

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АПАРАТНО-ОПТИЧНИХ СПОТВОРЕНЬ АЕРОФОТОДАНИХ

Андрій Кисіль¹

¹ПрАТ «Вищий навчальний заклад «Міжрегіональна академія управління персоналом»,

Інститут комп'ютерно-інформаційних технологій та дизайну,

кафедра комп'ютерних інформаційних систем і технологій, Київ, Україна

¹E-mail: andrewkisel@gmail.com, ORCID: 0009-0006-5815-5007

© Кисіль А., 2025

Проведено формалізацію математичних моделей спотворень цифрових зображень, що виникають при аерофотозйомці з бортових систем безпілотних літальних апаратів та істотно впливають на точність і достовірність алгоритмів автоматизованого виявлення й класифікації візуальних об'єктів у складному зовнішньому середовищі. Запропоновано узагальнену схему класифікації спотворень, яка враховує джерела їх виникнення та розподіляє дефекти на апаратно-оптичні, динамічні та зовнішні фактори, що зумовлюють структурну нестабільність вхідних фотоданих. У рамках дослідження здійснено постановку задачі математичного моделювання ключових типів апаратно-оптичних спотворень, таких як сферична аберація, що формалізується через позиційно-залежну функцію розсіювання точки; хроматична аберація, яка описується як лінійне зміщення координат каналів адитивної колірної схеми залежно від радіальної відстані до центру кадру; геометрична дисторсія, представлена у вигляді радіальної трансформації координат пікселів із урахуванням калібрувальних параметрів лінзи; дефокусування, моделювання якого виконано за допомогою просторово-варіативного гаусового ядра розмиття з урахуванням локальної глибини сцени; а також шуми фотоматриці, описані як сукупність випадкових процесів з використанням нормального та пуасонівського розподілів. У статті обґрунтовано вибір зазначених математичних моделей як бази для генерації синтетичних зображень у задачах тренування нейромережових архітектур глибокого навчання, спрямованих на підвищення стійкості до реальних спотворень. Проведено порівняльний аналіз впливу кожного типу спотворення на якість матриці цифрового зображення, ступінь втрати інформативності, а також його придатність до подальшої обробки, зокрема на етапах сегментації, виявлення та класифікації візуальних об'єктів в умовах змінного фону, часткового перекриття або слабого освітлення. Розроблено методологічні рекомендації щодо генерації навчальних вибірок із заданими характеристиками складності та спотворень, які враховують реальні умови функціонування систем фотореєстрації безпілотних літальних апаратів, включаючи змінне природне освітлення, нестабільність платформи, вібраційні навантаження, атмосферне розсіювання, а також конструктивні обмеження компактних сенсорів. Зазначено, що застосування адаптивно згенерованих наборів даних із апріорно змодельованими спотвореннями дозволяє суттєво підвищити стійкість, точність і властивості до узагальнення сучасних нейромережових моделей, зокрема в умовах практичного застосування безпілотних платформ на лінії зіткнення.

Ключові слова – UAV, аерофотозйомка, аероплатформа, оптичні спотворення, математичне моделювання, глибоке навчання, адаптація даних

Постановка проблеми

Зростання ролі аерофотозйомки у сучасних системах ситуаційного моніторингу, картографування, оцінки інфраструктурних пошкоджень і оперативно-тактичних задачах розвідки за допомогою безпілотних літальних апаратів (Unmanned Aerial Vehicle, UAV) зумовлює підвищену увагу до якості зображень, отриманих на основі бортових сенсорів (Dewez et al., 2021; Riazul Islam, 2023; Zwęgliński, 2020). Ефективне застосування нейромережових та програмних алгоритмів для виявлення і класифікації візуальних об'єктів безпосередньо залежить від стабільності структури фотоданих та здатності моделей адаптуватися до спотворень, що виникають у реальних умовах зйомки (Zwęgliński, 2020; Zheng et al., 2023). Одним із найбільш важливих напрямів забезпечення цієї адаптації є формування синтетичних навчальних вибірок, що враховують характеристики спотворень, притаманні зображенням, отриманим внаслідок нестабільності польоту, впливу зовнішнього середовища, а також оптичних обмежень апаратури. У цьому контексті математичне моделювання апаратно-оптичних спотворень виступає ключовим інструментом для створення фотореалістичних і структурно релевантних наборів даних, які дозволяють не лише підвищити достовірність моделювання умов роботи UAV, але й забезпечити стійкість алгоритмів глибинного навчання до широкого спектра спотворень.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Аналіз наукових досліджень, присвячених впровадженню нейромережових та програмних алгоритмів у системах обробки даних аерофотозйомки, свідчить про зростання уваги до застосування результатів математичного моделювання при підготовці навчальних вибірок і імітації реалістичних умов зйомки (Maxey et al., 2023a; Kamilaris et al., 2019; Kong et al., 2020). Значна частина робіт зосереджена на використанні моделей спотворень для генерації синтетичних зображень, що наближаються за структурними характеристиками до реальних даних аерофотозйомки, з метою підвищення стійкості алгоритмів до змін зовнішнього середовища та технічних параметрів платформи (Kong et al., 2020; Barisić et al., 2021; Maxey et al., 2023b; Lenhard et al., 2025). Окремий напрям становлять дослідження, безпосередньо присвячені розробці математичних моделей типових для UAV спотворень, зокрема сферичних і хроматичних аберацій, дисторсії, шумів та ефектів дефокусування (Zhang & Fraser, 2022; Pável et al., 2019). У цих роботах обґрунтовується використання позиційно-залежних функцій згортки, радіальних трансформацій координат та стохастичних описів шумів як основи для формалізованого відтворення дефектів зображень, що виникають при бойовому застосуванні UAV у змінних умовах освітлення, вібрацій і нестабільності платформи. Попри значні успіхи у використанні окремих математичних моделей для симуляції типових спотворень цифрових зображень, більшість наявних рішень залишаються фрагментарними й орієнтованими на вузькі класи задач або обмежені експериментальні умови. При цьому відсутність узагальненого підходу до математичного представлення типових апаратно оптичних спотворень, що одночасно враховує фізичну природу явищ, параметри оптичної системи, динаміку платформи та вплив зовнішнього середовища, не дозволяє сформувати єдину інфраструктуру для створення синтетичних навчальних наборів, придатних для повнофункціонального тренування нейромережових архітектур. Це ускладнює розгортання систем машинного аналізу в реальних умовах бойового застосування, де критично важливою є стійкість до кожного з актуальних джерел деградації зображення.

Формулювання цілі статті

Таким чином, метою роботи стало обґрунтування та побудова цілісного підходу до математичного моделювання апаратно-оптичних спотворень фотоданих, отриманих з бортових сенсорів UAV, з подальшою адаптацією результатів до задач генерації навчальних вибірок для глибинного навчання у системах автоматизованого розпізнавання візуальних об'єктів за умов обмеженого ресурсу обчислень та нестабільного середовища застосування на лінії зіткнення.

Виклад основного матеріалу

1. Постановка задачі моделювання апаратно-оптичних спотворень набору аерофотоданих

Надійність систем автоматизованої опрацювання аерофотоданих безпосередньо залежить від здатності враховувати характерні для реального середовища джерела деградації зображення, зокрема ті, що зумовлені фізичними властивостями оптичної системи бортових сенсорів. До таких джерел належать типові оптичні аберації, дефокусування оптичної системи та шуми, які формуються як внаслідок конструктивних обмежень апаратури, так і через нестабільність платформи чи змінність умов зйомки. Різноманітна природа спотворень потребує побудови узагальненої класифікації та математичного опису, здатного відтворити відповідні фактори при формуванні матриці цифрового зображення. Саме формалізація таких моделей є основою для створення фотореалістичних синтетичних вибірок, що дозволяють ефективно тренувати нейромережеві алгоритми для задач виявлення й класифікації візуальних об'єктів як в умовах бойового застосування UAV, так і під час виконання задач екологічного моніторингу, реагування на надзвичайні ситуації, картографування та інфраструктурного обстеження (Kiefer et al., 2021; Barisić et al., 2022).

На етапі математичного моделювання ключових спотворень аерофотознімків, отриманих від сенсорів безпілотних літальних апаратів, доцільним є попереднє групування чинників, що впливають на якість візуальної інформації. Така класифікація дозволяє чітко структурувати джерела порушення структури зображення відповідно до їх фізичної природи, характеру дії та залежності від технічних і умов експлуатації. У межах даного дослідження запропоновано поділити актуальні типи спотворень на три основні категорії, як то апаратно-оптичні, динамічні та зовнішньо-середовищні фактори.

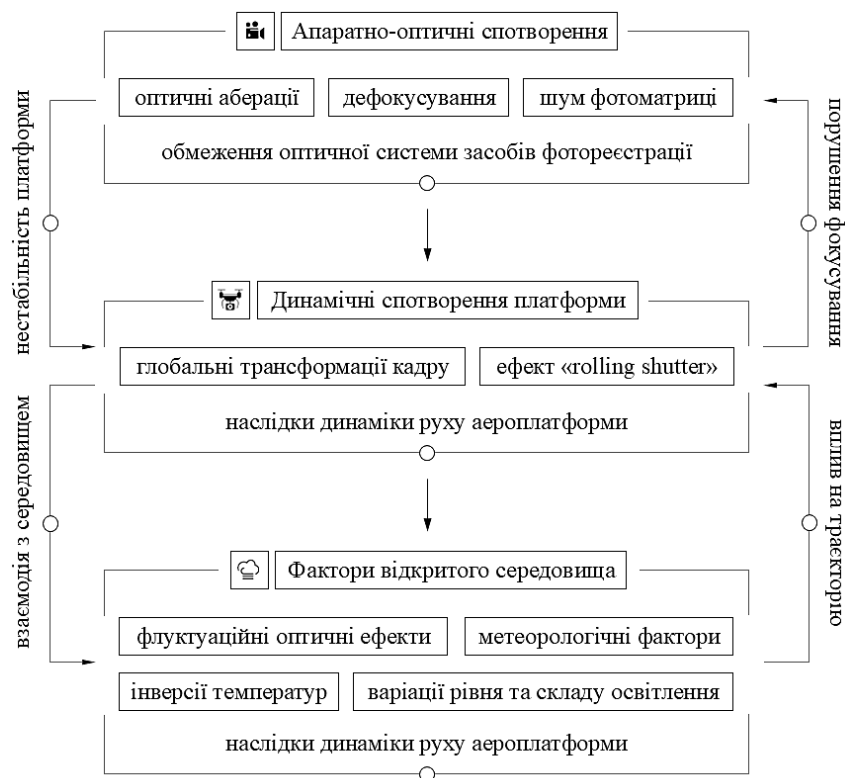


Рис. 1. Схема побудови багаторівневої класифікації джерел спотворень при формуванні набору аерофотоданих UAV

Кожна з категорій включає набір характерних підтипів, що мають специфічні моделі формалізації. Нижче подано багаторівневу класифікацію, яка надалі може бути взята основою подальшого математичного опису:

Апаратно-оптичні спотворення (Hardware-Optical Distortions, HOD) викликані обмеженнями оптичної системи сенсора (Lenhard et al., 2025; Zhang & Fraser, 2022; Trouvé-Peloux et al., 2021; Li et al., 2021; Pável et al., 2019).

Оптичні аберації, як то сферична аберація, що призводить до нечіткості по краях кадру через різницю фокусування центральних і крайових променів, хроматична аберація, що призводить до появи кольорових ореолів через дисперсію для різних довжин хвиль, а також геометрична дисторсія, що призводить до викривлення координатної сітки матриці зображення.

Розмиття через дефокусування зумовлене неправильною фокусною відстанню або обмеженою глибиною різкості, що виникає у випадках, коли фокусна відстань не відповідає положенню об'єкта у просторі або коли оптична система має обмежену глибину різкості. Такий тип спотворення призводить до втрати локальної деталізації, особливо у сценах з вираженою тривимірною структурою.

Шуми фотоматриці, як то шум зчитування, що виникає під час передачі електричного сигналу від сенсора і зумовлений електронними коливаннями в ланцюгах зчитування, шум темного струму, що генерується через теплові коливання електронів у матриці, а також квантовий шум зумовлений випадковістю надходження фотонів.

Динамічні спотворення (Platform-Induced Motion Distortions, PIMD), що виникають внаслідок руху або вібрацій аероплатформи (Chabok, 2012; Incekara & Şeker, 2021; Jiang et al., 2005).

Глобальні трансформації, що формалізуються як зсув кадру через поступальний рух, дугоподібне або спіральне розмиття через обертання, а також зміна масштабу сцени, що призводить до локальних варіацій розміру об'єктів.

Ефект «rolling shutter», як характерне викривлення зображення, що виникає внаслідок послідовного зчитування пікселів матриці у процесі зйомки. Цей ефект особливо помітний при швидкому обертанні або коливаннях UAV і може істотно впливати на точність подальшої сегментації та виявлення об'єктів.

Зовнішньо-середовищні спотворення (Environmental Optical Distortions, EOD) зумовлені атмосферними факторами і метеоумовами (Shelekhov et al., 2022; Wu et al., 2025; Gao et al., 2024).

Атмосферні ефекти, як то турбулентність повітря, що призводить до мікроваріацій показника заломлення, а також атмосферне розсіювання, що призводить до зниження контрасту зображення.

Метеофактори, як то дощ, сніг і пил, що на рівні математичної моделі формалізуються як точкові перешкоди, які призводять до локального розмиття контурів візуальних об'єктів зображення.

Інверсія температур як атмосферне явище, за якого температура повітря з висотою тимчасово зростає замість звичного зниження, що змінює профіль розподілу щільності повітряних шарів, і, у свою чергу, впливає на показник заломлення середовища. Наслідком інверсії температур є теплове мерехтіння, що проявляється як мікроскопічні коливання контурів структурних складових матриці зображення.

Варіації освітлення залежно від часу доби, хмарності, напрямку сонячного світла та відбиття від поверхонь. Це проявляється через локальні або глобальні засвітлення, різке збільшення яскравості, а також зміну колірної температури.

Узагальнена класифікація джерел спотворень формує підґрунтя для побудови формалізованих математичних моделей для кожної з категорій із залученням відповідного математичного апарату та програмного інструментарію з бібліотеками та сервісами моделювання спотворень цифрових зображень. Застосування таких засобів дозволить сформувати синтетичні набори даних зі структурно контрольованими параметрами викривлень, що є критично важливим для навчання, валідації та тестування нейромережових архітектур, орієнтованих на роботу в умовах нестабільного зовнішнього середовища.

2. Розробка математичної моделі апаратно-оптичних спотворень викликаних обмеженнями оптичної системи

Як показав проведений аналіз, ефективність розгортання систем автоматизованого аналізу аерофотознімків значною мірою залежить від здатності точно відтворювати характерні дефекти, притаманні зображенням, що формуються оптико-електронними сенсорами UAV. З огляду на

складну природу зазначених факторів, необхідно сформулювати формалізований підхід до їх опису, який дозволяє точно моделювати оптичні ефекти за допомогою радіальних, просторово-варіативних та стохастичних функцій (Lenhard et al., 2025; Zhang & Fraser, 2022; Trouvé-Peloux et al., 2021; Li et al., 2021; Pável et al., 2019).

Сферична аберація належить до базових типів оптичних спотворень, притаманних системам з елементами сферичної геометрії, що широко застосовуються при аерофотозйомці. Вона виникає через нерівномірне фокусування паралельних променів, коли периферійні промені сходяться раніше за центральні, що призводить до нерівномірного розмиття зображення, зокрема на краях кадру. Наслідком є зниження роздільної здатності, втрата контрастності контурів візуальних об'єктів і викривлення просторової структури сцени, що ускладнює точне картографування, аналіз тривимірних форм та виявлення об'єктів у знімках з безпілотних аероплатформ. На математичному рівні сферична аберація моделюється за допомогою позиційно-залежної функції розсіювання точки (Point Spread Function, PSF), яка змінюється відповідно до радіальної координати $\rho = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$, де $\{x_0, y_0\}$ – координати центру зображення. У свою чергу, розмиття моделюється гаусовим ядром зі стандартним відхиленням $\sigma(\rho) = \sigma_0 + k_{SA} \cdot \rho^2$, де σ_0 відповідає мінімальному рівню розмиття, а k_{SA} – коефіцієнт, який задає швидкість зростання аберації при віддаленні від центру. Залежність ступеня розмиття від відстані пікселя до центру зображення дає змогу сформулювати просторово-варіативне гаусове згорткове ядро $C_{GK}(x, y; \sigma)$, на основі якого обчислюється набір модифікованих значень колірних каналів моделі **RGB'**: $\{\mathbf{R}'(x, y); \mathbf{G}'(x, y); \mathbf{B}'(x, y)\}$ у відповідності до колірних каналів матриці зображення **RGB**: $\{\mathbf{R}(x, y); \mathbf{G}(x, y); \mathbf{B}(x, y)\}$. В результаті виконання операції згортки для PSF отримується набір зображень:

$$\begin{cases} R'(x, y) = (R * C_{GK})(x, y) \\ G'(x, y) = (G * C_{GK})(x, y) \\ B'(x, y) = (B * C_{GK})(x, y) \end{cases}, \text{ де } \begin{cases} x \in [1; X] \\ y \in [1; Y] \end{cases}. \quad (1)$$

При цьому доцільно використовувати аналітичні моделі PSF, параметризовані за характеристиками об'єктива, які реалізуються у програмному забезпеченні, що підтримує адаптивне згортання.

Хроматична аберація також є одним із ключових оптичних спотворень, що суттєво впливає на якість фотоданих з UAV, знижуючи точність алгоритмів розпізнавання, картографування та тривимірної реконструкції. Вона зумовлена дисперсією світла, внаслідок чого компоненти різної довжини хвилі фокусуються на різних відстанях, що проявляється у вигляді кольорових ореолів на контрастних контурах. Навіть незначні прояви цього ефекту можуть призводити до втрати просторової та спектральної достовірності, тому розробка формалізованих моделей хроматичної аберації та методів її компенсації є критично важливою для підвищення точності обробки зображень з бортових сенсорів. Для моделювання хроматичної аберації зелений канал $\mathbf{G}(x, y)$ приймається за референтний, тоді як червоний канал $\mathbf{R}(x, y)$ і синій канал $\mathbf{B}(x, y)$ зміщуються у протилежні боки відносно центру зображення:

$$\begin{cases} R'(x, y) = R(x + \Delta x_R, y + \Delta y_R) \\ B'(x, y) = B(x + \Delta x_B, y + \Delta y_B) \end{cases}, \text{ де } \begin{cases} \Delta x_R = \alpha_R \cdot (x - x_0) \\ \Delta x_B = \alpha_B \cdot (x - x_0) \\ \Delta y_R = \alpha_R \cdot (y - y_0) \\ \Delta y_B = \alpha_B \cdot (y - y_0) \end{cases}. \quad (2)$$

У центрі зображення аберація відсутня, а величина зміщення лінійно зростає з радіальною відстанню. Така модель є простою лінійною апроксимацією, придатною для первинного моделювання, і може бути узагальнена до квадратичних або радіальних залежностей для більш точного моделювання параметрів реальних об'єктів, що використовуються при аерофотозйомці.

Геометрична дисторсія є характерним спотворенням, що виникає внаслідок конструктивних особливостей оптичної системи та особливо властива ширококутним і компактним об'єктивам, які часто застосовуються в UAV. У задачах картографування, тривимірної реконструкції місцевості та

автоматизованого виявлення візуальних об'єктів дисторсія може спричиняти систематичні похибки у визначенні просторових координат. Математичне моделювання цього ефекту дозволяє формалізувати зміщення координат пікселів як функцію відстані до центру зображення, зокрема через радіальні та тангенціальні компоненти. Компенсація дисторсії є критичною для досягнення метричної точності та інтеграції з геоінформаційними системами. Геометрична дисторсія проявляється у вигляді нелінійного масштабування, параметри якого визначаються через радіальну відстань до оптичного центру, що призводить до бочкоподібного або подушкоподібного викривлення. Для моделювання використовують полярну систему координат із радіальною відстанню ρ та кутом $\theta = \arctan((y - y_0)/(x - x_0))$. Координати пікселя після математичного моделювання спотворення матриці зображення визначаються як:

$$\begin{cases} x' = x_0 + \rho' \cdot \cos(\theta) \\ y' = y_0 + \rho' \cdot \sin(\theta) \end{cases}, \text{ де } \rho' = \rho \cdot (1 + k_D^1 \cdot \rho^2 + k_D^2 \cdot \rho^4), \quad (3)$$

причому коефіцієнти дисторсії k_D^1 і k_D^2 визначаються у процесі калібрування. Пряме перетворення використовується для симуляції дисторсії, тоді як зворотне – для її компенсації при відновленні матриці зображення з метою забезпечення геометричної точності в задачах тривимірної реконструкції і позиціонування за даними з UAV.

Дефокусування виникає при зміщенні площини фокусування відносно площини сенсора, внаслідок чого точкові об'єкти проєктуються у вигляді кружків розсіювання (Circle of Confusion, CoC), що, у свою чергу, призводить до зниження різкості сцени та втрати дрібних деталей. На відміну від сферичної аберації, спотворення матриці зображення внаслідок дефокусування зазвичай має однорідний характер по всьому зображенню. Математично цей ефект описується як згортка зображення з ядром розмиття $h_D(x, y)$, що моделює інтенсивність світлового розсіювання. У базовій моделі таке ядро вважається ізотропним, що дозволяє використовувати згортку в частотній області та застосовувати методи відновлення на основі інверсії згортки. Побудова відповідної моделі є ключовою для компенсації дефокусування, особливо в умовах вібрацій, змін дистанції до об'єктів та конструктивних обмежень оптичних систем аероплатформ на базі UAV. У загальному випадку дефокусування описується як згортка кожного кольорового каналу з ядром $h_D(x, y)$, що відображає просторовий розподіл енергії від точкового джерела цілком аналогічно до моделювання сферичної аберації у рівнянні (1). У реальних умовах аерофотозйомки, зокрема при наявності тривимірної сцени, ступінь розмиття змінюється в залежності від глибини z , тобто відстані до об'єкта. Це зумовлює перехід до просторово-варіативного ядра $h_D(x, y)$, у якому параметр згладжування, як то дисперсія гаусового профілю σ_D , задається як функція глибини $f(z)$. Така модель дозволяє відтворити ефект глибини різкості (Depth of Field, DoF) і поступове зниження чіткості об'єктів поза фокусом, що є важливим для задач реконструкції сцен, глибинного аналізу та компенсації розмиття в UAV-зображеннях.

Шуми фотоматриці є невід'ємною складовою цифрового зображення, особливо за умов низького освітлення або високошвидкісної зйомки з UAV. Основними категоріями зазначеного класу спотворень є шум зчитування, шум темного струму та квантовий шум. Шум зчитування виникає внаслідок електронних флуктуацій під час оцифрування сигналу; шум темного струму – через тепловий рух носіїв заряду; а квантовий шум – як наслідок стохастичного характеру фотонного потоку. Ці фактори погіршують співвідношення сигнал / шум (Signal Noise Ratio, SNR) і знижують точність аналізу зображень, особливо при вирішенні задач тривимірної реконструкції та виявлення візуальних об'єктів. На математичному рівні матриця зображення з врахуванням шуму **RGB'**: $\{\mathbf{R}'(x, y); \mathbf{G}'(x, y); \mathbf{B}'(x, y)\}$ моделюється як адитивна компонента $\{\eta_R(x, y), \eta_G(x, y), \eta_B(x, y)\}$ до кожного колірної каналу адитивної схеми **RGB**: $\{\mathbf{R}(x, y); \mathbf{G}(x, y); \mathbf{B}(x, y)\}$.

Проведене математичне моделювання апаратно-оптичних спотворень дозволяє сформувати цілісну систему формалізованих перетворень, що відображають фізичну природу викривлень, характерних для цифрових зображень, що отримані з бортових сенсорів аероплатформи UAV. Кожне з розглянутих спотворень має специфічний вплив на просторову, спектральну та метричну

достовірність фотоданих і, таким чином, може призводити до критичних помилок на етапах розпізнавання візуальних об'єктів та реконструкції матриці зображення. Відповідно, застосування радіальних, просторово-варіативних і стохастичних моделей дає змогу не лише точно відтворити механізми виникнення цих дефектів, але й реалізувати процедури їхньої компенсації. Таким чином, отримані аналітичні залежності можуть бути використані для генерації синтетичних наборів даних, адаптації алгоритмів глибинного навчання до реальних умов аерофотозйомки, а також інтеграції з системами підвищеної надійності для автоматизованої обробки зображень в умовах дії дестабілізуючих чинників середовища.

Нижче наведено макет прикладу комп'ютерного моделювання аберацій матриці зображення, що виконано засобами інтерпретованої об'єктно-орієнтованої мови програмування Python. У наведеному фрагменті лістингу програмного коду представлено просту реалізацію двох типів спотворень, сферичної аберації як радіально-залежного розмиття та хроматичної аберації як зміщення кольорних каналів:

```
import cv2
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

# Завантаження тестового зображення
img = cv2.imread("uav_sample.png", cv2.IMREAD_GRAYSCALE)

# Приклад 1. Сферична аберація (розмиття по краях)
rows, cols = img.shape
x = np.linspace(-1, 1, cols)
y = np.linspace(-1, 1, rows)
X, Y = np.meshgrid(x, y)
radius = np.sqrt(X**2 + Y**2)

# Радіально-залежне гаусове ядро
sigma = 2 + 8 * radius / radius.max()
blurred = np.zeros_like(img, dtype=float)
for r in np.linspace(0, radius.max(), 20):
    mask = (radius >= r - 0.05) & (radius < r + 0.05)
    blurred[mask] = cv2.GaussianBlur(img, (9, 9), sigmaX=float(2+8*r))[mask]

# Приклад 2. Хроматична аберація
img_rgb = cv2.imread("uav_sample.png")
rows, cols, _ = img_rgb.shape
shift = 5
M = np.float32([[1, 0, shift], [0, 1, shift]])
blue_shifted = cv2.warpAffine(img_rgb[:, :, 0], M, (cols, rows)) # Blue канал
green = img_rgb[:, :, 1] # Green — референтний
red_shifted = cv2.warpAffine(img_rgb[:, :, 2], -M, (cols, rows)) # Red канал
chromatic = cv2.merge([blue_shifted, green, red_shifted])

# Візуалізація
plt.subplot(1,2,1), plt.imshow(img, cmap="gray"), plt.title("Оригінал")
plt.subplot(1,2,2), plt.imshow(chromatic[:, :, :-1]), plt.title("Хроматична аберація")
plt.show()
```

Експериментальне дослідження на основі представленого підходу дозволяє відтворити характерні дефекти оптичної системи та сформувати синтетичні приклади для проведення подальшого аналізу.

3. Розширення математичної моделі з урахуванням динамічних і зовнішніх спотворень для генерації навчальних вибірок

Подальше удосконалення математичної моделі спотворень цифрових зображень, отриманих з бортових сенсорів UAV, вимагає врахування не лише апаратно-оптичних дефектів, а й впливу динамічних та зовнішніх факторів. У реальних умовах аерофотозйомки істотний внесок у погіршення якості зображення вносять нестабільність платформи, вібраційні збурення, зміни масштабу сцени, атмосферні викривлення, опади, пил та варіації освітлення. Моделювання цих явищ є необхідною умовою для генерації синтетичних навчальних вибірок (рис. 2), що на математичному рівні відображають повний спектр можливих спотворень, характерних для бойового застосування UAV, а також промислового і екологічного моніторингу.

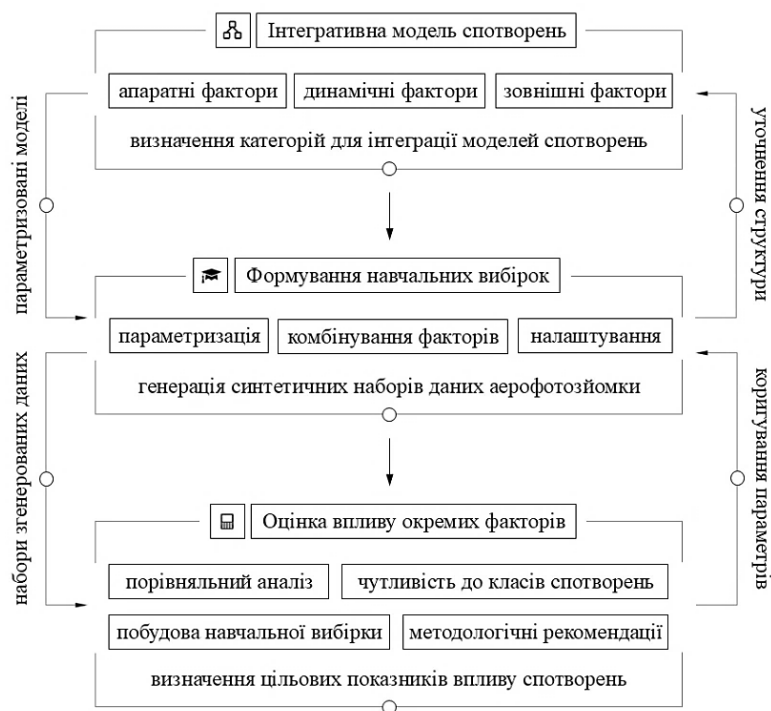


Рис. 2. Структурна схема побудови інтегративної моделі спотворень та формування навчальних вибірок

У рамках дослідження пропонується поєднати аналітичні моделі динамічних і зовнішніх спотворень із представленими у другому розділі оптичними моделями, забезпечуючи єдину основу для адаптації даних, тренування нейромережових архітектур і тестування алгоритмів виявлення і класифікації візуальних об'єктів та тривимірної реконструкції сцени.

У контексті побудови інтегративної моделі спотворень особливу роль відіграє урахування динамічних викривлень, що виникають внаслідок руху безпілотної аероплатформи під час експозиції. Такі спотворення є глобальними за характером і впливають на всю матрицю зображення незалежно від оптичних характеристик сенсора. Їх математичне моделювання необхідне для генерації реалістичних навчальних вибірок, що відтворюють умови, у яких функціонують системи автоматизованого аналізу зображень на UAV. Одним із базових типів динамічних спотворень є зсув зображення, зумовлений поступальним рухом платформи. Він описується як векторне поле зсуву, що трансформує координати пікселів відповідно до відомих або апроксимованих параметрів траєкторії руху. У разі відсутності компенсації цей зсув призводить до загальної деградації контурів і втрати геометричної точності сцени. Іншим поширеним ефектом є кутове розмиття, що виникає під час обертання камери під час відкритої витримки. Модель такого спотворення ґрунтується на згортці з дугоподібним або спіральним ядром, яке імітує траєкторію обертання точки зображення на

площині сенсора. Інтеграція цієї моделі у загальну структуру дозволяє враховувати сценарії з неконтрольованим кутовим переміщенням, що часто трапляється в умовах вітру або швидких маневрів UAV. Додатковим фактором є зміна масштабу сцени, зумовлена наближенням або віддаленням камери від об'єкта в процесі польоту. Така перспектива моделюється за допомогою матриці камерної трансформації та пов'язаної з нею глибини сцени z , що забезпечує адаптивність синтетичних зображень до варіативних умов рельєфу або висоти польоту. Окрему категорію становить ефект «rolling shutter», характерний для більшості енергоефективних CMOS-сенсорів. Він полягає у послідовному зчитуванні рядків матриці в різні моменти часу, що в умовах руху призводить до зсуву та геометричних деформацій зображення. Його математичне описання передбачає введення часової функції для кожного рядка кадру з урахуванням швидкості руху платформи та власної швидкості об'єктів сцени (Chabok, 2012; Incekara & Şeker, 2021; Jiang et al., 2005). Інтеграція наведених моделей динамічних спотворень у структуру генератора синтетичних даних дозволяє значно підвищити реалізм сформованих вибірок, а також забезпечити інваріантність навчання нейромережових архітектур до типових викривлень, що виникають у сценаріях аерофотозйомки.

Як було зазначено вище, у системах опрацювання аерофотознімків із безпілотних платформ особливої уваги потребують зовнішньо-середовищні чинники, що істотно впливають на якість цифрового зображення, але не залежать безпосередньо від апаратури або динаміки платформи. Математичне описання таких спотворень дозволяє розширити інтегративну модель з урахуванням змін повітряного середовища, погодних умов та освітлення, що є критичним для забезпечення достовірності синтетичних навчальних даних. Атмосферні ефекти, такі як мікротурбулентність та розсіювання, порушують однорідність оптичного шляху між об'єктом і сенсором. Флуктуації показника заломлення повітря викликають локальні деформації зображення та коливання різкості, тоді як атмосферне розсіювання призводить до глобального зниження контрасту й зміни колірного балансу сцени. На етапі математичного моделювання використовуються комбінації локальних зсувів координат і операторів згладжування, що відображають дифузну компоненту освітлення. Метеофактори, як то дощ, сніг, пил або температурна інверсія, створюють точкові перешкоди, динамічні розмиття або фонове мерехтіння. У математичному плані ці ефекти описуються через маски перешкод, адитивні шуми та синусоїдальні збурення координат, які апроксимують вплив градієнтів температури. Така формалізація дозволяє варіювати рівень шуму та адаптувати генерацію даних до конкретних погодних сценаріїв. Зміни освітлення також є типовими для аерофотозйомки: раптовий вихід із тіні, часткове засвічення сцени або зсув кольорової температури викликають мультиплікативну та адитивну трансформацію яскравісних і колірних параметрів. Для їх відтворення використовують поелементне коригування піксельних значень із обмеженням насичення сенсора та можливістю локального або глобального варіювання освітлення (Shelekhov et al., 2022; Wu et al., 2025; Gao et al., 2024). Таким чином, включення зовнішньо-середовищних спотворень до структури інтегративної моделі забезпечує імітацію складних умов аерофотозйомки програмними методами, підвищує стійкість алгоритмів до неконтрольованих впливів середовища та дозволяє реалізувати повноцінну адаптацію нейромережових систем до реальних сценаріїв.

Інтеграція моделей спотворень у процес генерації навчальних даних вимагає обґрунтованої оцінки їх впливу на ефективність навчання нейромережових архітектур. Проведення порівняльного аналізу між результатами, отриманими на синтетичних і реальних зображеннях, дає змогу виявити рівень відповідності симульованих викривлень до характеристик реального середовища. Окрему увагу слід приділити аналізу чутливості моделі до різних класів спотворень, зокрема до нелінійних деформацій, втрати фокусування або атмосферного шуму, оскільки різні архітектури демонструють різний рівень стійкості до окремих типів спотворення вхідного набору даних. На основі цих результатів формуються методологічні рекомендації щодо конфігурації синтетичних навчальних вибірок, які включають фактори складності, рівнів шуму та параметрів викривлень. Такий підхід дозволяє адаптувати процес навчання до цільового сценарію застосування, підвищити здатність моделі до узагальнення та забезпечити її стабільну роботу в реальних умовах, характерних для задач аерофотозйомки й ситуаційного моніторингу.

Висновки

У результаті проведеного дослідження було здійснено систематичний аналіз характерних спотворень, що впливають на якість зображень, отриманих з сенсорів аероплатформ UAV, та оцінено їхній вплив на ефективність автоматизованих методів аналізу. Визначено та формалізовано базові класи спотворень: сферичну та хроматичну аберацію, геометричну дисторсію, дефокусування, динамічні ефекти руху, атмосферні впливи та шумові компоненти.

Власний внесок автора полягає у наступному:

1. Запропоновано узагальнену класифікацію спотворень фотоданих UAV, що охоплює апаратно-оптичні, динамічні та зовнішньо-середовищні фактори.
2. Розроблено та формалізовано математичні моделі ключових типів спотворень, які описують їх вплив на структуру цифрового зображення за допомогою радіальних, просторово-варіативних та стохастичних функцій.
3. Показано можливість безпосередньої реалізації запропонованих моделей у вигляді програмних алгоритмів, що дозволяє відтворювати характерні дефекти у форматі комп'ютерного моделювання та формувати синтетичні вибірки для тренування нейромережових архітектур.
4. Сформовано методологічні рекомендації щодо використання синтетичних даних у поєднанні з реальними зображеннями для підвищення стійкості та узагальнюючої здатності алгоритмів глибокого навчання.

Таким чином, у роботі обґрунтовано доцільність використання інтегративної моделі спотворень як основи для створення адаптивних процедур генерації навчальних даних, побудови систем попереднього опрацювання UAV-зображень та подальшої інтеграції у цільові алгоритми глибокого навчання. При цьому акцент зроблено не на наведенні повного спектра емпіричних результатів, а на формуванні універсальної методологічної бази, яка завдяки чіткому математичному апарату може бути безпосередньо використана для розробки програмних засобів і подальшого практичного застосування в UAV-системах.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- Barisić, A., Petrić, F., & Bogdan, S. (2021). Sim2Air – Synthetic aerial dataset for UAV monitoring. *In Proceedings of the IEEE/CVF Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV)*, 2021.
- Barisić, A., Petrić, F., & Bogdan, S. (2022). Sim2Air – Synthetic aerial dataset for UAV monitoring. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 7(2), 3757–3764. <https://doi.org/10.1109/LRA.2022.3147337>
- Chabok, M. (2012). Eliminating and modelling non-metric camera sensor distortions caused by sidewise and forward motion of the UAV. *In ISPRS Archives—XL-1/W2* (pp. 73–78). International Society for Photogrammetry and Remote Sensing.
- Dewez, T. J. B., Diogo, A., François, M., & Clercq, E. (2021). UAV-based structural damage mapping: A review. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 9(3), 187.
- Gao, Y.-L., Chen, J., Dam, T., Ferdaus, M. M., Poenar, D. P., & Duong, V. N. (2024). Dehazing remote sensing and UAV imagery: A review of deep learning, prior-based, and hybrid approaches. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.07520>
- Incekara, A. H., & Şeker, D. Z. (2021). Rolling shutter effect on the accuracy of photogrammetric product produced by low-cost UAV. *International Journal of Environment and Geoinformatics*, 8(4), 549–553. <https://doi.org/10.30897/ijgeo.948676>
- Jiang, H., Meingast, M., Geyer, C., Sastry, S. (2005). Geometric models of rolling-shutter cameras. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.cs/0503076>
- Kamilaris, A., van den Brink, C., & Karatsiolis, S. (2019). Training deep learning models via synthetic data: Application in unmanned aerial vehicles. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1908.06472>
- Kiefer, B., Ott, D., & Zell, A. (2021). Leveraging synthetic data in object detection on unmanned aerial vehicles. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2112.12252>

- Kong, F., Huang, B., Bradbury, K., & Malof, J. M. (2020). The Synthinel-1 dataset: A collection of high-resolution synthetic overhead imagery for building segmentation. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2001.05130>
- Lenhard, T. R., Weinmann, A., Franke, K., & Koch, T. (2025). SynDroneVision: A synthetic dataset for image-based drone detection. *Proceedings of WACV 2025*.
- Li, X., Suo, J., Zhang, W., Yuan, X., & Dai, Q. (2021). Universal and Flexible Optical Aberration Correction Using Deep-Prior Based Deconvolution. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2104.03078>
- Maxey, C., Choi, J., Lee, H., Manocha, D., & Kwon, H. (2023). UAV-Sim: NeRF-based synthetic data generation for UAV-based perception. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.16255>
- Munir, A., Siddiqui, A. J., Anwar, S., El-Maleh, A., Khan, A. H., & Rehman, A. (2024). Impact of adverse weather and image distortions on vision-based UAV detection: A performance evaluation of deep learning models. *Drones*, 8(11), 638. <https://doi.org/10.3390/drones8110638>
- Pável, S., Sándor, C., & Csátó, L. (2019). Distortion Estimation Through Explicit Modeling of the Refractive Surface. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1909.10820>
- Riazul Islam, S. M. (2023). Drones on the rise: Exploring the current and future potential of UAVs. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.13702>
- Shelekhov, A., Afanasiev, A., Shelekhova, E., Kobzev, A., Tel'minov, A., Molchunov, A., & Poplevina, O. (2022). Low-altitude sensing of urban atmospheric turbulence with UAV. *Drones*, 6(3), 61. <https://doi.org/10.3390/drones6030061>
- Trouvé-Peloux, P., Champagnat, F., Le Besnerais, G., Druart, G., & Idier, J. (2021). Performance model of depth from defocus with an unconventional camera. *Journal of the Optical Society of America A*, 38(10), 1489–1500. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.424621>
- Wu, S., He, X., & Chen, X. (2025). Weamba: Weather-degraded remote sensing image restoration with multi-router state space model. *Remote Sensing*, 17(3), 458. <https://doi.org/10.3390/rs17030458>
- Zhang, Q., & Fraser, C. (2022). A Bi-Radial Model for Lens Distortion Correction of Low-Cost UAV Cameras. *Remote Sensing*, 15(22), 5283. <https://doi.org/10.3390/rs15225283>
- Zheng, T., Zhang, G., Xu, Y., & Xia, G.-S. (2023). A review on deep learning in UAV remote sensing. *Remote Sensing*, 15(1), 149.
- Zwęgliński, T. (2020). The use of drones in disaster aerial needs reconnaissance and damage assessment – Three-dimensional modeling and orthophoto map study. *Sustainability*, 12(15), 6080. <https://doi.org/10.3390/su12156080>

MATHEMATICAL MODELING OF HARDWARE-OPTICAL DISTORTIONS IN AERIAL IMAGE DATA

Andrii Kysil¹

¹ Interregional Academy of Personnel Management,
Institute of Computer and Information Technologies and Design,
Department of Computer Information Systems and Technologies, Kyiv, Ukraine
¹ E-mail: andrewkisel@gmail.com, ORCID: 0009-0006-5815-5007

© Kysil A., 2025

This study presents the formalization of mathematical models of hardware-optical distortions in digital images captured during aerial photography from onboard systems of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs). These distortions significantly affect the accuracy and reliability of automated object detection and classification algorithms in complex outdoor environments. A generalized classification scheme of distortions is proposed, accounting for their origins and dividing image degradation into hardware-optical, dynamic, and environmental factors that induce structural instability in the input data. The research formulates mathematical modeling tasks for key types of hardware-optical distortions, including: spherical aberration is formalized through a spatially-dependent point spread function

(PSF); chromatic aberration is described as linear displacement of additive color channels as a function of radial distance from the image center; geometric distortion is modeled by radial coordinate transformation using calibrated lens parameters; defocus blur is represented by a spatially-variant Gaussian blur kernel incorporating local scene depth; and sensor noise is modeled as a combination of stochastic processes using normal and Poisson distributions. The paper substantiates the selection of these mathematical models as a foundation for generating synthetic image datasets in the training of deep learning neural architectures, with the goal of enhancing robustness to real-world distortions. A comparative analysis is performed to assess the impact of each distortion type on image quality, information loss, and suitability for further processing-particularly at the stages of segmentation, object detection, and classification under conditions such as variable backgrounds, partial occlusion, or low illumination. Methodological recommendations are developed for generating training datasets with defined levels of complexity and distortion, reflecting the real-world conditions of UAV imaging systems, including varying natural lighting, platform instability, vibration, atmospheric scattering, and design limitations of compact sensors. The study concludes that the use of adaptively generated datasets with a priori modeled distortions significantly improves the robustness, accuracy, and generalization capability of modern neural network models, especially in practical deployments of UAV platforms along active confrontation lines.

Keywords – UAV, aerial imaging, aerial platform, optical distortions, mathematical modeling, deep learning, data adaptation.