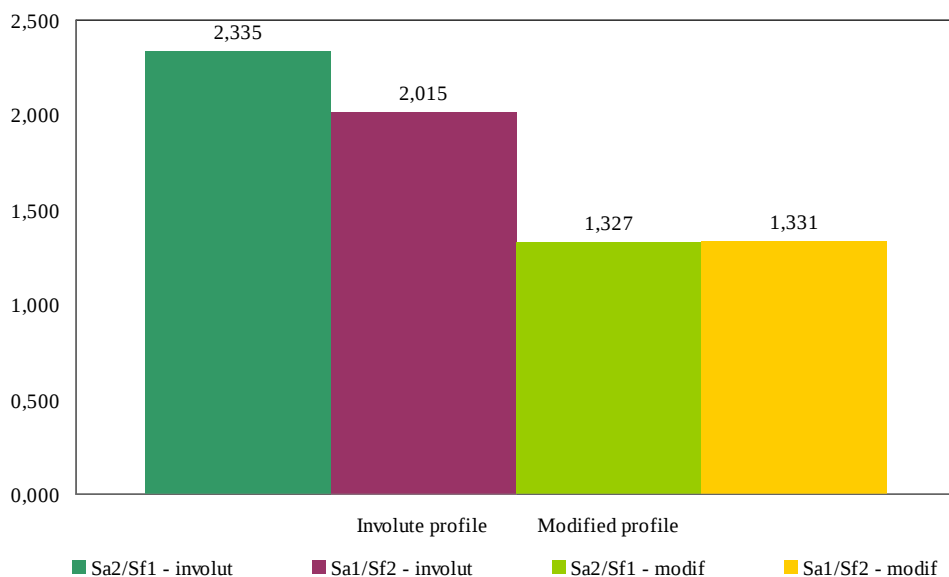


Рис. 5. Співвідношення між відповідними довжинами профілів головок і ніжок зубців шестерні та колеса для евольвентних і модифікованих профілів
Fig. 5. Relationships between the corresponding lengths of the heads and roots of the gears teeth for involute and modified profiles

Визначено, що для вихідної зубчастої передачі в евольвентних профілів зубців довжини профілів головок зубців більше ніж вдвічі перевищують довжини профілів ніжок зубців. Для модифікованих профілів довжини профілів головок перевищують довжини ніжок зубців тільки відповідно на 32 та 33 %. Для евольвентних профілів величина проковзування відповідних зубців перевищує проковзування для модифікованих профілів відповідних зубців відповідно на 75 та 59 %. Отже, для бортового редуктора очікувана стійкість щодо зношування бокових поверхонь зубців з модифікованим профілем перевищує стійкість до зношування для вихідної евольвентної циліндричної зубчастої передачі.

Висновки

1. Розроблений спосіб радіально-колового формоутворення бокових поверхонь зубців циліндричних зубчастих коліс дисковими фрезами, що комплексно поєднує отримання модифікованого профілю зубців з удосконаленими експлуатаційними характеристиками разом з технологічним забезпеченням удосконаленого процесу зубонарізання.

2. Процес формоутворення здійснюється на універсальних зубофрезерних верстатах за безперервного обертання оброблюваного зубчастого колеса конструктивно простими дисковими фрезами, встановленими з ексцентриситетом на інструментальній оправці зубофрезерного верстата. Дисковою фрезою можуть нарізатися зубчасті колеса різних модулів.

3. Якісним оцінюванням експлуатаційних характеристик модифікованого профілю зубців, отриманих розробленим способом зубонарізання на циліндричних зубчастих колесах, порівняно із застосовуваними в редукторах циліндричними евольвентними зубчастими колесами, встановлено прогнозоване збільшення ресурсу зубчастої передачі за допомогою зменшення на поверхнях зубців контактних напружень у 1,24 раза та зменшення проковзування зубців на 75 та 59 %.

4. Геометричні параметри отримуваних на циліндричних зубчастих колесах зубців із модифікованим профілем характеризуються позитивними для зубчастого зачеплення заокругленими вершинами та увігнутими основами зубців, що створює умови безударного контакту зубців, зниження динамічних навантажень та підвищення довговічності передачі.

Інформаційні джерела

1. Кайдалов Р. О. Дослідження раціональних варіантів модернізації бронетранспортера БТР-70 / Кайдалов Р. О., Страшний І. Л., Маренко Г. М., Диких О. В. // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. Харків, 2021. Вип. 1 (37). С. 60–69. ISSN 2409-7470. DOI: <https://doi.org/10.33405/2409-7470/2021/1/37/237850>

2. Чернишев В. Л. Моделювання перехідних процесів у силовій передачі трансмісії військової гусеничної машини / В. Л. Чернишев, П. М. Калінін, М. Є. Сергієнко, А. М. Сергієнко, М. Г. Медведєв, Д. Є. Хаустов // Вісник Національного технічного університету “ХПІ”. Сер. : Автомобіле- та тракторобудування: зб. наук. пр. Харків : НТУ “ХПІ”, 2023. № 1. С. 64–76. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/70327>

3. Костюк В. В. Перспективи розвитку бронетанкового озброєння і техніки Сухопутних військ Збройних Сил України / В. В. Костюк, О. М. Калінін, П. О. Русіло, Ю. В. Варванець, Р. Г. Будяну // Військово-технічний збірник, 2012 (7). С. 89–94. URL: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.7.2012.89-94>

4. Андрієнко С. В. Математична модель та алгоритм оптимізації за масою трансмісії гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ / С. В. Андрієнко, О. В. Утиненко, О. В. Бондаренко, І. Є. Клочков // Прикладні питання математичного моделювання = Applied Questions of Mathematical Modelling. 2020. Т. 3, № 2.2. С. 16–23. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/64003>

5. Пилипенко О. Модифікації зубців зубчастих коліс авіаційних редукторів для підвищення їх експлуатаційної надійності технологічності / Пилипенко О., Колесник Д., Березняк А., Холодний Р. // Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки. 2021. 2(8). С. 112–125. DOI: 10.37701/DNDIVSOVT.8.2021.12
6. Пилипенко О. Д. Ресурси, строки служби та оцінка залишкового ресурсу редукторів вертольотів типу Ми-8 / Пилипенко О., Кохан В., Вусатий Ю., Журахов О., Сивораक्षा Д. // Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки. 2022. 2(12), с. 109–118. DOI: 10.37701/dndivsovt.12.2022.11
7. Мороз В. І. Особливості оптимізаційного проєктування і оцінювання технічного ресурсу тягових зубчастих передач рухомого складу залізниць / В. І. Мороз, В. І. Громов, О. А. Логвіненко // Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту. Харків: УкрДУЗТ, 2023. Вип. 205. С. 86–97. DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.205.2023.288831>
8. Features of determining engagement line of traction gears with different degrees of wear of gear teeth. V. I. Moroz, V. I. Hromov, O. V. Bratchenko and O. A. Logvinenko. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 1021, International Scientific Conference Energy Efficiency in Transport (EET 2020). IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 1021 (2021) 012042. DOI: 10.1088/1757-899X/1021/1/012042
9. Левін Н. О. Математична модель та алгоритм оптимізації за критерієм мінімальних контактних напружень зубчастих передач з опукло-увігнутим контактом / Н. О. Левін, О. В. Устиненко, М. Бошанські, Р. В. Протасов, О. В. Бондаренко, С. В. Андрієнко // Вісник НТУ “ХПІ”. Серія: Машинознавство та САПР. Харків, НТУ “ХПІ”, 2025, № 2, с. 52–56. DOI: 10.20998/2079-0775.2023.2.08
10. Чернець М. В. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Частина. 1. Постійні умови взаємодії у некоригованому зачепленні / М. В. Чернець, Ю. М. Чернець // Проблеми трибології. 2014. № 3. С. 22–27. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ptl_2014_3_6
11. Чернець М. В. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Частина 2. Постійні умови взаємодії у коригованому зачепленні / М. В. Чернець, Ю. М. Чернець // Проблеми трибології. 2014. № 4. С. 6–16. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ptl_2014_4_3
12. Чернець М. В. Метод оцінки впливу коригування і зношування зубів циліндричної передачі на довговічність та міцність. Ч. 1. Довговічність і зношування / М. В. Чернець, Р. Я. Ярема, Ю. М. Чернець // Фізико-хімічна механіка матеріалів. 2012. Т. 48, № 3. С. 30–39. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/PNHkMM_2012_48_3_7
13. Стоцький Ф. І. Прямозуба циліндрична евольвентна зубчаста передача найбільшої контактної міцності / Ф. І. Стоцький, Т. Ф. Тутко, О. Я. Дубей // Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. 2014. № 2. С. 90–96. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nvif_2014_2_12
14. Radzevich S. P., Novikov Conformal Gearing, Springer Nature Switzerland AG 2023. P. 460. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-10019-2>
15. Operating Performance of External Non-Involute Spur and Helical Gears: A Review. Ivan Okorn, Marko Nagode, Jernej Klemenc. Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering. Vol. 67(2021), Issue 5, p. 256–271. DOI: <https://doi.org/10.5545/sv-jme.2020.7094>
16. Пилипенко О. Пошкоджувальність і руйнування зубчастих передач редукторів вертольотів Ми-8 та його модифікацій / Пилипенко О., Колесник Д., Березняк А., Шоха В. // Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки. 2020. (3). –С. 92–105. DOI: 10.37701/dndivsovt.3.2020.12
17. Hlebanja, G., Erjavec, M., Hriberšek, M., Knez, L., Kulovec, S. (2022). Theory and Applications Based on S-Gear Geometry. In: S. P. Radzevich (ed.). Recent Advances in Gearing. Springer Nature Switzerland AG 2022. P. 50–87. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-64638-7_2
18. Gradual development of S-shaped gears. Hlebanja, Gorazd. MATEC Web of Conferences. Vol. 366. EDP Sciences, 2022. Power Transmissions 2022. DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/202236601001>
19. Hrytsay I. Sinusoidal Gears and Alternative Method of Tooth Generation // S. P. Radzevich, M. Storchak (eds.), Advances in Gear Theory and Gear Cutting Tool Design, pp. 233–254. Springer Nature Switzerland AG 2022. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-92262-7_8

20. Hrytsay I., Stupnytsky V. Analysis of the Involute and Sinusoidal Gears by the Operating Parameters and a New Method of Its Cutting // Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2020. Advances in design, simulation and manufacture II : proceedings of the 2nd International conference on design, simulation, manufacture: the innovation exchange, DSMIE-2019, June 11–14, 2019, Lutsk, Ukraine. P. 104–113. DOI:10.1007/978-3-030-22365-6_11
21. Грицай І. Є. Технологічні та експлуатаційні характеристики і параметри зубчастих передач евольвентного та синусоїдального зачеплення / І. Є. Грицай // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. Серія: Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2018. № 891. С. 8–17. URL: <https://ena.lpnu.ua/handle/ntb/43881>
22. Ткач П. М. Якісні показники працездатності синусоїдальних циліндричних прямозубих передач / П. М. Ткач [та ін.] // Вісник Нац. техн. ун-ту “ХПІ” : зб. наук. пр. Сер. : Проблеми механічного приводу. Харків: НТУУ “ХПІ”, 2017. № 25 (1247). С. 135–139. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/31858>
23. Wei Sheng, Zhengminqing Li, Rupeng Zhu Geometry and design of spur gear drive associated with low sliding ratio. Advances in Mechanical Engineering. Vol. 13, Issue 4. April 2021, p. 12. <https://doi.org/10.1177/168781402111012547>
24. Influence of profile modifications on meshing stiffness, load sharing, and transmission error of involute spur gears. Miryam B. Sánchez, Miguel Pleguezuelos, José I. Pedrero. Mechanism and Machine Theory. Vol. 139. September 2019, P. 506–525. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.05.014>
25. Manufacture of spur gears having normal teeth on different pressure angles by module disc milling cutter. Sándor Bodz s. International Review of Applied Sciences and Engineering. 2022, Vol. 13. Issue 3. 2022. P. 321–334. DOI: 10.1556/1848.2022.00418
26. Литвиняк Я. М. Моделювання формування гвинтовими співвісними твірними лініями поверхонь зубців циліндричних косозубих зубчастих коліс / Я. М. Литвиняк, І. І. Юрчишин // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 2018. Вип. 52. С. 57–71. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Avtomatyzac_2018_52_7
27. Литвиняк Я. М. Моделювання процесу безперервного формоутворення дисковими фрезами зубців з модифікованим профілем у прямозубих зубчастих колесах // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. 2017. № 866. С. 54–61. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/VNULPDM_2017_866_10
28. Pasternak S. Gear Cutting with Disk-Shaped Milling Cutters / Pasternak S., Danylchenko Y., Storchak M., Okhrimenko O. // S. P. Radzevich, M. Storchak (eds.), Advances in Gear Theory and Gear Cutting Tool Design, pp. 233–254. Springer Nature Switzerland AG 2022. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-92262-7_5
29. Pasternak S. Machining strategies for gear cutting with disc-shaped milling tools / S. Pasternak, Yu. Danylchenko, U. Heisel // Вісник Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”. Серія: Машинобудування. 2015. № 2. С. 61–66. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/VKPI_mash_2015_2_11
30. Пилипенко О. Розвиток конструкцій зубців і зубчастих коліс авіаційних редукторів / Пилипенко О., Колесник Д. і Березняк А. // Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки. 2020. 4(6), С. 70–80. DOI: 10.37701/dndivsovt.6.2020.08

Yaroslav Lytvyniak, Oksana Lytvyniak, Oleksandr Zinkiv

Lviv Polytechnic National University

TECHNOLOGICAL SUPPORT OF OPERATIONAL INDICATORS OF AVIATION AND TRANSPORT CYLINDRICAL GEAR TRANSMISSIONS

Purpose. Modelling the process of obtaining a modified profile of the teeth of cylindrical gears with disk cutters by the method of continuous radial-circular shaping and evaluating the characteristics of the modified profile of the teeth in a cylindrical gear transmission by the relative magnitude of the contact stresses between the teeth and the expected relative resistance to wear of the side surfaces of the teeth relative to the original involute cylindrical

gear transmission. **Methodology.** The research was carried out using gear engagement theory principles, the theory of shaping by cutting tools related to gears, kinematic analysis, and analytical and differential geometry. **Results.** Mathematical models of forming a modified profile of the teeth of cylindrical gears have been developed by an improved method of radial-circular cutting of teeth with profileless disk cutters during continuous rotation of the gear. In comparison to the involute profile, the modified tooth profile exhibits enhanced operational characteristics. This improvement is expected to increase the efficiency of gear transmission by reducing contact stresses on the tooth surfaces and decreasing tooth slippage. **Scientific novelty.** The fundamentals of profiling the tooth surfaces of cylindrical gears using the radial-circular shaping method with a properly positioned disk cutter have been developed. This approach ensures the production of gears with teeth that have the correct thickness and a convex-concave profile. The results obtained enhance the theoretical framework for synthesising gear meshes in cylindrical gears with a modified tooth profile. This synthesis involves a complex combination of tool parameters, the kinematic characteristics of the process, and the anticipated operational parameters of the gear transmission. **Practical significance.** The obtained modelling results are aimed at the application in cylindrical gear transmissions of vehicle transmissions as a special and traditional application, aviation gearboxes when implementing modernisation measures, repairing existing machines, vehicles, as well as designing cylindrical gear transmissions for new gearboxes, units with simultaneous technological support for the practical manufacture of gears with improved operational characteristics.

Keywords: cylindrical gear transmissions, gear meshing modelling, modified tooth profile, involute tooth profile, disc milling cutter, aviation gear transmissions, gear transmissions of transport vehicles.

References

1. Kaidalov, R. O. Research of rational options for modernization of the BTR-70 armored personnel carrier / Kaidalov, R. O., Strashny, I. L., Marenko, G. M., Dykyh, O. V. // Collection of scientific papers of the National Academy of the National Guard of Ukraine. Kharkiv, 2021. Issue 1 (37). P. 60–69. ISSN 2409-7470. DOI: <https://doi.org/10.33405/2409-7470/2021/1/37/237850>
2. Chernyshev, V. L. Modeling of transient processes in the power transmission of a military tracked vehicle / V. L. Chernyshev, P. M. Kalinin, M. E. Sergienko, A. M. Sergienko, M. G. Medvedev, D. E. Khaustov // Bulletin of the National Technical University “KhPI”. Ser.: Automobile and tractor manufacturing: collection of scientific works – Kharkiv: NTU “KhPI”, 2023. No. 1. P. 64–76. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/70327>
3. Kostyuk, V. V. Prospects for the development of armored weapons and equipment of the Ground Forces of the Armed Forces of Ukraine / V. V. Kostyuk, O. M. Kalinin, P. O. Rusilo, Yu. V. Varvanets, R. G. Budyanu // Military-technical collection, 2012 (7). Pp. 89–94. URL: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.7.2012.89-94>
4. Andrienko, S. V. Mathematical model and optimization algorithm for the transmission mass of the MT-LB tracked transporter-tractor / S. V. Andrienko, O. V. Utynenko, O. V. Bondarenko, I. E. Klochkov // Applied Questions of Mathematical Modelling. 2020. Vol. 3, No. 2.2. Pp. 16–23. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/64003>
5. Pylypenko, O. Modifications of the teeth of the gears of aircraft gearboxes to increase their operational reliability and manufacturability / Pylypenko, O., Kolesnyk, D., Bereznyak, A., Kholodnyi, R. // Collection of scientific works of the State Research Institute for Testing and Certification of Armaments and Military Equipment. 2021. 2(8). P. 112–125. DOI: 10.37701/DNDIVSOVT.8.2021.12
6. Pylypenko, O. D. Resources, service life and assessment of the residual resource of Mi-8 helicopter gearboxes / Pylypenko, O., Kokhan, V., Vusaty, Yu., Zhurakhov, O., Syvoraksha, D. // Collection of scientific works of the State Research Institute for Testing and Certification of Armaments and Military Equipment. 2022.2(12), p. 109–118. DOI: 10.37701/dndivsovt.12.2022.11
7. Moroz, V. I. Features of optimization design and assessment of the technical resource of traction gear transmissions of railway rolling stock / V. I. Moroz, V. I. Gromov, O. A. Logvinenko // Collection of scientific works of the Ukrainian State University of Railway Transport. Kharkiv: UkrDUZT, 2023. Issue. 205. P. 86–97. DOI: <https://doi.org/10.18664/1994-7852.205.2023.288831>

8. Features of determining engagement line of traction gears with different degrees of wear of gear teeth. V. I. Moroz, V. I. Hromov, O. V. Bratchenko and O. A. Logvinenko. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 1021, International Scientific Conference Energy Efficiency in Transport (EET 2020). IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 1021 (2021) 012042. DOI: 10.1088/1757-899X/1021/1/012042
9. Levin, N. O. Mathematical model and optimization algorithm based on the criterion of minimum contact stresses of gear gears with convex-concave contact / N. O. Levin, O. V. Ustinenko, M. Boshanski, R. V. Protasov, O. V. Bondarenko, S. V. Andrienko // Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical Engineering and CAD. Kharkiv, NTU “KhPI”, 2025, No. 2, pp. 52–56. DOI: 10.20998/2079-0775.2023.2.08
10. Chernets, M. V. Research of the conditions of engagement of the teeth of a cylindrical involute gear on contact strength, wear and durability. Part 1. Constant interaction conditions in uncorrected engagement / M. V. Chernets, Yu. M. Chernets // Problems of tribology. 2014. No. 3. P. 22–27. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ptl_2014_3_6
11. Chernets, M. V. Investigation of the conditions of engagement of the teeth of a cylindrical involute gear on contact strength, wear and durability. Part 2. Constant interaction conditions in corrected engagement / M. V. Chernets, Yu. M. Chernets // Problems of tribology. 2014. No. 4. P. 6–16. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ptl_2014_4_3
12. Chernets, M. V. Method for assessing the influence of adjustment and wear of cylindrical gear teeth on durability and strength. Part 1. Durability and wear / M. V. Chernets, R. Ya. Yarema, Yu. M. Chernets // Physical and chemical mechanics of materials. 2012. Vol. 48, No. 3. P. 30–39. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/PHKhMM_2012_48_3_7
13. Stotsky, F. I. Spur-tooth cylindrical involute gear transmission of the highest contact strength / F. I. Stotsky, T. F. Tutko, O. Ya. Dubey // Scientific Bulletin of the Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas. 2014. No. 2. P. 90–96. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nvif_2014_2_12
14. Radzevich, S. P. Novikov Conformal Gearing, Springer Nature Switzerland AG 2023. P. 460. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-10019-2>
15. Operating Performance of External Non-Involute Spur and Helical Gears: A Review. Ivan Okorn, Marko Nagode, Jernej Klemenc. Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering. Vol. 67(2021), Issue 5. P.256–271. DOI: <https://doi.org/10.5545/sv-jme.2020.7094>
16. Pylypenko, O. Damage and destruction of gear transmissions of Mi-8 helicopter gearboxes and its modifications. / Pylypenko, O., Kolesnyk, D., Berezhnyak, A., Shokha, V. // Collection of scientific works of the State Research Institute of Testing and Certification of Armaments and Military Equipment. 2020. (3). P. 92–105. DOI: 10.37701/dndivsovt.3.2020.12
17. Hlebanja, G., Erjavec, M., Hriberšek, M., Knez, L., Kulovec, S. (2022). Theory and Applications Based on S-Gear Geometry. In: S. P. Radzevich (ed.), Recent Advances in Gearing. Springer Nature Switzerland AG 2022. page 50–87. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-64638-7_2
18. Gradual development of S-shaped gears. Hlebanja, Gorazd. MATEC Web of Conferences. Vol. 366. EDP Sciences, 2022. Power Transmissions 2022. DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/202236601001>
19. Hrytsay, I. Sinusoidal Gears and Alternative Method of Tooth Generation // S. P. Radzevich, M. Storchak (eds.). Advances in Gear Theory and Gear Cutting Tool Design, pp. 233–254. Springer Nature Switzerland AG 2022. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-92262-7_8
20. Hrytsay, I., Stupnytskyi, V. Analysis of the Involute and Sinusoidal Gears by the Operating Parameters and a New Method of Its Cutting // Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2020. Advances in design, simulation and manufacturing II: proceedings of the 2nd International conference on design, simulation, manufacturing: the innovation exchange, DSMIE-2019, June 11–14, 2019, Lutsk, Ukraine. P. 104–113. DOI: 10.1007/978-3-030-22365-6_11
21. Hrytsay, I. Ye. Technological and operational characteristics and parameters of involute and sinusoidal gearing // Bulletin of the National University “Lviv Polytechnic”. Series: Optimization of production processes and technical control in mechanical engineering and instrument making. Lviv: Publishing House of Lviv Polytechnic, 2018. No. 891. P. 8–17. URL: <https://ena.lpnu.ua/handle/ntb/43881>
22. Tkach, P. M. Qualitative performance indicators of sinusoidal cylindrical spur gears // Bulletin of the National Technical University “KhPI”: collection of scientific works. Ser.: Problems of mechanical drive. Kharkiv: NTU “KhPI”, 2017. No. 25 (1247). P. 135–139. URL: <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/31858>

23. Wei, Sheng, Zhengminqing, Li. Rupeng Zhu Geometry and design of spur gear drive associated with low sliding ratio. *Advances in Mechanical Engineering*. Volume 13, Issue 4. April 2021, p. 12. DOI: <https://doi.org/10.1177/16878140211012547>

24. Influence of profile modifications on meshing stiffness, load sharing, and trasnsmission error of involute spur gears. Miryam B. S nchez, Miguel Pleguezuelos, José I. Pedrero. *Mechanism and Machine Theory*. Vol/ 139. September 2019, P. 506–525. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.05.014>

25. ManufactURLng of spur gears having normal teeth on different pressure angles by module disc milling cutter. Sándor Bodz s. *International Review of Applied Sciences and Engineering*. 2022, Volume 13. Issue 3. 2022. P. 321–334. DOI: 10.1556/1848.2022.00418

26. Lytvyniak, Ya. M. Modeling of the formation of helical coaxial generatrix surfaces of the teeth of cylindrical helical gears / Ya. M. Lytvyniak, I. I. Yurchyshyn // *Automation of production processes in mechanical engineering and instrument making*. 2018. Issue 52. P. 57–71. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Avtomatyzac_2018_52_7

27. Lytvyniak, Ya. M. Modeling of the process of continuous forming of teeth with disk cutters with a modified profile in spur gears / Ya. M. Lytvyniak // *Bulletin of the National University “Lviv Polytechnic. Dynamics, strength and design of machines and devices*. 2017. No. 866. P. 54–61. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/VNULPDM_2017_866_10

28. Pasternak, S. Gear Cutting with Disk-Shaped Milling Cutters / Pasternak S., Danylchenko Y., Storchak M., Okhrimenko O. // S. P. Radzevich, M. Storchak (eds.). *Advances in Gear Theory and Gear Cutting Tool Design*, pp. 233–254. Springer Nature Switzerland AG 2022. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-92262-7_5

29. Pasternak, S. Machining strategies for gear cutting with disc-shaped milling tools / S. Pasternak, Yu. Danylchenko, U. Heisel // *Bulletin of the National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”*. Series: *Mechanical Engineering*. 2015. No. 2. P. 61–66. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/VKPI_mash_2015_2_11

30. Pylypenko, O. Development of designs of teeth and gear wheels of aviation gearboxes / Pylypenko, O., Kolesnyk, D. and Bereznyak, A. // *Collection of scientific works of the State Research Institute for Testing and Certification of Armaments and Military Equipment*. 2020. 4(6), pp. 70–80. DOI: 10.37701/dndivsovt.6.2020.08