

УДК 621.3

**Б. Л. Копчак**

Національний університет «Львівська політехніка»  
Кафедра електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем  
bohdan.l.kopchak@lpnu.ua

**А. І. Мандюк**

Національний університет «Львівська політехніка»  
Кафедра електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем  
andrii.i.mandiuk@lpnu.ua

**А. П. Кушнір**

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності  
Кафедра наглядово-профілактичної діяльності та пожежної автоматики  
andpetkushnir@gmail.com

**В. М. Оксентюк**

Національний університет «Львівська політехніка»  
Кафедра систем автоматизованого проектування  
vira.m.oksentyuk@lpnu.ua

**Ю. О. Бобечко**

Національний університет «Львівська політехніка»  
Кафедра електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем  
yurii.o.bobechko@lpnu.ua

**А. І. Кушка**

Національний університет «Львівська політехніка»  
Кафедра електромехатроніки та комп'ютеризованих електромеханічних систем  
andrij.i.kushka@lpnu.ua

## **РОЗРОБКА МОДЕЛІ ТА СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ШВИДКОСТІ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ СИСТЕМИ ПЧ-АД**

<https://doi.org/10.23939/sepes2025.01.028>

© Богдан Копчак, Андрій Мандюк, Андрій Кушнір, Віра Оксентюк, Юрій Бобечко, Андрій Кушка, 2025

В сучасній промисловості найбільш широко застосовуються регульовані електромеханічні системи «Перетворювач частоти – асинхронний двигун» (ПЧ-АД), в яких в основному реалізовані та застосовуються регулятори цілого порядку. Застосування в електромеханічних системах ПЧ-АД регуляторів дробового порядку дозволяє забезпечити: вищу якість перехідних процесів, підвищити запас стійкості та надійність роботи системи, вищу робастність до зміни параметрів двигуна і, як результат, гарантує вищу продуктивність порівняно з класичними цілочисельними регуляторами.

**В роботі розроблена лінеаризована модель електроприводу ПЧ-АД зі скалярним керуванням та з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю, розраховані її параметри для конкретного електроприводу та шляхом моделювання підтверджена її точність.**

**В статті розроблено новий підхід для визначення структури і параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД на основі застосування відповідної бажаної форми дробового порядку. Здійснено розрахунок дробових та цілочисельних регуляторів швидкості відповідно до заданих параметрів часу наростання та перерегулювання швидкості двигуна.**

**Розроблена методика структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку дає можливість створення нових та модернізації існуючих промислових електроприводів ПЧ-АД на основі регуляторів дробового порядку та застосовування її в інженерних розрахунках.**

**Ключові слова:** електропривід, перетворювач частоти, асинхронний двигун, синтез, регулятор дробового порядку, бажана форма дробового порядку.

### **Вступ**

В сучасній промисловості однозначно найбільше розповсюдження набули регульовані електроприводи типу «Перетворювач частоти – асинхронний двигун» (ПЧ-АД) [1], які за останні десятиліття практично витіснили електроприводи типу «Тиристорний перетворювач – двигун постійного струму». Система ПЧ-АД продовжує розвиватися і вдосконалюватися [2, 3]. Як правило в таких ПЧ як опція є реалізовані ПД-регулятори цілого порядку. Досвід роботи з такими перетворювачами протягом десятиліть показує, що користувачі здебільшого не розраховують параметри такого регулятора, а застосовують практику налаштування вручну. Для системи ПЧ-АД є можливість практичного застосування певної інженерної методики їх налаштування, проте здебільшого для застосування такої методики є потреба спростити передавальну функцію (ПФ) цілого порядку, яка описує об'єкт керування, що в свою чергу призводить до зниження точності опису цього об'єкта, а отже до погіршення якості керування після синтезу відповідних регуляторів.

В сучасних дослідженнях різних авторів все частіше зустрічається висновок, що традиційні цілочисельні ПД-регулятори можна розглядати як частковий випадок  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регуляторів дробового порядку з ПФ

$$W_c(s) = k_p + k_i s^{-\lambda} + k_d s^{\mu}. \quad (1)$$

Такі регулятори вже опрацьовані з точки зору їх практичної реалізації [4, 5] і можуть бути вбудованими як безпосередньо у перетворювач частоти, або бути реалізованими на зовнішній платі керування. Застосування в електромеханічних системах ПЧ-АД  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регуляторів дробового порядку дозволяє забезпечити вищу якість перехідних процесів, підвищити запас стійкості системи порівняно з цілочисельними регуляторами, більш надійну роботу за змінних робочих умов [6], дає можливість корегувати чутливість системи відповідно до поставлених вимог та, крім того, усуває потребу у зовнішньому фільтрі [7], забезпечує краще подавлення збурень і меншу похибку відстеження швидкості порівняно з цілочисельними ПД-регуляторами [8], вищу робастність до зміни параметрів АД [9]. Крім того розроблені дробові регулятори краще керують процесом технологічної установки [10, 11]. Такий підхід забезпечує вищу стабільність і надійність системи та, як результат, гарантує вищу продуктивність порівняно з класичними регуляторами [12].

Для  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -регулятора дробового порядку проблема параметричного синтезу стає ще більш складною, оскільки потрібно налаштовувати вже п'ять параметрів.

### **Огляд літератури**

Вирішенням проблеми синтезу регуляторів ЕМС є застосування інтегральних та інших критеріїв оптимізації, а також інтелектуальних методів, зокрема генетичного алгоритму (ГА) [13]. ГА застосовується для пошуку екстремумів різноманітних складних функцій. Проте в даному

підході є недолік, пов'язаний з тим, що простір пошуку в таких задачах оптимізації такого типу практично не обмежений, тому в результаті обмежуються певним отриманим розв'язком, який з певною заданою похибкою задовольняє сенс даної задачі. ГА так само як і Neural Network [14] є ефективним інтелектуальним інструментом для розв'язку багатьох задач аналізу та синтезу. У [15] розглянуто одноконтурні замкнені системи керування швидкістю та положення ДПС з класичними ПІ-регуляторами та ПІ<sup>λ</sup>-регуляторів дробового порядку. В цій роботі показано, що застосування ПІ<sup>λ</sup>-регуляторів дробового порядку є ефективнішим. В [16] здійснено порівняння на основі показників якості та стійкості трьох основних інтелектуальних методик синтезу регуляторів: оптимізація рою частинок генетичного алгоритму і диференціальної еволюції для налаштування регуляторів як цілочисельного, так і дробового порядку. Дослідження проводилися для ЕМС керування швидкістю ДПС. У [17] досліджено керування АД на основі ПІ<sup>λ</sup>-регулятора і показано, що коректно синтезований дробовий регулятор може забезпечує кращі характеристики, порівняно з цілочисельним ПІД регулятором. В [18] здійснено проектування ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора в асинхронному електроприводі за допомогою ГА. Експериментальні результати показують, що синтезований ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятор покращує динамічні характеристики електроприводу порівняно зі цілочисельним ПІД-регулятором. В цій роботі АД представлений цілочисельною ПФ високого порядку.

В [19] для оптимізації параметрів дробового регулятора обрано нейронну мережу. Дослідження продемонстрували, що дробовий регулятор може краще та точніше керувати складною системою, порівняно з цілочисельним ПІД-регулятором. В [20] здійснено синтез оптимального ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора для ЕМС керування швидкістю обертання АД. Синтез здійснено еволюційним методом пошуку зозулі. Проведений порівняльний аналіз [21] показав, що синтезовані дробові ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятори забезпечили кращі динамічні характеристики та демпфування коливань системи, порівняно з цілочисельним ПІД-регулятором. В даних роботах система ПЧ-АД не розглядалася.

Розглянуті вище підходи до синтезу дробових регуляторів для системи ПЧ-АД є в основному параметричними, тобто параметри регулятора підбираються відповідно до якогось заданого критерію із заданою похибкою.

Вищим рівнем синтезу дробових регуляторів для системи ПЧ-АД є структурно-параметричний синтез, аналогічний до відомих варіантів синтезу для цілочисельних систем. Звісно для регуляторів дробового порядку будуть свої відмінності, але тут є вже свої наробки.

Перша полягає в тому, що ПФ дробового порядку можуть апроксимувати передавальні функції високого цілого порядку або перехідні процеси з перерегулюванням [21].

Друга полягає в тому, що свого часу були розроблені бажані форми дробового порядку [22], які були досить прості за формою, проте забезпечували бажані перехідні процеси з бажаною швидкодією та перерегулюванням, які стали дробовим відповідником до стандартних форм цілого порядку.

Застосування ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів та регуляторів дробового порядку для керування різноманітними об'єктами керування в промисловості буде зростати після вирішення питань налаштування та нових підходів до реалізації таких регуляторів. Проблема синтезу ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регуляторів та регуляторів дробового порядку для системи ПЧ-АД, а також їх простішої реалізації, потребує вирішення та подальшого розвитку.

### **Мета роботи**

Метою роботи є розробка методики структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку в системі ПЧ-АД. Це дозволить модернізувати сучасні системі ПЧ-АД шляхом розширення спектру їх динамічних властивостей. Для досягнення поставленої мети потрібно вирішити такі завдання:

- розробити лінеаризовану модель електроприводу перетворювач частоти – асинхронний двигун зі скалярним керуванням та з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю, розрахувати її параметри та дослідити адекватність моделі шляхом моделювання;

– розробити новий підхід для визначення структури і параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД на основі застосування відповідної бажаної форми дробового порядку.

### Розробка лінеаризованої моделі електроприводу перетворювач частоти – асинхронний двигун зі скалярним керуванням

Структурну схему моделі АД з короткозамкненим ротором, при його управлінні шляхом зміни частоти напруги живлення обмоток статора, розробимо з умови, що двигун в досліджуваному режимі стабілізації швидкості працює виключно на ділянці механічної характеристики в діапазоні зміни ковзання від 0 до  $s_k$ , при постійному потоці статора, і всі його досліджувані перехідні режими будуть зв'язані, в основному, зі зміною навантаження на валу.

На основі застосування формули Клосса шляхом апроксимації механічної характеристики АД в межах зміни ковзання від 0 до  $s_k$  прямою лінією наближено отримаємо модуль жорсткості лінеаризованої частини механічної характеристики АД:

$$k_\beta \approx \frac{M_k}{s_k \omega_0}, \quad (2)$$

де  $M_k$  – критичний момент,  $s_k$  – критичне ковзання,  $\omega_0$  – синхронна кутова швидкість обертання.

У випадку, якщо паспортних даних для  $M_k$  та  $s_k$  немає, враховуючи що механічну характеристику в межах зміни ковзання від 0 до  $s_k$  представлено прямою лінією, модуль жорсткості АД можна визначити як:

$$k_\beta = \frac{\Delta M}{\Delta \omega} = \frac{M_n}{\omega_0 - \omega_n}, \quad (3)$$

де  $M_n$  – номінальний момент АД (паспортний параметр),  $\omega_n$  – номінальна кутова швидкість обертання (паспортний параметр).

В режимі роботи АД при малих ковзаннях струм ротора можна приблизно вважати активним, тому момент АД при таких ковзаннях фактично пропорційний струму. В режимі збільшення навантаження на валу АД зростає ЕРС та струм ротора. Проте можна вважати що через значну індуктивність обмоток АД темп наростання струму відбувається в часі приблизно відповідно до експоненціального закону з сталою часу

$$T_e = \frac{L_1 + L'_2}{R_1 + R'_2}, \quad (4)$$

де  $L_1 + L'_2 = L_k$  – індуктивність короткого замикання.

Оскільки АД при скалярному частотному регулюванні працює на лінійній частині механічної характеристики, то наближено дослідити та оцінити його динамічні характеристики можна на основі спрощеної структурної схеми, показаної на рис.1.

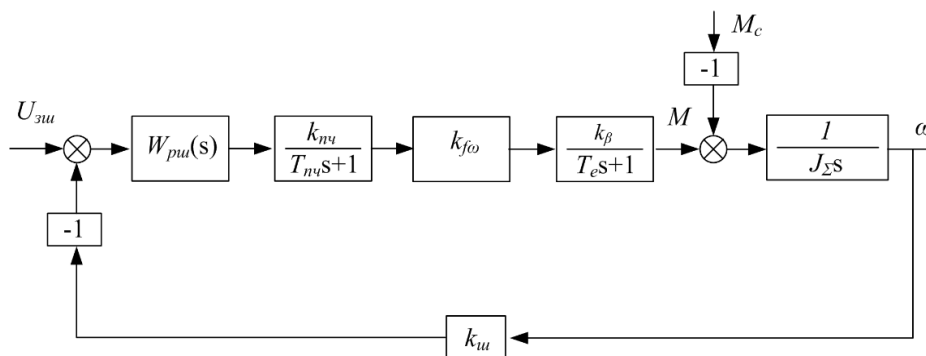


Рис.1. Лінеаризована структурна схема електроприводу ПЧ-АД з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю

Лінеаризована структурна схема електроприводу ПЧ-АД зі скалярним керуванням з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю показана на рис.1. та прийняті наступні позначення:  $W_{рш}(s)$  – передавальна функція регулятора швидкості ПЧ-АД;  $k_{ш}$ – коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю АД;  $k_{пч}$ – коефіцієнт передачі перетворювача частоти;  $T_{пч}$ – стала часу запізнювання перетворювача частоти;  $k_{f\omega}$ – коефіцієнт узгодження між частотою ПЧ та  $\omega_0$ ;  $J_{\Sigma}$  – момент інерції електроприводу.

Стала часу перетворювача частоти  $T_{пч}$  фактично визначається сталою часу запізнювання інвертора напруги  $T_{ін}$  і визначається виразом

$$T_{пч} = \frac{1}{f_{ін}}, \quad (5)$$

де  $f_{ін}$ – несуча частота інвертора напруги.

Коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю  $k_{ш} = U_{дш}/\omega_0$ , де  $U_{дш} = 10\text{В}$  – максимальна напруга на виході давача швидкості.

Коефіцієнт передачі перетворювача частоти  $k_{пч} = f_{вих.макс.}/U_{з.пч.макс.}$ , де  $U_{з.пч.макс.} = 10\text{В}$  – максимальна напруга завдання на вході ПЧ,  $f_{пч.макс.} = 50\text{ Гц}$  – максимальна робоча частота на виході ПЧ.

Для розробки моделі застосуємо стандартну асинхронну машину з пакету MATLAB Simulink з такими параметрами:  $P_H = 7500\text{ Вт}$  – номінальна потужність;  $n_H = 1440\text{ об/хв}$  – номінальна швидкість обертання;  $U_H = 380\text{В}$  – номінальна напруга живлення;  $R_1 = 0.7384\text{ Ом}$  – активний опір статора;  $R'_2 = 0.740\text{ Ом}$  – приведений активний опір ротора;  $L_1 = 0.003045\text{ Гн}$  – індуктивність статора;  $L'_2 = 0.003045\text{ Гн}$  – приведена індуктивність ротора;  $L_m = 0.1241\text{ Гн}$  – індуктивність намагнічування;  $J_{\Sigma} = 0.0343\text{ кг}\cdot\text{м}^2$  – момент інерції електроприводу;  $p=2$  – кількість пар полюсів.

На основі паспортних даних проведемо розрахунок параметрів моделі електроприводу ПЧ-АД з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю.

Модуль жорсткості лінеаризованої частини механічної характеристики АД (3)  $k_{\beta} = 7.916\text{ Нмс.}$

Електромагнітна стала часу (4)  $T_e = 0.0041\text{с.}$

Несуча частота інвертора напруги (дані з реального перетворювача)  $f_{ін} = 4000\text{ Гц.}$

Стала часу перетворювача частоти (5)  $T_{пч} = 0.00025\text{с.}$

Коефіцієнт зворотного зв'язку за швидкістю  $k_{ш} = 0.0637\text{ Вс.}$

Коефіцієнт передачі перетворювача частоти  $k_{пч} = 5\text{ Гц/В.}$

Коефіцієнт узгодження між частотою ПЧ та  $\omega_0$   $k_{f\omega} = \pi = 3.141\text{ с}^{-1}/\text{Гц};$

Номінальний момент навантаження  $M_H = 49.737\text{ Нм.}$

На основі проведених розрахунків розроблено лінеаризовану модель електроприводу ПЧ-АД зі скалярним керуванням та з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю в MATLAB Simulink, яка показана на рис.2.

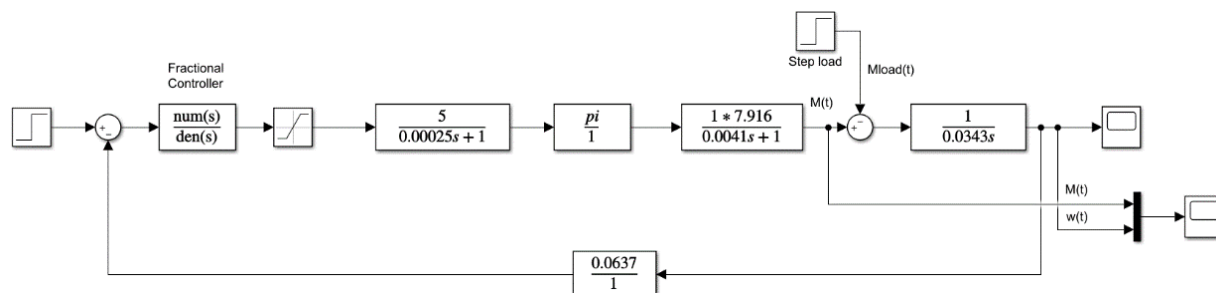


Рис.2. Модель електроприводу перетворювач частоти – асинхронний двигун в MATLAB Simulink

Проведемо дослідження розробленої лінеаризованої моделі електроприводу ПЧ-АД з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю в пакеті MATLAB Simulink з метою правильності розрахунків. Дослідження проведені без регулятора швидкості в режимі запуску та накиду номінального навантаження в момент часу 0.3 секунди. При проведенні даних досліджень прийняті допущення, які полягають в тому, що не встановлюються обмеження на темп наростання швидкості та максимальний струм. Результати досліджень показані на рис. 3.

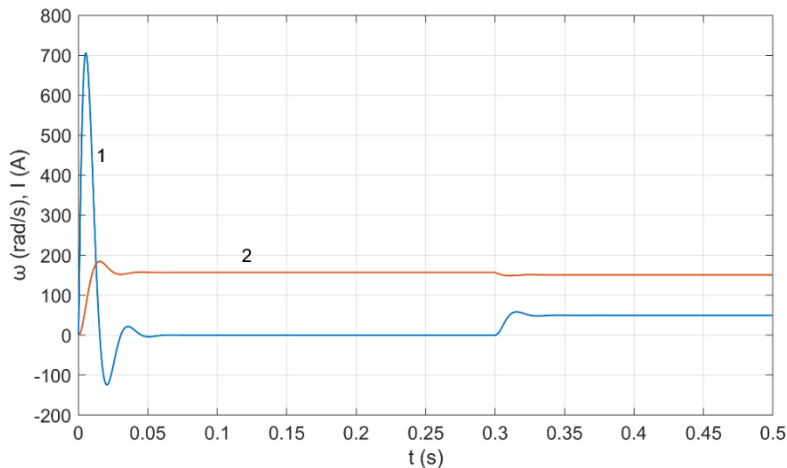


Рис.3. Перехідні процеси зміни струму статора (крива 1) та швидкості асинхронної машини (крива 2) без регулятора швидкості в MATLAB Simulink

На рисунку показано зміну струму статора (крива 1) та швидкості асинхронної машини (крива 2). Після перехідного процесу запуску синхронна кутова швидкість обертання набуває значення близького до синхронного значення  $\omega_0$ , що відповідає неробочому ходу. Після накиду номінального навантаження на валу в момент часу 0.3 с відбувається зниження кутової швидкості обертання до значення 1439.1 об/хв, що відрізняється від значення  $n_n = 1440$  об/хв – номінальної швидкості обертання з похибкою 0.1%. Розроблена модель та її параметризація дали змогу перевірити її адекватність та працездатність.

Тепер на основі розробленої лінеаризованої моделі електроприводу ПЧ-АД з від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю можна здійснити оригінальний синтез ПІ<sup>λ</sup>Д<sup>μ</sup>-регулятора дробового порядку. Даний підхід дозволяє врахувати всі сталі часу присутні в моделі (рис. 1) і не об'єднувати сталі часу  $T_{пч}$  та  $T_e$ , що призводить до зниження точності моделі.

### Розробка методики структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку в системі ПЧ-АД

В роботі пропонується застосувати удосконалений метод узагальненого характеристичного полінома (УХП) [3, 4] для синтезу структури і визначення параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД. Для такого варіанту синтезу слід вибрати відповідну бажану форму дробового порядку [3], вираз ПФ якої є таким:

$$W_{s1}(s) = \frac{\omega_{0ш}/k_{ш}}{s^q + \omega_{0ш}}, \quad (6)$$

де  $\omega_{0с}$  – середньгеометричний корінь бажаної форми дробового порядку, який визначає швидкодію контура регулювання швидкості,  $q$  – дробовий порядок характеристичного полінома,  $k_{ш}$  – коефіцієнт підсилення зворотного зв'язку за швидкістю.

Розглянемо запропоновану процедуру синтезу структури регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД.

Згідно зі лінеаризованою структурною схемою електроприводу, показаною на рис. 1, ПФ замкненого контура швидкості ПЧ–АД  $W_s(s)$  має вигляд

$$W_{\text{ш}}(s) = \frac{W_{\text{рш}}(s) \frac{k_{\text{пч}}}{T_{\text{пч}}s + 1} k_{f\omega} \frac{k_{\beta}}{T_e s + 1} \frac{1}{J_{\Sigma} s}}{1 + W_{\text{рш}}(s) \frac{k_{\text{пч}}}{T_{\text{пч}}s + 1} k_{f\omega} \frac{k_{\beta}}{T_e s + 1} \frac{1}{J_{\Sigma} s} k_s}. \quad (7)$$

Розділивши чисельник і знаменник ПФ (7) на чисельник, і з урахуванням ПФ бажаної форми дробового порядку, отримаємо

$$W_{\text{ш}}(s) = \frac{1}{\frac{(T_{\text{пч}}s + 1)(T_e s + 1)J_{\Sigma} s}{W_{\text{рш}}(s)k_{\text{пч}}k_{f\omega}k_{\beta}} + k_s}. \quad (8)$$

Здійснимо трансформацію виразу (8) у вираз (6). З умови тотожності  $W_{\text{ш}}(s)$  і  $W_{s1}(s)$ , отримаємо:

$$\frac{1}{\frac{(T_{\text{пч}}s + 1)(T_e s + 1)J_{\Sigma} s}{W_{\text{ш}}(s)k_{\text{пч}}k_{f\omega}k_{\beta}} + k_s} = \frac{\omega_{0\text{ш}}/k_{\text{ш}}}{s^q + \omega_{0\text{ш}}}. \quad (9)$$

Розв'язавши отримане рівняння (9), отримаємо:

$$W_{\text{рш}}(s) = \frac{(T_{\text{пч}}s + 1)(T_e s + 1)J_{\Sigma} s \omega_{0\text{ш}}}{k_{\text{пч}}k_{f\omega}k_{\beta}k_{\text{ш}}s^q}. \quad (10)$$

Таким чином, отримано структуру регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД. На основі отриманого виразу (10) ПФ регулятора швидкості розрахуємо наступні варіанти структурно-параметричного синтезу.

**Варіант 1.** Задамося бажаними параметрами перехідного процесу координати швидкості ПЧ-АД: перерегулювання  $\delta_o = 0 \%$ , час наростання  $t_{0.95} = 0.0319$  с, що згідно таблиці [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0\text{ш}} = 100\text{с}^{-1}$ ,  $q=1.0$  – дробовий порядок характеристичного полінома. Підставивши параметри ланок, що входять в ПФ (10) отримано числове значення ПФ регулятора швидкості:

$$W_{\text{рш}}(s) = 0.433 + 1.893 * 10^{-3}s + 4.462 * 10^{-7}s^2. \quad (11)$$

Задамося бажаними параметрами перехідного процесу координати швидкості ПЧ-АД: перерегулювання  $\delta_o = 0 \%$ , час наростання  $t_{0.95} = 0.06$  с, що згідно таблиці [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0\text{ш}} = 50\text{с}^{-1}$ ,  $q=1.0$ . Підставивши параметри ланок, що входять в ПФ (10) отримано ПФ регулятора швидкості:

$$W_{\text{рш}}(s) = 0.21 + 9.465 * 10^{-4}s + 2.231 * 10^{-7}s^2. \quad (12)$$

Задамося бажаними параметрами перехідного процесу координати швидкості ПЧ-АД: перерегулювання  $\delta_o = 0 \%$ , час наростання  $t_{0.95} = 0.3$  с, що згідно таблиці [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0\text{ш}} = 10\text{с}^{-1}$ ,  $q=1.0$ . Підставивши параметри ланок, що входять в (10) отримано ПФ регулятора швидкості:

$$W_{\text{рш}}(s) = 0.043 + 1.893 * 10^{-4}s + 4.462 * 10^{-8}s^2. \quad (13)$$

Тобто, для  $q=1.0$  отримано регулятор швидкості системи ПЧ-АД цілого порядку. На рис. 4 показані перехідні процеси зміни швидкості асинхронної машини з регуляторами швидкості: (11) – крива 1, (12) – крива 2, (13) – крива 3.

**Варіант 2.** В цьому варіанті забезпечимо деяке мінімальне перерегулювання перехідного процесу. Задамося бажаними параметрами перехідного процесу координати швидкості ПЧ-АД: перерегулювання  $\delta_o = 2.7 \%$ , час наростання  $t_{0.95} = 0.28$  с, що згідно таблиці [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0\text{ш}} = 10\text{с}^{-1}$ ,  $q=1.1$ . Підставивши параметри ланок, що входять в (10) отримано ПФ регулятора швидкості:

$$W_{\text{рш}}(s) = 0.043s^{-0.1} + 1.893 * 10^{-4}s^{0.9} + 4.462 * 10^{-8}s^{1.9}. \quad (14)$$

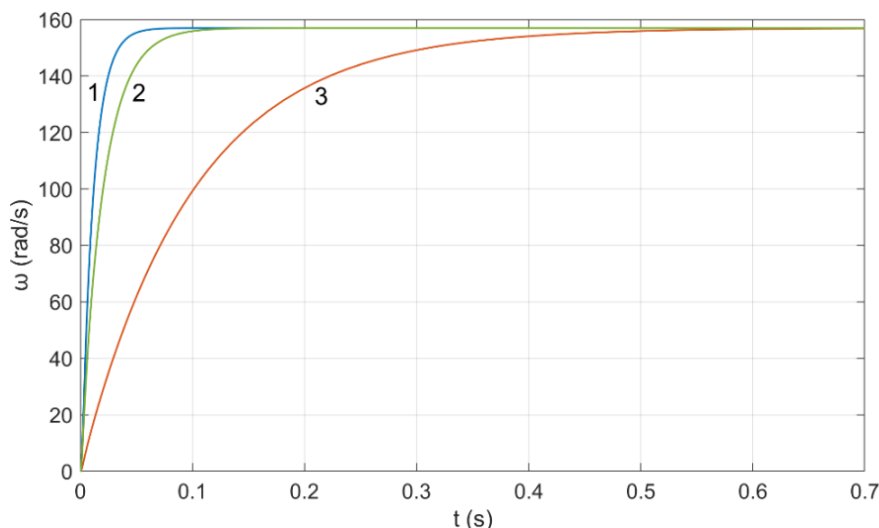


Рис.4. Перехідні процеси зміни швидкості асинхронної машини з регуляторами швидкості: (11) – крива 1, (12) – крива 2, (13) – крива 3

**Варіант 3.** В цьому варіанті забезпечимо більше перерегулювання перехідного процесу. Задамося бажаними параметрами перехідного процесу координати швидкості ПЧ-АД: перерегулювання  $\delta_o = 7.3 \%$ , час наростання  $t_{0.95} = 0.28$  с, що згідно таблиці [22] відповідає таким параметрам бажаної форми дробового порядку:  $\omega_{0ш} = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $q = 1.2$ . Підставивши параметри ланок, що входять в (10) отримано ПФ регулятора швидкості:

$$W_{рш}(s) = 0.043s^{-0.2} + 1.893 * 10^{-4}s^{0.8} + 4.462 * 10^{-8}s^{1.8}. \quad (15)$$

Тобто, для  $q = 1.1$  та  $q = 1.2$  отримано регулятор системи ПЧ-АД дробового порядку. На рис. 4 показано варіанти для  $\omega_{0с} = 10 \text{ с}^{-1}$ : (13) для  $q = 1.0$  – крива 1, (14) для  $q = 1.1$  – крива 2, (15) для  $q = 1.2$  – крива 3.

Для аналізу отриманих перехідних процесів можна застосувати також інтегральну оцінку точності запропонованого методу структурно-параметричного синтезу регулятора швидкості дробового порядку, зокрема середньоквадратичну похибку [21], проте у системах електроприводу інтегральні критерії не завжди відображають динамічні властивості системи, що мають практичне значення.

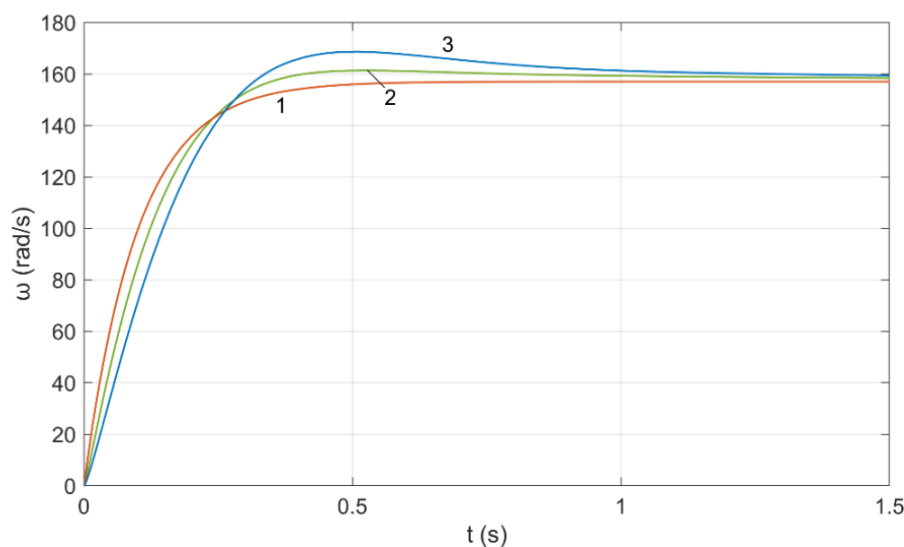


Рис.5. Перехідні процеси зміни швидкості асинхронної машини з регуляторами швидкості: (13) – крива 1, (14) – крива 2, (15) – крива 3

Дослідження проведені для  $\omega_{0s} = 10 - 100 \text{ с}^{-1}$ , що в основному відповідає робочому діапазону системи ПЧ-АД. З отриманих результатів можна зробити висновок, що розроблений новий підхід для визначення структури і визначення параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД на основі застосування відповідної бажаної форми дробового порядку повністю працездатний і забезпечує бажані показники перехідного процесу швидкості АД у всьому діапазоні швидкодії системи.

Наукова новизна статті полягає в тому, що розроблено новий підхід для визначення структури і параметрів регулятора швидкості електроприводу ПЧ-АД на основі застосування бажаної форми дробового порядку.

Практична цінність роботи полягає в тому, що вона дозволила здійснити розрахунок дробових та цілочисельних регуляторів швидкості системи ПЧ-АД відповідно до заданих параметрів часу наростання та перерегулювання швидкості двигуна. Розроблена методика структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку дає можливість створення нових та модернізації існуючих промислових електроприводів ПЧ-АД на основі регуляторів дробового порядку та застосування її в інженерних розрахунках.

### **Висновки**

1. У цій роботі розроблено лінеаризовану модель електроприводу ПЧ-АД зі скалярним керуванням та від'ємним зворотним зв'язком за швидкістю. Параметри моделі були розраховані за використання формул. Точність отриманої моделі було перевірено за допомогою моделювання.

2. У статті модернізовано метод синтезу узагальненого характеристичного полінома для регульованих електроприводів ПЧ-АД ЕМС шляхом застосування заданої компактної бажаної форми дробового порядку, що забезпечує широкий діапазон заданих динамічних характеристик: крім швидкості, можна також отримати бажане перерегулювання (збільшення параметра  $q$  запропонованої бажаної форми дробового порядку забезпечує збільшення перерегулювання).

3. Розроблено новий підхід до визначення структури та параметрів регулятора швидкості для електроприводу ПЧ-АД, заснований на застосуванні бажаної форми дробового порядку. Дослідження проводилося для різних варіантів швидкодії системи ПЧ-АД, в діапазоні від  $\omega_{0ш} = 10$  до  $100 \text{ с}^{-1}$ , що відповідає типовому робочому діапазону системи. Результати дослідження продемонстрували повну функціональність запропонованого варіанту синтезу – було отримано задане перерегулювання та час наростання.

4. Розроблена методика створює перспективи структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку, зокрема, для двомасових електроприводів на основі системи ПЧ-АД.

### **Список літератури**

1. El-Shahat A. Induction Motors – Recent Advances New Perspectives and Applications. – IntechOpen, 2023.
2. Bahrami-Fard M., Chen T., Winchell E. A., Fahimi B. Integrated induction motor drive for variable speed industrial applications // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2025. – DOI: 10.1109/TPEL.2025.3532880.
3. Graciola C. L., Goedtel A., Angelico B. A. Energy efficiency optimization strategy for scalar control of three-phase induction motors // Journal of Control Automation and Electrical Systems. – 2022. – Vol. 33. – P. 1032–1043.
4. Kopchak B. Development of fractional order differential-integral controller by using Oustaloup transformation // Proc. XII Int. Conf. Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH). – Lviv, Ukraine, 2016. – P. 62–65. – DOI: 10.1109/MEMSTECH.2016.7507521.
5. Marushchak Y., Mazur D., Kwiatkowski B., Kopchak B., Kwater T., Koryl M. Approximation of fractional order  $PI\lambda D\mu$ -controller transfer function using chain fractions // Energies. – 2022. – Vol. 15, Iss. 13. – P. 1–12. – DOI: <https://doi.org/10.3390/en15134902>
6. Adigintla S., Aware M. V. Design and analysis of a speed controller for fractional-order-modeled voltage-source-inverter-fed induction motor drive // International Journal of Circuit Theory and Applications. – 2022. – Vol. 50, No. 7. – P. 2378–2397.

7. Trivedi R., Padhy P. K. Design of indirect fractional order IMC controller for fractional order processes // IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs. – 2021. – Vol. 68, No. 3. – P. 968–972.
8. Khurram A., Rehman H., Mukhopadhyay S., Ali D. Comparative analysis of integer order and fractional order proportional integral speed controllers for induction motor drive systems // Journal of Power Electronics. – 2018. – Vol. 18, No. 3. – P. 723–735.
9. Adigintla S., Aware M. V. Robust fractional order speed controllers for induction motor under parameter variations and low speed operating regions // IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs. – 2023. – Vol. 70, No. 3. – P. 1119–1123.
10. Bingi K., Kulkarni R. R., Mantri R. Design and analysis of complex fractional-order PID controllers // Proc. IEEE Madras Sect. Conf. – 2021. – P. 1–6.
11. Sathishkumar P., Selvagesan N. Fractional controller tuning expressions for a universal plant structure // IEEE Control Systems Letters. – 2018. – Vol. 2, No. 3. – P. 345–350.
12. Nemouchi B., Rezgui S. E., Benalla H., Nebti K. Adaptive fractional PI controller for speed control of asynchronous motor // Proc. Int. Conf. Advances in Electronics, Control and Communication Systems (ICAECCS). – Blida, Algeria, 2023. – P. 1–5. – DOI: 10.1109/ICAECCS56710.2023.10104802.
13. Malhotra R., Singh N., Singh Y. Genetic algorithms: concepts, design for optimization of process controllers // Computer and Information Science. – 2011. – Vol. 4, No. 2. – P. 39–54.
14. Kulikov A., Kaverin V., Ardabili S., Mosavi A., Nabipour N., Kalinin A. Machine learning modeling and simulation of asynchronous electric drive // Proc. IEEE 6th Int. Symp. on Logistics and Industrial Informatics (LINDI). – 2024. – P. 95–102. – DOI: 10.1109/LINDI63813.2024.10820415.
15. Leuzzi R., Lino P., Maione G., Stasi S., Padula F., Visioli A. Combined fractional feedback-feedforward controller design for electrical drives // Proc. Int. Conf. on Fractional Differentiation and Its Applications (ICFDA). – Catania, Italy, 2014.
16. Ahuja A., Tandon B. Design of fractional order PID controller for DC motor using genetic algorithm // TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering. – 2014. – Vol. 12, No. 12. – P. 8140–8151.
17. Bendjedja M., Tehrani K., Azzouz Y. Design of RST and fractional order PID controllers for an induction motor drive for electric vehicle application // Proc. 7th IET Int. Conf. Power Electronics, Machines and Drives (PEMD). – Manchester, UK, 2014.
18. Saleem A., Soliman H., Al-Ratrout S., Mesbah M. Design of a fractional order PID controller with application to an induction motor drive // Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences. – 2018. – Vol. 26. – P. 2768–2778.
19. Zhao H., Deng W., Yang X., Li X., Dong C. An optimized fractional order PID controller for suppressing vibration of AC motor // Journal of Vibroengineering. – 2016. – Vol. 18, No. 4. – P. 2205–2220.
20. Thammarat C., Puangdownreong D. Design of fractional order PID controller for induction motor speed control system by cuckoo search // International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing. – 2019. – Vol. 13. – P. 92–96.
21. Kopchak B., Kopchak M. Application of fractional order transfer function with zero and pole in approximation of electromechanical systems high order objects // Proc. XIV Int. Conf. Perspective Technologies and Methods in MEMS Design (MEMSTECH). – Lviv, Ukraine, 2018. – P. 23–27. – DOI: 10.1109/MEMSTECH.2018.8365694.
22. Kopchak B. Synthesis of automatic control systems by a particle swarm optimization method using Butterworth fractional standard forms // Proc. 16th Int. Conf. Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE). – Lviv, Ukraine, Sept. 2015. – P. 78–80. – DOI: 10.1109/CPEE.2015.7333342.

**B. L. Kopchak**

Lviv Polytechnic National University  
Department of Electric Mechatronics and Computerized Electromechanical Systems  
bohdan.l.kopchak@lpnu.ua

**A. I. Mandiuk**

Lviv Polytechnic National University  
Department of Electric Mechatronics and Computerized Electromechanical Systems  
andrii.i.mandiuk@lpnu.ua

**A. P. Kushnir**

Lviv State University of Life Safety  
Department of Supervision-Preventive Activity and Fire Automatics  
andpetkushnir@gmail.com

**V. M. Oksentyuk**

Lviv Polytechnic National University  
Department of Computer-Aided Design  
vira.m.oksentyuk@lpnu.ua

**Y. O. Bobechko**

Lviv Polytechnic National University  
Department of Electric Mechatronics and Computerized Electromechanical Systems  
yurii.o.bobechko@lpnu.ua

**A. I. Kushka**

Lviv Polytechnic National University  
Department of Electric Mechatronics and Computerized Electromechanical Systems  
andrij.i.kushka@lpnu.ua

## **MODEL DEVELOPMENT AND STRUCTURAL-PARAMETRIC SYNTHESIS OF A FRACTIONAL-ORDER SPEED CONTROLLER OF THE FC-AM SYSTEM**

© Bohdan Kopchak, Andrii Mandiuk, Andrii Kushnir, Vira Oksentyuk, Yurii Bobechko, Andrij Kushka, 2025

In modern industry, the most widely used are adjustable electric drives of the "Frequency converter - induction motor" (FC-AM) system, in which integer-order controllers are mainly implemented and used. The use of fractional-order controllers in electromechanical FC-AM systems allows to ensure: higher quality of transition processes, increase the stability margin and reliability of the system, higher robustness to changes in motor parameters and, as a result, guarantees higher performance compared to classical integer controllers.

In the work, a linearized model of the FC-AM electric drive with scalar control and negative feedback on speed is developed, its parameters are calculated for a specific electric drive and its accuracy is confirmed by modeling.

The article develops a new approach to determine the structure and parameters of the speed controller of the FC-AM electric drive based on the application of the corresponding fractional order desired form. The calculation of fractional and integer speed controllers is carried out in accordance with the specified parameters of the rise time and overshoot of the motor speed.

The developed method of structural-parametric synthesis of fractional order controllers makes it possible to create new and upgrade existing industrial FC-AM electric drives based on fractional order controllers and use it in engineering calculations.

**Keywords:** *electric drive, frequency converter, asynchronous motor, synthesis, fractional order controller, fractional order desired form.*