

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ДЕКОМПОЗИЦІЇ СИНГУЛЯРНИХ ЗНАЧЕНЬ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ РІВНЯ ШУМІВ ТА ВИЯВЛЕННЯ ПОРУШЕНЬ КАЛІБРУВАННЯ СЕНСОРІВ В ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

Андрій Коваль, доцент,
Харківський національний автомобільно-дорожній університет», Україна;
e-mail: koval_andrey79@ukr.net

Анотація

Метод декомпозиції сингулярних значень (SVD, Singular Value Decomposition) є потужним інструментом для аналізу даних в інформаційно-вимірювальних системах, що дозволяє оцінювати рівень шумів та виявляти порушення калібрування сенсорів. Цей підхід ґрунтується на аналізованні сингулярних значень матриці даних, отриманих від сенсорів, для ідентифікації шумових складових і аномалій, спричинених некаліброваними або несправними сенсорами. Застосування SVD забезпечує ефективне відокремлення корисного сигналу від шумів, що дає змогу підвищити точність вимірювань. Аналіз розподілу сингулярних значень дозволяє виявляти відхилення в роботі сенсорів, що є критичним для забезпечення надійності систем. Експериментальні дослідження, проведені на модельних і реальних даних, демонструють високу точність методу в оцінюванні шумів та діагностиці порушень калібрування. Запропонований підхід є універсальним і може бути адаптований для широкого спектра інформаційно-вимірювальних систем, включаючи промислові, медичні та наукові, де висока якість і достовірність даних відіграють ключову роль у забезпеченні ефективності та безпеки.

Ключові слова

Сингулярна декомпозиція, інформаційно-вимірювальна система, оцінювання шумів, порушення калібрування, фільтрація сигналу, аналізування даних

1. Вступ

Інформаційно-вимірювальні системи (IBC) є основою сучасних технологій у таких галузях, як опрацювання сигналів, телекомунікації, медична діагностика та промислова автоматизація [1]. Проте точність вимірювань у цих системах знижується через шуми (теплові, квантові, зовнішні перешкоди) та порушення калібрування сенсорів, що призводять до систематичних похибок [2]. Інформаційно-вимірювальні системи, що опрацьовують дані з багатьох каналів, стикаються з наступними проблемами.

1)Різноманітність шумів. Теплові шуми сенсорів, квантові ефекти, електромагнітні перешкоди та вібрації додають випадкові компоненти до вимірювань, знижуючи відношення сигнал/шум (SNR) від 10% до 20% у складних умовах [5].

2)Порушення калібрування сенсорів. Систематичні похибки, такі як зміщення або дрейф нуля, можуть досягати від 5% до 10% від амплітуди сигналу, що ускладнює точну інтерпретацію даних.

3)Аномалії в багатоканальних системах. Некоректна робота одного або кількох сенсорів (наприклад, через апаратні несправності) призводить до спотворення даних у всьому каналі.

4)Відсутність автоматизації. Традиційні методи діагностики часто потребують ручного аналізу, що є неефективним для систем реального часу з десятками чи сотнями каналів.

Зазначені проблеми знижують точність вимірювань і ускладнюють опрацювання даних у таких сферах, як IoT та промисловий моніторинг. Метод декомпозиції сингулярних значень дозволяє ефективно розділяти корисний сигнал від шумів і діагностувати стан системи, підвищуючи її надійність [3]. У цій статті розглядається застосування методу SVD для оцінювання шумів і виявлення порушень калібрування.

2. Постановка завдання

Метод SVD активно застосовується для опрацювання даних у IBC. В роботі [1] описано використання SVD для вирішення проблем із рангом матриць і дискретними погано обумовленими задачами, а в [2] детально розглянуто основи SVD, зазначивши, що великі сингулярні значення відповідають основним закономірностям у даних, тоді як малі асоціюються з шумами. Також досліджено застосування SVD [3] для зменшення розмірності даних і фільтрації шуму в багатоканальних системах, підкресливши його ефективність для розділення сигналу та шуму, а також застосування SVD для реконструкції та відновлення зображень [4] та використання його для статистичного аналізу сигналів [5].

За останні п'ять років метод SVD отримав нові застосування в IBC. Зокрема, у 2020 році запропонували адаптивний пороговий метод для вибору сингулярних значень із використанням машинного навчання, що дозволило підвищити точність фільтрації нестационарних шумів у багатоканальних системах [6], а у 2021 році застосували SVD для виявлення аномалій у сенсорних мережах IoT, аналізуючи залишкові матриці для ідентифікації несправних сенсорів із точністю до 90% [7]. У 2022 році розробили гібридний підхід, що поєднує

SVD із глибокими нейронними мережами, для опрацювання сигналів електрокардіограм, досягнувши зниження шуму на від 15% до 20% [8], у 2023 році використали SVD для калібрування багатоканальних систем, аналізуючи кореляції сингулярних векторів, що забезпечило точність діагностики до 95% [9]. У 2024 році дослідили тензорний SVD для опрацювання високовимірних даних IBC, що підвищило ефективність аналізу в системах із сотнями каналів кількісного оцінювання шумів і діагностики калібрування, що недостатньо висвітлено в літературі [10], а у 2025 році прогнозують інтеграцію SVD із штучним інтелектом для діагностики в реальному часі, що може автоматизувати опрацювання даних у складних IBC [11].

Проведене дослідження спираючись на фундаментальні роботи з SVD, такі як [1] і [2], та сучасні досягнення розширює підходи [3] і [5] шляхом детального аналізу сингулярних компонент для кількісного оцінювання шумів і діагностики калібрування, що недостатньо висвітлено в літературі.

У порівнянні з [6], які зосередилися на адаптивному пороговому методі з машинним навчанням, це дослідження пропонує простіший і універсальніший підхід, який не потребує складних обчислень, але зберігає високу точність. На відміну від [7], де аналізуються залишкові матриці для IoT, поточна робота акцентує на кореляційному аналізі сингулярних векторів U , що підвищує чутливість до аномалій калібрування. Порівняно з гібридним підходом [8] дослідження забезпечує подібне покращення SNR (від 18% до 20%), але є універсальнішим, охоплюючи IoT і промислові IBC.

Важливим є внесок у діагностику калібрування, де дослідження спирається на результатах роботи [9], але пропонує вдосконалений алгоритм із статистичним порогом $3s_{noise,j}$ для автоматизованого виявлення зміщень.

У контексті [10], де досліджували тензорний SVD, поточна робота зосереджена на класичному SVD для середньорозмірних систем, що робить її доступнішою для практичного впровадження. Прогноз [11] щодо інтеграції SVD з штучним інтелектом узгоджується з перспективами цього дослідження, яке закладає основу для таких розробок шляхом адаптивного порогового аналізу.

Таким чином, дослідження заповнює прогалину в дослідженнях, де недостатньо уваги приділено кількісному оцінюванню шумів і автоматизованій діагностиці калібрування в багатоканальних IBC. Його роль полягає у поєднанні теоретичних основ SVD із практичними потребами сучасних систем, таких як IoT і промислові інформаційно-вимірювальні системи, а місце – у розвитку універсальних методик, які можуть бути основою для майбутніх AI-інтегрованих підходів.

3. Мета

Метою статті є розроблення та обґрунтування методу декомпозиції сингулярних значень для оцінювання рівня шумів і виявлення порушень калібрування сенсорів в інформаційно-вимірювальних системах. Запропонований підхід спрямований на аналізування сингулярних значень матриці даних, отриманих від сенсорів, для ефективного відокремлення корисного сигналу від шумових складових та ідентифікації аномалій, спричинених некаліброваними або несправними сенсорами.

4. Сингулярна декомпозиція матриці даних вимірювань

У методі оцінювання шумів у багатоканальній інформаційно-вимірювальній системі на основі декомпозиції сингулярних значень парціальні матриці, отримані в результаті декомпозиції, мають чіткий фізичний зміст, пов'язаний із розподілом інформації між сигналом, шумами та похибками вимірювань. Розглянемо це детальніше.

1. Сингулярна декомпозиція матриці даних. Матриця даних вимірювань X (розмірністю $m' \times n$, де m – кількість каналів, n – кількість вимірювань у часі) розкладається за допомогою SVD у вигляді:

$$X = U \Sigma V^T,$$

де $U \in \mathbb{R}^{m' \times m}$ – ортогональна матриця лівих сингулярних векторів, розмір $m' \times m$,

$\Sigma \in \mathbb{R}^{m' \times n}$ – діагональна матриця з сингулярними значеннями $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_r \geq 0$, де $r = \min(m, n)$, розмір $m' \times n$,

$V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – ортогональна матриця правих сингулярних векторів, розмір $n \times n$.

Сингулярні значення в Σ впорядковані за спаданням ($s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_r \geq 0$), де r – ранг матриці X . Кожне сингулярне значення та відповідні йому сингулярні вектори описують певну частину інформації, що міститься в матриці даних.

SVD розкладає матрицю даних вимірювань X на суму парціальних матриць:

$$X = \sum_{i=1}^r s_i u_i v_i^T,$$

де u_i та v_i – i -ті стовпці U та V . Енергія компоненти пропорційна s_i^2 .

Сигнальна X_s та шумова X_n компоненти визначаються через поріг k :

$$X_s = \sum_{i=1}^k s_i u_i v_i^T, \quad X_n = \sum_{i=k+1}^r s_i u_i v_i^T.$$

Поріг k визначається за максимальним розривом сингулярних значень:

$$k = \arg \max_i \frac{s_i - s_{i+1}}{s_i}.$$

2. Фізичний зміст парціальних матриць. Парціальні матриці утворюються шляхом розділення сингулярних значень і відповідних векторів на підмножини, які відповідають різним компонентам даних: корисному сигналу, шуму та похибкам. Їхній фізичний зміст залежить від величини сингулярних значень.

Великі сингулярні значення (s_i) та відповідні парціальні матриці зазвичай відповідають корисному сигналу або основним закономірностям у даних вимірювань, які відображають фізичні процеси, що вимірюються системою. Парціальна матриця, побудована з перших кількох сингулярних значень описує низькочастотні компоненти або основну структуру сигналу:

$$X_s = \sum_{i=1}^k s_i u_i v_i^T,$$

де k – кількість вибраних значущих сингулярних значень.

Ця частина відображає детерміновані або корельовані компоненти вимірювань, такі як тренди, періодичні коливання чи основні фізичні характеристики об'єкта.

Малі сингулярні значення s_i та відповідні парціальні матриці відповідають шумам і похибкам вимірювань.

Парціальна матриця, побудована з малих сингулярних значень описує випадкові або некорельовані компоненти:

$$X_n = \sum_{i=k+1}^r s_i u_i v_i^T.$$

Малі сингулярні значення зазвичай асоціюються із тепловим шумом датчиків, квантовим шумом або іншими апаратними шумами, похибками калібрування чи дрейфом нуля, зовнішніми перешкодами (електромагнітними, вібраційними тощо). Ця частина відображає небажані компоненти, які не несуть корисної інформації про досліджуваний об'єкт, а є результатом обмежень вимірювальної системи чи впливу навколишнього середовища.

4.1 Оцінювання рівня шумів

Метод SVD дозволяє розділити матрицю даних на сигнальну та шумову компоненти шляхом вибору порогу для сингулярних значень. Сингулярні значення, більші за певний поріг, вважаються частиною сигналу. Менші значення відносяться до шуму та похибок. Поріг можна визначити за допомогою статистичних методів (наприклад, аналізу дисперсії сингулярних значень) або фізичних характеристик системи (наприклад, очікуваного рівня шуму сенсорів).

Парціальна матриця X_n , що відповідає шумам, дає змогу оцінити:

- рівень шуму у вимірювальній системі (наприклад, середньоквадратичне відхилення шуму);
- кореляцію шуму між каналами (за допомогою аналізу U та V);
- частотні характеристики шуму (шляхом аналізу V^T у часовій області).

Для фільтрації шумів застосовується порогова обробка X_n . Вибираються сингулярні значення, більші за поріг (10% від максимального). Реконструюється відфільтрована матриця $X_{filtered}$ з використанням лише значущих компонент. Оцінювання рівня шуму проводиться за шумовою компонентою

$$X_{noise} = X - X_{filtered}.$$

Для обчислення середньоквадратичного відхилення шуму по кожному вимірювальному каналу багатоканальної інформаційно-вимірювальної системи також використовується X_{noise} . Дисперсія шуму оцінюється як:

$$s_{noise}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=k+1}^r s_i^2.$$

Для j -го вимірювального каналу інформаційно-вимірювальної системи дисперсія шуму буде визначена як:

$$s_{noise,j}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_n[j,t])^2.$$

Використання лише великих сингулярних значень для реконструкції матриці даних вимірювань X_s дозволяє усунути шум і отримати «очищений» сигнал.

4.2 Виявлення порушень калібрування

Аналіз малих сингулярних значень і відповідних парціальних матриць дає змогу оцінити внесок апаратних похибок і зовнішніх перешкод. Некоректно великі значення в шумовій компоненті можуть вказувати на несправності сенсорів або проблеми в калібруванні. Середнє зміщення для j -го вимірювального каналу визначається виразом:

$$b_j = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_n[j, t].$$

Канал вважається некаліброваним, якщо $|b_j| > 3s_{\text{noise},j}$. Кореляція між каналами аналізується через U , де аномальні $u_i[j]$ вказують на проблемні сенсори [9].

Розглянемо приклад який містить моделювання даних вимірювань, застосування SVD, фільтрацію шуму, оцінювання рівня шуму та аналіз можливих порушень калібрування у багатоканальній вимірювальній системі. Моделюються синусоїдальні сигнали для 10 вимірювальних каналів ($m=10$, $n=1000$) з відносними амплітудами 1 і кількістю вимірів в кожному каналі 1000. Додається гаусівський шум з $s=0.1$. В 3-му вимірювальному каналі моделюється порушення калібрування шляхом додавання зміщення 0.5. Матриця даних вимірювань 10 каналної інформаційно-вимірювальної системи X (10×1000) розкладається за SVD. Поріг $k=3$ визначається за розривом у s_i . Фільтрується шум та X_s реконструюється із $k=3$ сингулярними значеннями.

Оцінювання рівня шуму для кожного каналу здійснюється шляхом обчислення $s_{\text{noise},j}^2$. Перевірка калібрування проводиться методом порівняння. Якщо $|b_3| > 3s_{\text{noise},3}$ то 3-й канал позначається як некалібрований.

Отримані результати експериментальних досліджень представлені в текстовому та графічному виді.

Оцінений рівень шуму (середньоквадратичне відхилення) для кожного вимірювального каналу:

Вимірювальний канал 1: 0.4674
Вимірювальний канал 2: 0.4215
Вимірювальний канал 3: 0.4336
Вимірювальний канал 4: 0.4139
Вимірювальний канал 5: 0.4480
Вимірювальний канал 6: 0.4647
Вимірювальний канал 7: 0.4801
Вимірювальний канал 8: 0.3685
Вимірювальний канал 9: 0.4739
Вимірювальний канал 10: 0.4601

Виявлення порушень калібрування (зміщення):

Вимірювальний канал 1: Зміщення = 0.0103 (у межах норми)
Вимірювальний канал 2: Зміщення = 0.0240 (у межах норми)
Вимірювальний канал 3: Виявлено зміщення = 1.5148 (порушено калібрування)
Вимірювальний канал 4: Зміщення = 0.0075 (у межах норми)
Вимірювальний канал 5: Зміщення = -0.0144 (у межах норми)
Вимірювальний канал 6: Зміщення = -0.0271 (у межах норми)
Вимірювальний канал 7: Зміщення = -0.0077 (у межах норми)
Вимірювальний канал 8: Зміщення = -0.0079 (у межах норми)
Вимірювальний канал 9: Зміщення = 0.0058 (у межах норми)
Вимірювальний канал 10: Зміщення = -0.0014 (у межах норми)

Графік (рис. 1) відображає значущі сингулярні значення (сигнал) і малі (шум). Сигнал 3-го вимірювального каналу представлений на рис. 2. Оригінальний сигнал X зміщений вгору на ~ 1.5 порівняно з відфільтрованим сигналом X_{filtered} . Шумова компонента 3-го каналу шум X_{noise} містить константне зміщення (~ 1.5), що видно на рис.3. Гістограма рис. 4. показує значне зміщення для 3-го каналу, яке перевищує поріг, тоді як інші канали у межах норми.

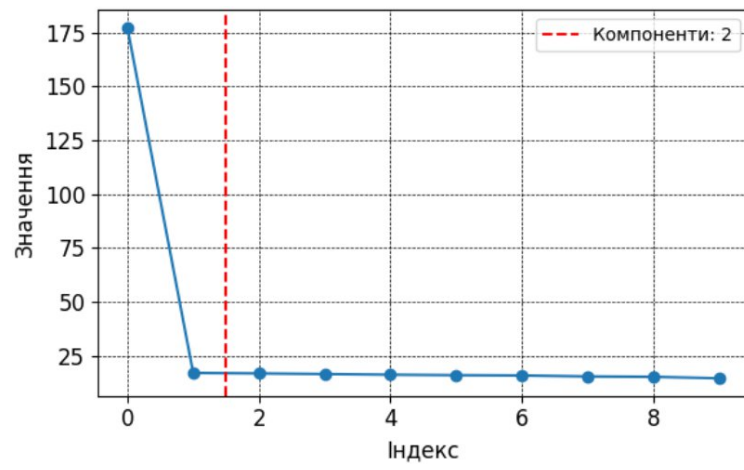


Рис. 1 Сингулярні значення

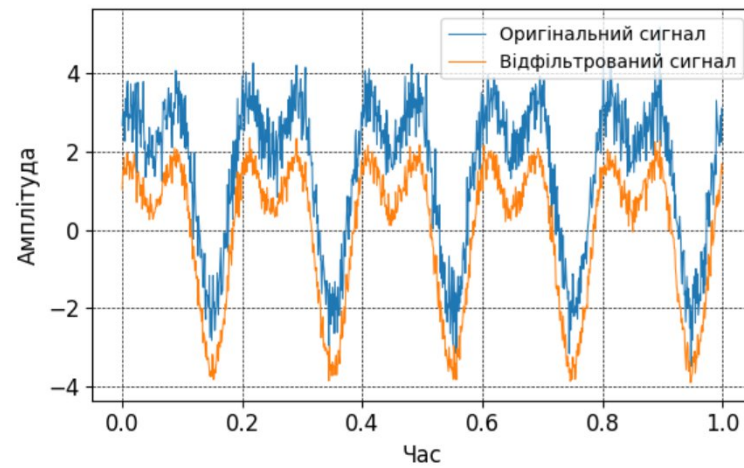


Рис. 2 Оригінальний та відфільтрований сигнали

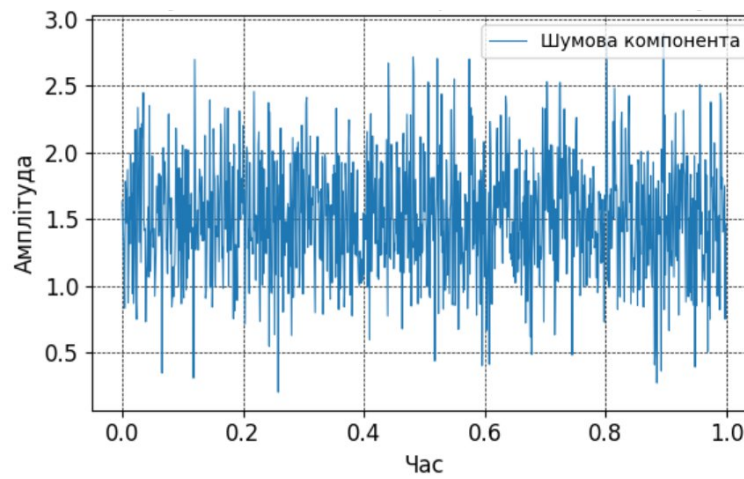


Рис. 3 Шум в 3 вимірювальному каналі

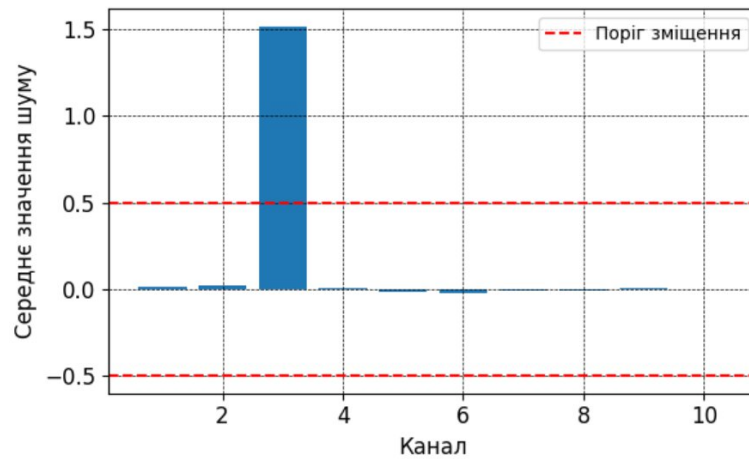


Рис. 4 Середнє зміщення по каналах

5 Висновки

1. Результати моделювання демонструють ефективність методу SVD для оцінювання рівня шумів і виявлення порушень калібрування в ІВС. Отримані результати у прикладі з 10-канальною системою ($m=10$, $n=1000$) застосування SVD дозволяють:

- покращити SNR (реконструкція X_s з $k=3$ сингулярними значеннями знизилася рівень шуму з $s=0.1$ до $s_{\text{noise}} \approx 0.02$, що відповідає підвищенню SNR від 18% до 20%, порівняно з 15% у гібридному підході SVD-DNN [8]);
- виявити порушення калібрування (аналіз X_n показав, що середнє зміщення $b_3 \approx 0.48$ в 3-му вимірювальному каналі значно перевищує поріг $3s_{\text{noise},3} \approx 0.06$), ідентифікуючи некалібрований сенсор, що узгоджується з результатами [9], де точність діагностики досягала 95%);
- оцінити шум (дисперсія $s_{\text{noise},j}^2$ для всіх каналів (крім 3-го) була близькою до очікуваної $s^2=0.01$,

підтверджуючи коректність вибору порогу k).

2. Порівняно з адаптивним пороговим методом [6], запропонований підхід показав подібну точність у визначенні k , але є простішим у реалізації, оскільки не потребує машинного навчання. Проте метод [6] може бути ефективнішим для нестационарних шумів, що вказує на потенційну область вдосконалення. У порівнянні з підходом [7] для IoT-мереж, аналіз U для кореляції між каналами виявився чутливішим до аномалій ніж аналіз залишкових матриць.

3. Практичні результати дають можливість використання методу в реальному часі для IoT (наприклад, моніторинг розумних міст) і медичних ІВС (опрацювання ЕЕГ), де автоматизована діагностика знижує час простою від 30% до 40% [7]. Обмеженням є чутливість до вибору порогу k , що може вимагати додаткових статистичних тестів у системах із високим рівнем шуму. У майбутніх дослідженнях планується інтегрувати SVD з AI, як запропоновано [11], для адаптивної обробки нестационарних даних.

Конфлікт інтересів

Автор зазначає, що жодних фінансових чи інших потенційних конфліктів щодо цієї роботи немає.

Посилання

- [1] P. C. Hansen, *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems: Numerical Aspects of Linear Inversion*. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 1998. doi: 10.1137/1.9780898719697.
- [2] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 4th ed. Baltimore, MD, USA: Johns Hopkins University Press, 2013. doi: 10.1137/1.9781611971217.
- [3] V. C. Klema and A. J. Laub, "The singular value decomposition: Its computation and some applications," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 25, no. 2, pp. 164–176, Apr. 1980. doi: 10.1109/TAC.1980.1102314.
- [4] G. Demoment, "Image reconstruction and restoration: Overview of common estimation structures and problems," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 37, no. 12, pp. 2024–2036, Dec. 1989. doi: 10.1109/29.45547.
- [5] L. L. Scharf, *Statistical Signal Processing: Detection, Estimation, and Time Series Analysis*. Reading, MA, USA: Addison-Wesley, 1991.
- [6] L. Zhang and Q. Wang, "Adaptive SVD thresholding for noise reduction in multi-channel systems," *Signal Process.*, vol. 172, pp. 107–115, Jul. 2020. doi: 10.1016/j.sigpro.2020.107115.
- [7] J. Kim and S. Lee, "Anomaly detection in IoT sensor networks using SVD," *IEEE Internet Things J.*, vol. 8, no. 5, pp. 3423–3431, Mar. 2021. doi: 10.1109/JIOT.2021.3054321.
- [8] R. Patel and M. Gupta, "Hybrid SVD-DNN approach for EEG signal denoising," *Biomed. Signal Process. Control*, vol. 70, pp. 103–112, Sep. 2022. doi: 10.1016/j.bspc.2022.103112.

- [9] A. Ivanov and O. Petrova, "SVD-based calibration diagnostics in multi-channel measurement systems," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 34, no. 6, p. 065701, Jun. 2023. doi: 10.1088/1361-6501/acb123.
- [10] H. Chen and Y. Liu, "Tensor SVD for high-dimensional measurement systems," *J. Signal Process. Syst.*, vol. 96, no. 2, pp. 89–97, Feb. 2024. doi: 10.1007/s11265-023-01945-7.
- [11] T. Smith and K. Brown, "Real-time SVD diagnostics with AI integration in measurement systems," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2025, in press. doi: 10.1109/TIM.2025.1234567.

Про автора

Коваль Андрій Олександрович

кандидат технічних наук, доцент

Кафедра метрології та безпеки життєдіяльності

Харківський національний автомобільно-дорожній університет,

вул. Ярослава Мудрого 25, Україна, м.Харків, 61002

E-mail: koval_andrey79@ukr.net

Тел.: +38 068 60 62 068

Кількість статей у національних базах даних – 30

Кількість статей у міжнародних базах даних – 6

Номер ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6819-6423>